Zbirka rešenih nalog s kolokvijev in izpitov iz fizike

Naravoslovnotehniška fakulteta, šolsko leto 2004/05 in 2005/06

Avtorji: S. Fratina, A. Gomboc in J. Kotar

Verzija: 6. februar 2007

Prosim, da kakršnekoli vsebinske ali pravopisne napake sporočite na elektronski naslov sasa.fratina@ijs.si. Za obvestila se vnaprej zahvaljujem.
Težje naloge so označene z zvezdico (*).

Zbirka je dostopna na: http://www-f9.ijs.si/∼fratina/fizikaNTF/

Contents

Chapter 1

Mehanika

1. Iz Ljubljane proti Jesenicam ob 10:08 odpelje brzi vlak, 5 minut za njim pa še tovorni vlak. Brzi vlak pospešuje s pospeškom $0,3$ m/s^2, dokler ne doseže hitrosti 80 km/h. Tovorni vlak pa na začetku svoje vožnje pospešuje s pospeškom $0,2$ m/s^2, dokler ne doseže hitrosti 60 km/h.
   Kolikšna je razdalja med vlakoma po 4-ih, 6-ih in 10-ih minutah od začetka vožnje prvega vlaka? Narišite graf odvisnosti razdalje med vlakoma od časa!

   Rešitev

   Razdalja med vlakoma je enaka razliki prepotovanih poti obeh vlakov. Za vsakega od njiju velja enačba $s = at^2/2$ za $t < t' = v/a$ (dokler pospešujeta) in $s = at'^2/2 + v(t - t')$ za gibanje z enakomerno hitrostjo, če čas štejemo od začetka gibanja posameznega vlaka.
   $t'_1 = 74$ s in $t'_2 = 83$ s.
   Po 4 minutah torej prvi vlak prepotuje 4510m, drugi še miruje na postaji, torej je razdalja med njima $\Delta s(4min) = 4510$ m.
   Po 6 minutah prvi vlak prepotuje 7180m, drugi se še pospešeno giblje, zato uporabimo prvo formulo in ugotovimo, da je $\Delta s(6min) = 7180m - 360m = 6820m$.
   Po 10-ih minutah je razdalja med njima $\Delta s(6min) = 12510m - 4310m = 8200m$.

2. Na klancu, ki je nagnjen pod kotom 30^o glede na podlago, sta postavljeni dve kladi, ki sta med sabo povezani z vrvico. Spodnja klada ima maso 1 kg, koeficient trenja med njo in podlago pa je $0,1$. Druga klada ima maso 2 kg in koeficient trenja $0,4$. S kolikšnim pospeškom se začneta gibati kladi, ko ju spustimo?

   Rešitev

   Rezultanta vseh zunanjih sil na sistem dveh klad je enaka
   $F = m_1 g \sin\alpha - k_{t1} m_1 g \cos\alpha + m_2 g \sin\alpha - k_{t2} m_2 g \cos\alpha = (m_1 + m_2)a$. Pospešek sistema je torej enak

$$a = g\sin\alpha - g\cos\alpha \left(\frac{k_{t1}m_1 + k_{t2}m_2}{m_1 + m_2} \right) = 2.35 m/s^2$$

3. Pištolo na vzmet napnemo tako, da vzmet skrčimo za $5,0$ cm. Koliko dela pri tem opravimo? S pištolo izstrelimo izstrelek z maso 50 g. Pri tem držimo pištolo 1,5 m nad tlemi pod kotom 30 stopinj glede na vodoravnico.
   S kolikšno hitrostjo izstrelek pade na tla?
   Koeficient vzmeti je $2,0$ N/cm. Zračni upor lahko zanemarite.

   Rešitev

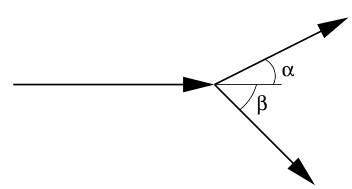
   $A = \Delta W_{pr} = kx^2/2 = 0,25$J.
   $\Delta W_{pr} + \Delta W_p + \Delta W_k = 0$, $kx^2/2 + mgh = mv^2/2$, sledi $v = 6.3$ m/s.

4. (*) V roki držimo 1 m dolgo vrvico, na koncu katere je privezan kamen z maso 0,1 kg. Kamen vrtimo v navpični ravnini.
   Vsaj kolikšna mora biti obodna hitrost kamna v najvišji točki kroženja, da bo vrvica stalno napeta?
   Kolikšna je v tem primeru sila v vrvici, ko je kamen v najnižji točki kroženja, če se mehanska energija ohranja?

   Rešitev

   Vrvica v najvišji točki kroženja bo napeta, dokler bo centripetalna sila večja od sile teže. Mejno hitrost dobimo, ko sta ravno enaki: $mv^2/R = mg$, sledi $v = \sqrt{gR} = 3,1$ m/s.
   V drugem delu naloge moramo najprej izračunati hitrost kamna v najnižji točki iz ohranitve kinetične in potencialne energije in nato zapisati enačbo za vsoto vseh sil na kamen, iz katere izračunamo tudi silo vrvice.
   $v_1 = \sqrt{v^2 + 2gh} = \sqrt{v^2 + 2g(2R)} = \sqrt{5gR} = 7.0$ m/s.
   $F_v - F_g = F_c$, sledi $F_v = F_g + F_c = mg + mv^2/R = 6mgR = 5,9$ N.

5. Izstrelek z maso $m = 3\,\mathrm{kg}$ in hitrostjo $v_0 = 200\,\mathrm{m/s}$ v zraku razpade na dva enaka kosa, od katerih odleti prvi pod kotom $\alpha = 30°$ glede na prvotno smer gibanja, drugi pa pod kotom $\beta = 40°$ glede na prvotno smer gibanja. Kolikšni sta velikosti hitrosti posameznih kosov?



   Rešitev

   Gibalna količina se ohranja, ker izstrelek razpade zaradi notranjih sil.

$$\vec{G}_z = \vec{G}_k.$$

Če si izberemo kartezični koordinatni sistem in orientiramo os x v smeri začetne hitrosti ter os y pravokotno na začetno hitrost, lahko zapišemo ohranitev gibalne količine za x in y komponenti:

$$x: \qquad mv_0 = \frac{m}{2}v_1 \cos\alpha + \frac{m}{2}v_2 \cos\beta\,,$$

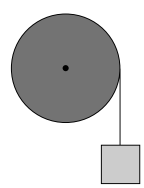
$$y: \quad 0 = \frac{m}{2}v_1 \sin\alpha - \frac{m}{2}v_2 \sin\beta\,,$$

kjer sta v_1 in v_2 hitrosti posameznih kosov potem ko izstrelek razpade. Enačbi rešimo za v_1 in v_2 ter dobimo:

$$v_1 = \frac{2v_0}{\cos\alpha + \sin\alpha\ \mathrm{ctg}\,\beta} = 274\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,,$$

$$v_2 = \frac{2v_0}{\cos\beta + \sin\beta\ \mathrm{ctg}\,\alpha} = 213\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

6. Na valj mase 3 kg, ki je vrtljiv brez trenja okoli svoje osi, je navita 5 m dolga nitka, na kateri visi utež z maso 1,2 kg. Kolikšna je hitrost uteži, ko se vsa nitka odvije, če na začetku utež in valj mirujeta?



Rešitev

V začetnem stanju imamo le potencialno energijo uteži

$$W_p = m_u g l\,,$$

ko pa se nitka odvije, se ta energija pretvori v kinetično energijo uteži

$$W_k = \frac{1}{2}m_u v^2\,,$$

ter rotacijsko energijo valja

$$W_r = \frac{1}{2}J\omega^2\,.$$

Če upoštevamo enačbo za vztrajnostni moment valja $J = \frac{1}{2}m_v r^2$ ter povezavo med kotno in obodno hitrostijo (ki je enaka hitrosti uteži) $v = \omega r$, lahko rotacijsko energijo zapišemo kot

$$W_r = \frac{1}{4}m_v v^2\,.$$

Ker se energija ohranja, velja:

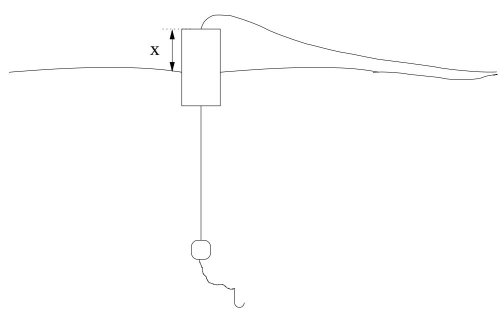
$$W_p = W_k + W_r \,,$$

$$m_u g l = \frac{1}{2} m_u v^2 + \frac{1}{4} m_v v^2 \,.$$

Ko iz enačbe izračunamo hitrost, dobimo:

$$v = \sqrt{\frac{m_u g l}{m_u/2 + m_v/4}} = 6.6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

7. Ribič na mirnem jezeru lovi ribe. V vodo vrže trnek, ki ima svinčeno utež z maso 12 g in valjast plovec iz stiroporja. Plovec je valjaste oblike s površino osnovne ploskve $3\,\mathrm{cm}^2$ in višino 4 cm. Koliko plovca je nad vodo? Privzemi, da lahko maso stiroporja zanemariš. Gostota svinca je $11 \times 10^3\,\mathrm{kg/m}^3$.



Rešitev

Plovec in utež mirujeta, zato je vsota vseh zunanjih sil na sistem enaka nič.

$$F_{gu} = F_{vu} + F_{vp} \,.$$

Navzdol deluje sila teže uteži

$$F_{gu} = mg \,,$$

navzgor pa delujeta sila vzgona uteži

$$F_{vu} = \frac{m}{\rho} \rho_v g$$

in sila vzgona plovca

$$F_{vp} = S(h - x) \rho_v g \,,$$

kjer je ρ_v gostota vode. Iz enačbe ravnovesja sil

$$mg = \frac{m}{\rho} \rho_v g + S(h - x) \rho_v g$$

izračunamo x ter dobimo

$$x = \frac{m}{S} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_v} \right) + h = 3.6\,\mathrm{mm} \,.$$

8. Vsaj kolikšna mora biti varnostna razdalja tovornjaka, ki vozi v koloni s hitrostjo 70 km/h? Predpostavi, da je reakcijski čas voznika 1 sekunda, največji pojemek tovornjaka 0,6 m/s^2, največji pojemek avtomobila pred njim pa 1,0 m/s^2.

   Rešitev

   Od trenutka, ko bo voznik tovornjaka zagledal rdeče zavorne luči na vozilu pred njim, pa do tedaj, ko bo ustavil tovornjak, bo najprej prevozil razdaljo $v\Delta t = 19,4$ m (Δt je reakcijski čas voznika) z enakomerno hitrostjo, nato pa bo začel zavirati. Pot med zaviranjem izračunamo iz enačbe za enakomerno pospešeno gibanje, $s = v^2/(2a_1) =$ 315 m. Celotna pot tovornjaka je torej $s_1 = 334$ m.
   Medtem se je avto prav tako ustavljal s pospeškom a_2. Pot, ki jo je pri tem prevozil je $s_2 = v^2/(2a_2) = 189$ m.
   Zavorna razdalja mora biti enaka vsaj toliko, kolikor daljšo pot potrebuje tovornjak zato, da se ustavi: $\Delta s = s_1 - s_2 = 145$ m.

9. Na vodoravno podlago s spremenljivim naklonom položimo leseno klado z maso $1,0$ kg. Koeficient lepenja med klado in podlago je $0,3$; koeficient trenja pa $0,2$. Nato začnemo počasi povečevati naklon podlage. Pri katerem kotu (med smerjo podlage in vodoravnico) klada zdrsne? S kakšnim pospeškom se tedaj začne gibati? Kolikšna je njena kinetična energija, ko prepotuje razdaljo 40 cm?

   Rešitev

   Lesena klada zdrsne, ko je dinamična komponenta sile teže $mg\sin\alpha$ večja od maksimalne sile lepenja $k_l\ mg\cos\alpha$. V mejnem primeru sta sili enaki, sledi

$$\begin{aligned} mg\sin\alpha &= k_l\ mg\cos\alpha \\ \alpha &= \mathrm{atan}\ k_l = 16,7^\circ . \end{aligned}$$

   Ko se klada začne gibati, deluje v smeri gibanja dinamična komponenta sile teže in v naprotni smeri sila trenja. Njuna rezultanta pospešuje gibanje klade s pospeškom

$$\begin{aligned} a &= \frac{F_d - F_{tr}}{m} = \frac{mg\sin\alpha - k_{tr}\ mg\cos\alpha}{m} = \\ &= g\,(\sin\alpha - k_{tr}\ \cos\alpha) = 0,94\ \mathrm{m/s^2}. \end{aligned}$$

   Kinetična energija klade je enaka delu, ki ga opravi rezultanta sil (lahko pa se jo izračuna tudi iz hitrosti klade $v = \sqrt{2as}$):

$$W_k = A = Fs = mas = 0,38\ \mathrm{J}\ .$$

10. Gostoto neznane snovi izmerimo tako, da jo najprej obesimo na prožnostno vzmet in pri tem ugotovimo, da se je vzmet raztegnila za $5,0$ cm. Nato to snov v celoti potopimo v vodo in odčitamo raztezek vzmeti $3,2$ cm. Kolišna je gostota neznane snovi?
    Gostota vode je 1000 kg/m^3, gostoto zraka lahko zanemariš.

Rešitev

Ko snov neznane gostote obesimo na prožnostno vzmet, nanjo delujeta nasprotno enaki sila teže in sila vzmeti, $mg = kx_1$. Ko snov potopimo v vodo, deluje nanjo tudi sila vzgona (v nasprotni smeri, kot sila teže): $mg = kx_2 + F_{vzg}$. Upoštevamo, da je $F_{vzg} = \rho_o V g$ in $\rho = m/V$.

$$\begin{aligned} \rho V g &= kx_1 \\ \rho V g &= kx_2 + \rho_o V g \\ \rho &= \frac{\rho_o}{1 - x_2/x_1} = 2780 \text{ kg/m}^3. \end{aligned}$$

11. Letalo leti s hitostjo $v = 150\,\mathrm{km/h}$ v vodoravni smeri. V trenutku, ko preleti neko hišo, odvrže bombo, ki pade na tla 700 m od hiše. S katere višine je letalo odvrglo bombo? S kolikšno hitrostjo pade bomba na tla?

   Rešitev

   Bomba v času, ko preleti razdaljo v vodoravni smeri

   $$l = vt\,,$$

   pade na tla z višine

   $$h = \frac{gt^2}{2}\,.$$

   Če iz teh dveh enačb izrazimo višino, dobimo

   $$h = \frac{g}{2}\frac{l^2}{v^2} = 1383\,\mathrm{m}\,.$$

   Z upoštevanjem energijskega zakona

   $$\frac{mv_k^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}$$

   dobimo končno hitrost

   $$v_k = \sqrt{2gh + v^2} = 170\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

12. Z lokom streljamo v 30 m oddaljeno tarčo. Koliko centimetrov nad tarčo moramo meriti, da bo puščica zadela cilj? Puščico izstrelimo s hitrostjo 150 m/s.

   Puščico obravnavaj kot točkasto telo, zračni upor lahko zanemariš.

   Rešitev

   Med letom puščice, ki traja $t = s/v = 0,2\,\mathrm{s}$, le ta pade za $h = gt^2/2 = 0,20\,\mathrm{m}$. Torej moramo meriti 20 cm nad središče tarče.

13. Drvarji v gozdu požagajo drevo tako, da med padanjem drevesa ostane spodnji del debla na istem mestu. S kolikšno hitrostjo pade na tla vrh 20 metrov dolge smreke? Privzami, da je deblo enakomerno debelo.

Rešitev

Iz ohranitve energije sledi, da je kinetična energija drevesa ob padcu $W_k = J\omega^2/2$, kjer je $\omega = v/h$ in h višina drevesa, enaka potencialni energiji na začetku $W_p = mgh/2$. Vztrajnostni moment enakomerno debelega drevesa je enak vstrajnostnemu momentu palice, vpete v krajišču: $J = mh^2/3$. Sledi $v = \sqrt{3gh} = 24,3\,\mathrm{m/s}$.

14. Vrtiljak se vrti s kotno hitrostijo $1\,\mathrm{s}^{-1}$. Vrtiljak bi radi ustavili, zato začnemo zavirati s kotnim pojemkom $0.02\,\mathrm{s}^{-2}$. Po koliko vrtljajih se vrtiljak ustavi?

Rešitev

Enačbi za odvisnost kotne hitrosti in kota od časa sta

$$\omega = -\alpha t + \omega_0\,,$$

$$\varphi = -\frac{\alpha t^2}{2} + \omega_0 t\,.$$

Vrtiljak se bo ustavil, ko bo kotna hitrost enaka nič

$$0 = -\alpha t + \omega_0\,.$$

Od tod izračunamo čas

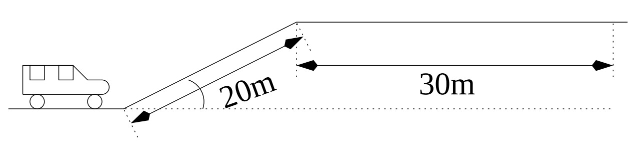
$$t = \frac{\omega_0}{\alpha}\,,$$

ter ga vstavimo v enačbo za kot ter dobimo:

$$\varphi = \frac{\omega_0^2}{2\alpha} = N2\pi\,,$$

$$N = \frac{\omega_0^2}{4\pi\alpha} = 3.98\,.$$

15. Avto z maso 500 kg pripelje pred klanec s hitrostjo 10 km/h. Kolikšno hitrost bo imel 30 m po koncu klanca, če je klanec dolg 20 m, nagib klanca pa je 30°? Motor v avtu deluje s konstantno silo 3000 N v smeri vožnje.



Rešitev

Uporabimo energijski zakon

$$A = \Delta W_k + \Delta W_p\,,$$

$$F(l+a) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} + mgl\sin\alpha\,,$$

kjer je F sila motorja, l dolžina klanca, a dolžina ravnega odseka, m masa avtomobila, v_0 začetna hitrost avtomobila in α naklon klanca. Končna hitrost je enaka

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gl\sin\alpha + \frac{2F(a+l)}{m}} = 20.3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 73\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,.$$

16. Lesen kvader s maso 2 kg visi na 1 m dolgi vrvici. Na kvader v pravokotni smeri brizgamo z curkom vode, ki se odbije nazaj z enako hitrostijo. Hitrost curka je 10 m/s, premer pa 2 cm. Pod kolikšnim kotom visi klada?

Rešitev

Ravnovesje sil na da enačbi

$$F_c = F_v \sin\alpha$$

$$F_g = F_v \cos\alpha\,.$$

Od tod izračunamo

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F_c}{F_g} = \frac{\rho\pi r^2 2v^2}{mg} = 3.2\,,$$

kar da kot

$$\alpha = 72.7^\circ\,.$$

17. S sneženo kepo bi radi zadeli ledeno svečo, ki visi pod streho hiše na višini 5 m. Od hiše smo oddaljeni 7 m. S kolikšno hitrostijo moramo vreči kepo, če jo vržemo pod kotom 50° glede na horizontalo? Privzemi, da je višina roke, s katero vržemo kepo, 2 m nad tlemi.

Rešitev

Kepa se giblje v ravnini, tako da velja

$$x = v_0 t\cos\alpha$$

$$y = v_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}\,.$$

Svečo na razdalji l bomo zadeli, ko bo koordinata y enaka razliki med višino sveče in roke $h-a$

$$l = v_0 t\cos\alpha$$

$$h - a = v_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}\,.$$

Iz teh dveh enač nato izračunamo hitrost

$$v_0 = \sqrt{\frac{gl^2}{2\cos^2\alpha(l\,\mathrm{tg}\,\alpha - h + a)}} = 10.4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

18. Drsalka na ledu dela pirueto, pri čemer se v eni sekundi 3-krat zavrti okoli svoje osi. Po nesreči pri tem zadane v soplesalca, ki ravno takrat dela pirueto v nasprotni smeri s frekvenco 1/s. Ob trku se drsalca primeta en drugega. S kakšno frekvenco in v kateri smeri se vrtita tik po trku, če je vztrajnostni moment drsalca 1,2-krat večji od vztrajnostnega momenta drsalke?

Rešitev

Iz ohranitve vrtilne količine sledi, da je skupna vrtilna količina pred trkom $\Gamma = J_1\omega_1 - J_2\omega_2$ enaka skupni vrtilni količini po trku: $\Gamma = (J_1 + J_2)\,\omega$. Upoštevamo $J_2 = 1,2\,J_1$ in $\omega = 2\pi\nu$, sledi

$$\nu \;\; = \;\; \frac{\nu_1 - 1,2\,\nu_2}{1 + 1,2} = 0,82\,/\mathrm{s}.$$

Po trku se drsalca vrtita s frekvenco $0,82\,/\mathrm{s}$ v isti smeri, kot se je pred trkom vrtela drsalka.

19. V Severnem morju plava ledena plošča mase 5 ton. Nanjo spleza polarni medved mase 300 kg. Kolikšen del plošče gleda iz vode?

Gostota morske vode je 1,024 kg/dm^3, gostota ledu pa 0,917 kg/dm^3.

Rešitev

Na ledeno ploščo deluje sila vzgona $F_{vzg} = \rho_o V_o g$ navpično navzgor in nasprotno enaka sila teže ledene gore in medveda $F_g = (m + m_1)\,g$. Delež potopljene prostornine je V_o/V, iz vode je gleda

$$x \;\; = \;\; 1 - \frac{V_o}{V} = 1 - \frac{(m_1 + m)\rho}{m\rho_o} = 5,1\,\%.$$

20. V katerih točkah na zveznici Zemlje in Lune je gravitacijski privlak Zemlje petkrat večji od privlaka Lune? Masa Zemlje je 80-krat večja od mase Lune, razdalja med Luno in Zemljo pa je 3,3 10^8 m.

Rešitev

Gravitacijska sila med dvema telesoma je enaka $\kappa m M/r^2$. Zanima nas, kdaj je

$$\kappa\frac{mM_z}{(l-x)^2} \;\; = \;\; 5\,\kappa\frac{mM_l}{x^2},$$

kjer je x razdalja med iskano točko in Luno merjeno v smeri proti Zemlji. Upoštevamo $M_z = 80\,M_l$, sledi kvadratna enačba $16\,x^2 = (l-x)^2$ z dvema rešitvama: $x_1 = l/5 = 0,66\,10^8\,\mathrm{m}$ (med Zemljo in Luno) in $x_2 = -l/3 = -1,1\,10^8\,\mathrm{m}$ (točka v oddaljenosti $4,4\,10^8\,\mathrm{m}$ od Zemlje).

21. Dekle v Ferrariju se pelje s hitrostjo 130 km/h. Prehiti jo fant na motorju, ki se vozi enakomerno s hitrostjo 160 km/h. Dekle se ujezi in začne v istem trenutku pospeševati s pospeškom 3 m/s^2. Po kolikšnem času je njena hitrost enaka fantovi? Po kolikšnem času in kako daleč od mesta srečanja dekle dohiti fanta?

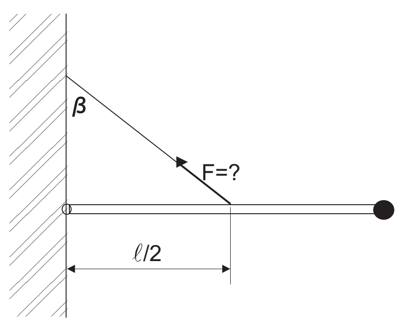
Rešitev

Pričnimo čas šteti od trenutka, ko fant prehiti dekle. Fant se giblje enakomerno, torej je njegova prepotovana pot v odvisnosti od časa enaka $s_1 = v_1 t$, $v_1 = 160\,\mathrm{km/h}$. Dekle se giblje enakomerno pospešeno, njena hitrost se s časom spreminja kot $v = v_2 + at$, kjer je $v_2 = 130\,\mathrm{km/h}$ in $a = 3\,\mathrm{m/s}^2$. Pot, ko jo prevozi od trenutka, ko jo je fant prehitel, je $s_2 = v_2 t + at^2/2$.

Dekletova hitrost je enaka fantovi, ko je $v = v_2 + at = v_1$, sledi $t = (v_1 - v_2)/a = 2,8\,\mathrm{s}$.

V trenutku, ko dekle dohiti fanta, sta oba prepotovala enako pot od mesta prvega srečanja, torej je $s_1 = s_2$. Sledi $t' = 2(v_1 - v_2)/a = 5,6\,\mathrm{s}$. V tem času sta prepotovala pot $s' = v_1 t' = 247\,\mathrm{m}$.

22. Palica z dolžino 0.5 m in maso 10 kg je na eni strani vrtljivo pritrjena na steno in obešena z vrvjo kot kaže slika. Kot med vrvjo in zidom je $\beta = 70°$. Na koncu palice je pritrjena svetilka z maso 5 kg. S kolikšno silo je napeta vrv? S kolikšno hitrostjo udari svetilka ob steno, če se vrv nenadoma pretrga?



Rešitev

V ravnovesju je vsota vseh navorov enaka nič:

$$\begin{aligned} mgl/2 + Mgl - F\cos\beta l/2 &= 0\,,\ \text{sledi} \\ F &= \frac{(m+2M)g}{\cos\beta} = 572\,\mathrm{N}\,. \end{aligned}$$

Ko se vrv pretrga, se palica s svetilko prosto giblje in uporabimo zakon o ohranitvi energije; sprememba potencialne energije je po velikosti enaka spremembi (rotacijske) kinetične energije.

$$mgl/2 + Mgl = mv^2/6 + Mv^2/2\,,\ \text{sledi}$$

$$v = \sqrt{\frac{(m+2M)gl}{m/3+M}} = 3,4\,\mathrm{m/s}\,.$$

Palici se težišče zniža le za $l/2$. Uporabili smo izraz za rotacijsko kinetično energijo palice $W_{\mathrm{rk}} = J\omega^2/2 = ml^2\omega^2/6 = mv^2/6$, kjer je v hitrost svetilke.

23. Na tleh stoji pokončna posoda, ki je do višine 1 m napolnjena z vodo. Na višini 0.6 m od tal v stranski steni izvrtamo majhno luknjico. Kolikšen je domet iztekajočega curka?

    Rešitev

    Ob izstopu iz posode ima curek vode hitrost $v = \sqrt{2g(H-h)}$ v vodoravni smeri, kjer je $H = 1\,\mathrm{m}$ in $h = 0,6\,\mathrm{m}$. Po izstopu iz posode pada $t = \sqrt{2h/g}$ in v tem času naredi pot $x = vt = 2\sqrt{h(H-h)}$. Domet je enak $x = 1,1\,\mathrm{m}$.

24. Pri snemanju filma kaskader teče po ravni strehi in z roba strehe skoči proti sosednji zgradbi, ki je v vodoravni smeri oddaljena za $6,2\,\mathrm{m}$. Odrine se v vodoravni smeri s hitrostjo $4,5\,\mathrm{m/s}$. Ali bo pristal na sosednji strehi, če je le-ta za $4,8\,\mathrm{m}$ nižja od prve?

    Rešitev

    Kaskader bo padel za $h = 4,8\,\mathrm{m}$ v času $t = \sqrt{2h/g} = 0.99\,\mathrm{s}$. V tem času bo v horizontalni smeti prepotoval razdaljo $x = vt = 4.5\,\mathrm{m}$, kar je manj od razdalje med stavbama. Torej kaskader ne bo pristal na sosednji strehi.

25. Oče in sin neseta $50\,\mathrm{kg}$ težko omaro po stopnicah. Oba delujeta na omaro s silo samo v navpični smeri. Oče jo drži za sprednji, sin pa za zadnji rob (slika 25). Omara je visoka $1,9\,\mathrm{m}$ in široka $0,70\,\mathrm{m}$. Naklon stopnic je $30°$, omara je nagnjena za enak kot. S kolikšno silo drži omaro oče in s kolikšno sin?

    Rešitev

    Označimo z F_1 silo, s katero drži omaro oče in z F_2 silo, s katero drži omaro sin. Pri enakomernem gibanju je vsota vseh sil na telo in vsota vseh navorov enaka nič.

$$\begin{aligned} F_1 + F_2 - F_g &= 0\ \mathrm{in} \\ F_1 a\cos\alpha - F_g(a/2 - b/2\,\tan\alpha)\cos\alpha &= 0\,, \end{aligned}$$

kjer je $a = 1,9\,\mathrm{m}$, $b = 0,7\,\mathrm{m}$ in $(a/2 - b/2\,\tan\alpha)$ ročica sile teže (ki prijemlje v težišču, to je na sredini omare). Sledi

$$\begin{aligned} F_1 &= F_g\frac{1}{2}\left(1 - \frac{b}{a}\tan\alpha\right)\ \mathrm{in} \\ F_2 &= F_g\frac{1}{2}\left(1 + \frac{b}{a}\tan\alpha\right) = 318\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

in $F_1 = 172\,\mathrm{N}$.

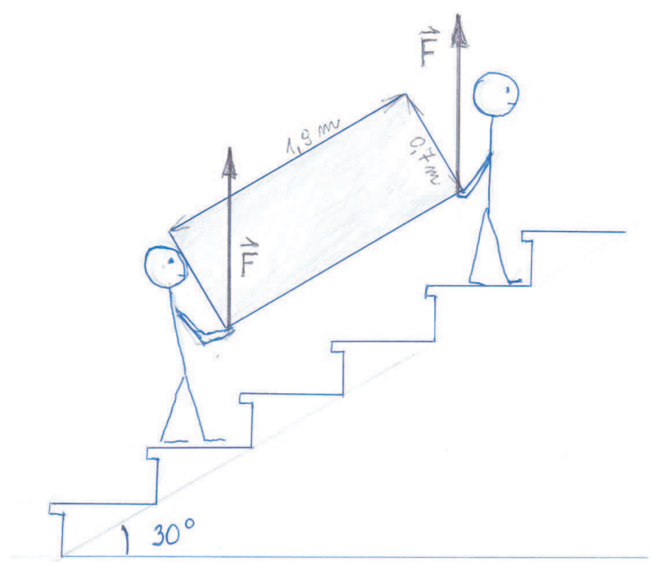


Figure 1.1: Omara.

Chapter 2

Nihanje in Valovanje

1. Matematično nihalo niha z nihajnim časom 1 s. Kolikšna je dolžina vrvice? Za koliko odstotkov se spremeni nihanji čas nihala, če ga dvignemo 20 km nad površje Zemlje? Polmer Zemlje je 6400 km.

   Rešitev

   Kotno frekvenco matematičnega nihala izračunamo po enačbi

   $$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}\,.$$

   Ker je $\omega = 2\pi/t_0$, dobimo dolžino vrvice

   $$l = \frac{g t_0^2}{4\pi^2} = 0.25\,\mathrm{m}\,.$$

   Ko se dvignemo nad zemeljsko površino, se gravitacijski pospešek izračuna po enačbi

   $$g(r) = g_0 \frac{r_0^2}{r^2}\,,$$

   kjer je g_0 težnostni pospešek na površini Zemlje, r_0 polmer Zemlje ter r oddaljenost od središča Zemlje, v našem primeru 6420 km. Če s tem pospeškom izračunamo nihajni čas, vidimo, da je za 0.3% večji kot na zemeljski površini.

   $$\frac{dt_0}{t_0} = \frac{dr}{r} = \frac{20\,\mathrm{km}}{6400\,\mathrm{km}} = 0.3\%\,.$$

2. (*) Nihalo na starinski uri je sestavljeno iz palice mase 100 gramov, na koncu katere je pritrjena utež mase 300 g. Kolikšna mora biti dolžina palice, da bo čas enega nihaja ustrezal eni sekundi?

   Rešitev

Uporabimo (ali izpeljemo) formulo za nihajni čas fizikalnega nihala. Oddaljenost težišča od osi je $(m_1 l/2 + m_2 l)/(m_1 + m_2)$, vztrajnostni moment tako sestavljenega nihala pa $m_1 l^2/3 + m_2 l^2$. Sledi

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{t_0} = \omega &= \sqrt{\frac{(m_1 l/2 + m_2 l)g}{m_1 l^2/3 + m_2 l^2}} \\ l &= \frac{(m_1/2 + m_2)g}{m_1/3 + m_2} \left(\frac{t_0}{2\pi}\right)^2 = 26,1\,\mathrm{cm}. \end{aligned}$$

3. Netopir se približuje sedeči muhi s hitrostjo v=5 m/s. Ko je na oddaljenosti d od nje, prične oddajati ultrazvok frekvence $\nu_0 = 50$ kHz in moči P = 0.1 mW enakomerno v vse smeri; hitrost ultrazvoka v zraku je c=340 m/s. Muho zazna na podlagi odbitega valovanja. Kolikšna je razdalja d, če netopir prejme odbito valovanje z zakasnitvijo 0.1 s? Kolikšna je jakost ultrazvoka na mestu, kjer sedi muha? Kolikšna je frekvenca odbitega valovanja, ki jo zazna netopir?

Rešitev

Zvočno valovanje se vrne do netopira po času t, v katerem netopir prepotuje razdaljo $v \cdot t$, zvok pa razdaljo $c \cdot t$, ki je enaka $d + (d - v \cdot t)$. Sledi, da je razdalja $d = (c + v) \cdot t/2 = 17.25\ m$. Jakost zvoka na tej razdalji dobimo po enači $j = P/4\pi d^2 = 2.6 \cdot 10^{-8} W$. Pri računanju frekvence odbitega valovanja upoštevamo najprej, da se izvor (netopir) približuje in poslušalec (muha) miruje, po odboju pa izvor (muha) miruje in se poslušalec (netopir) približuje:

$$\nu = \nu_0 \frac{(1 + \frac{v}{c})}{(1 - \frac{v}{c})} = 51.49\ kHz. \tag{2.1}$$

Chapter 3

Toplota

1. (*) Aluminijasta palica s presekom $10\,\mathrm{cm}^2$ in dolžino $20\,\mathrm{cm}$ ima na enem koncu pritrjen električni grelec, na drugem koncu pa jo obliva tekoča voda s stalno temperaturo $15\,^\circ\mathrm{C}$. Moč grelca je $30\,\mathrm{W}$. Kolikšna je temperatura palice pri grelcu? Za koliko se spremeni ta temperatura, če povečamo moč grelca na $60\,\mathrm{W}$? ($\lambda = 209\,\mathrm{W/mK}$)

   Rešitev

   Po palici teče toplotni tok
   $$P = \lambda S \frac{\Delta T}{l}\,,$$
   kjer je S presek, l dolžina palice in ΔT temperaturna razlika med koncema palice. Pri moči gretja $P_1 = 30\,\mathrm{W}$ je tako temperaturna razlika
   $$\Delta T_1 = \frac{P_1 l}{\lambda S} = 28.7\,\mathrm{K}\,,$$
   iz česar sledi temperatura palice pri grelcu
   $$T_1 = T_0 + \Delta T_1 = 43.7\,^\circ\mathrm{C}\,.$$
   Pri moči gretja $P_1 = 60\,\mathrm{W}$ je temperaturna razlika med koncema palice dvakrat večja, torej se palica dodatno segreje za
   $$\Delta T = \Delta T_2 - \Delta T_1 = 2\Delta T_1 - \Delta T_1 = \Delta T_1 = 28.7\,\mathrm{K}\,.$$

2. $2\,\mathrm{kg}$ ledu pri temperaturi $-10\,^\circ\mathrm{C}$ vržemo v $3\,\mathrm{kg}$ vrele vode. Kolikšna bo temperatura zmesi? ($c_{voda} = 4200\,\mathrm{J/kgK}$, $c_{led} = 2100\,\mathrm{J/kgK}$, $q_t = 336000\,\mathrm{J/kg}$)

   Rešitev

   Če bi vso tekočo vodo ohladili na $0\,^\circ\mathrm{C}$ bi morali odvesti toploto
   $$Q_v = m_{voda} c_{voda} \Delta T_1 = 1260\,\mathrm{kJ}\,,$$

kjer je $\Delta T_1 = 100\,\mathrm{K}$. Za segrevanje ledu do tališča potrebujemo toploto

$$Q_l = m_{led} c_{led} \Delta T_2 = 42\,\mathrm{kJ}\,,$$

kjer je $\Delta T_2 = 10\,\mathrm{K}$. za taljenje ledu pa

$$Q_t = m_{led} q_t = 672\,\mathrm{kJ}\,.$$

Ker za segrevanje ledu in njegovo taljenje potrebujemo manj toplote, kot jo lahko odda ohlajanje vode, bo končno stanje tekoča voda pri temperatuti T_k. Energijska bilanca nam da enačbo

$$m_{voda} c_{voda} (T_v - T_k) = m_{led} c_{led} (T_0 - T_l) + m_{led} q_t + m_{led} c_{voda} (T_k - T_0)\,,$$

kjer je T_v temperatura vrelišča, T_0 temperatura ledišča in T_l temperatura ledu. Končna temperatura je torej

$$T_k = \frac{1}{c_{voda}(m_{voda} + m_{led})} \left[m_{voda} c_{voda} T_v + m_{led} c_{voda} T_0 - m_{led} q_t - m_{led} c_{led} (T_0 - T_k) \right]$$

$$T_k = 299\,\mathrm{K} = 26°\mathrm{C}\,.$$

3. (*) Maso 7 g zraka, ki na začetku zavzema prostornino 10 l in ima tlak 2 bara stisnemo najprej pri konstantnem tlaku na polovično prostornino in ga nato adiabatno stisnemo na prostornino 2 l. Koliko dela smo pri tem procesu opravili? Koliko toplote je oddal plin? Kolikšna je sprememba notranje energije? ($M = 29\,\mathrm{kg}$, $c_v = 720\,\mathrm{J/kgK}$, $\kappa = 1.4$)

Rešitev

V začetnem stanju ima zrak tlak p_1, prostornino V_1 in temperaturo

$$T_1 = \frac{p_1 V_1 M}{mR} = 998\,\mathrm{K}\,.$$

Ker zrak izobarno stisnemo ima v vmesnem stanju tlak p_1, prostornino $V_1/2$ in temperaturo

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{T_1}{2} = 499\,\mathrm{K}\,.$$

Po adiabatnem stiskanu ima prostornino V_3, tlak

$$p_3 = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\kappa} p_2 = 7.2\,\mathrm{bar}$$

in temperaturo

$$T_3 = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\kappa - 1} T_2 = 720\,\mathrm{K}\,.$$

Sedaj lahko izračunamo spremembo notranje energije, delo in toploto za posamezno spremembo. Pri prvi spremembi je to velja

$$\Delta W_{n1} = A_1 + Q_1$$

$$A_1 = -p_1(V_2 - V_1) = \frac{p_1 V_1}{2} = 1000\,\mathrm{J}\,,$$

$$Q_1 = mc_p(T_2 - T_1) = m\kappa c_v(T_2 - T_1) = -m\kappa c_v \frac{T_1}{2} = -3500\,\mathrm{J}\,,$$

$$\Delta W_{n1} = mc_v(T_2 - T_1) = -mc_v \frac{T_1}{2} = -2515\,\mathrm{J}\,.$$

Pri drugi spremembi pa velja

$$\Delta W_{n2} = A_2 = mc_v(T_3 - T_2) = 1114\,\mathrm{J}\,.$$

Plin je torej oddal toploto

$$Q = -3500\,\mathrm{J}\,,$$

opravili smo delo

$$A = 2114\,\mathrm{J}\,,$$

sprememba njegove notranje energije pa je bila

$$\Delta W_n = -1401\,\mathrm{J}\,.$$

4. (*) Idealni plin segrejemo pri konstantni prostornini. Pri tem se mu tlak poveča na dvakratno vrednost. Nato ga adiabatno razpnemo tako, da se mu tlak zniža na začetno vrednost. Nazadnje ga pri konstantnem tlaku stisnemo na začetno prostornino. Kolikšen je toplotni izkoristek takega stroja? Specifična toplota idealnega plina pri konstantnem volumnu je $c_v = \frac{3R}{2M}$, pri konstantnem tlaku pa $c_p = \frac{5R}{2M}$.

   Rešitev

   Za plin v vsakem trenutku velja plinska enačba:

$$pV = \frac{mRT}{M}$$

   Pri adiabatni spremembi velja tudi $pV^\kappa =$ konst, kjer je $\kappa = c_p/c_v = 5/3$.
   Naj ima na začetku plin temperaturo T_1, volumen V_1 in tlak p_1. Nato ga pri konstantni prostornini segrejemo na dvakratno temperaturo, torej je $T_2 = 2T_1$ in $V_2 = V_1$. Iz plinske enačbe $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$ sledi $p_2 = 2p_1$. Pri adiabatnem segrevanju uporabimo enačbo $p_2V_2^\kappa = p_3V_3^\kappa$. Ker je $p_3 = p_1$ sledi $V_3 = 2^{1/\kappa}V_2$ in nato iz plinske anačbe $T_3 = 2^{1/\kappa - 1}T_2$.
   Pri adiabatnem razpenjanju plin opravi delo, ki je po velikosti enako spremembi notranje energije

$$A_1 = mc_v(T_3 - T_2) = m\frac{3R}{2M}(2^{1/\kappa - 1} - 1)2T_1 = \frac{mRT_1}{M}\,3(2^{1/\kappa - 1} - 1)$$

Pri izobarnem stiskanju moramo opraviti delo

$$A_2 = -p\Delta V = p_1(V_3 - V_1) = p_1(2^{1/\kappa} - 1)V_1 = \frac{mRT_1}{M}(2^{1/\kappa} - 1)$$

V zadnjem koraku smo spet uporabili plinsko enačbo.
Pri prvi spremembi plinu dovedemo toploto

$$Q = mc_v(T_2 - T_1) = mc_vT_1 = m\frac{3R}{2M}T_1 = \frac{mRT_1}{M}\,\frac{3}{2}$$

Izkoristek je definiran kot

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{|A_1| - A_2}{Q} = \frac{3(1 - 2^{1/\kappa - 1}) - (2^{1/\kappa} - 1)}{3/2} \\ &= \frac{8 - 5 \cdot 2^{1/\kappa}}{3} = 0,14\end{aligned}$$

Faktor $\frac{mRT_1}{M}$ je enak v vseh treh členih in se pokrajša.

5. (*) Idealni plin segrejemo pri konstantni prostornini. Pri tem se mu tlak poveča na trikratno vrednost. Nato ga izotermno razpenjamo, dokler ni njegov tlak enak začetnemu. Nazadnje ga pri konstantnem tlaku stisnemo na začetno prostornino. Kolikšen je toplotni izkoristek takega stroja? Specifična toplota idealnega plina pri konstantnem volumnu je $c_v = \frac{3R}{2M}$, pri konstantnem tlaku pa $c_p = \frac{5R}{2M}$.

Rešitev

Za plin v vsakem trenutku velja plinska enačba:

$$pV = \frac{mRT}{M}\,.$$

Naj ima na začetku plin temperaturo T_1, volumen V_1 in tlak p_1. Nato ga pri konstantni prostornini segrejemo tako, da se mu tlak poveča na trikratno vrednost, torej je $p_2 = 3p_1$ in $V_2 = V_1$. Iz plinske enačbe $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$ sledi $T_2 = 3T_1$. Pri izotermnem razpenjanju ostane temperatura konstantna, torej je $T_3 = T_2 = 3T_1$. Iz podatkov in plinske enačbe sledi $p_3 = p_1$ in $V_3 = 3V_1$.

Pri prvi spremembi plinu dovedemo toploto

$$Q = mc_v(T_2 - T_1) = mc_v2T_1 = m\frac{3R}{2M}2T_1 = 3p_1V_1$$

Pri izotermnem razpenjanju plin opravi delo, ki je po velikosti enako dovedeni toploti pri tej spremembi

$$A_1 = -p_2V_2\ln(V_3/V_2) = -3p_1V_1\ln 3$$

Pri izobarnem stiskanju moramo opraviti delo

$$A_2 \;=\; -p\Delta V = p_1(V_3 - V_1) = 2p_1V_1$$

Izkoristek je definiran kot

$$\eta \;=\; \frac{|A_1| - A_2}{Q_{do}} = \frac{3\ln 3 - 2}{3(\ln 3 + 1)} = 0,21$$

Do enakega rezultata pridemo, če namesto dela izračunamo dovedeno oz. odvedeno toploto pri vseh treh spremembah in uporabimo energijski zakon: $|A| = Q_{do} - Q_{od}$.

6. Led pri temperaturi $T_z = 0°\mathrm{C}$ začnemo segrevati z električnim grelcem moči $P = 1\,\mathrm{kW}$. V času desetih minut se led stali in nastala voda se segreje do temperature $T_k = 5°\mathrm{C}$. Kolikšna je bila masa ledu na začetku? Specifična talilna toplota ledu je $q_t = 336\,\mathrm{kJ/kg}$, specifična toplota vode pa $c_p = 4200\,\mathrm{J/kgK}$.

   Rešitev

   Delo električnega grelca se porabi za taljenje ledu in segrevanje vode

   $$Pt = mq_t + mc_p\Delta T\,,$$

   kjer je $\Delta T = 5\,\mathrm{K}$ in m masa ledu. Od tod izračunamo maso ledu

   $$m = \frac{Pt}{q_t + c_p\Delta T} = 1.68\,\mathrm{kg}\,.$$

7. V čajniku bi radi pripravili liter zelenega čaja. Na razpolago imamo le vrelo vodo in vodo iz pipe pri temperaturi 12° C. Koliko ene in druge moramo zliti v čajnik, da bo njena končna temperatura 70° C?

   Čajnik je na sobni temperaturi (20° C), njegova toplotna kapaciteta pa je 300 J/K. Specifična toplota vode je 4200 J/kgK.

   Rešitev

   m_1 vrele vode pri $T_1 = 100\,°\mathrm{C}$ bo oddalo toploto $Q = m_1c_p(T_1 - T)$ preostalemu delu sistema, ki se bo zato ogrel na isto končno temperaturo $T = 70\,°\mathrm{C}$ in pri tem porabil $Q = m_2c_p(T - T_2) + C(T - T_3)$ toplote, kjer je $T_2 = 12\,°\mathrm{C}$, $T_3 = 20\,°\mathrm{C}$ in C toplotna kapaciteta čajnika. Skupna masa vode v čajniku mora biti enaka masi enega litra, $m_1 + m_2 = m = 1\,\mathrm{kg}$. Sledi

   $$m_1 \;=\; \frac{m(T - T_2)}{T_1 - T_2} + \frac{C(T - T_3)}{c_p(T_1 - T_2)} = 0,70\,\mathrm{kg}.$$

   V čajnik moramo naliti 7 dl vrele vode in 3 dl vode iz pipe.

8. Za koliko bi se dvignila morska gladina zaradi temperaturnega raztezanja vode, če bi se vsi oceani na Zemlji segreli v povprečju za 1°C?
   Povprečna globina oceanov na Zemlji je 3,79 km, njihova skupna površina pa 361 10^6 km^2. Prostorninski koeficient temperaturnega raztezka vode (pri temperaturi približno 6°C) je 2 10^{-5} /K.

   Rešitev

   Prostornina oceanov bi se povečala za $\Delta V = \beta V \Delta T$, zaradi česar bi se morska gladina dvignila za

$$\begin{aligned} \Delta h &= \frac{\Delta V}{S} = \frac{\beta V \Delta T}{S} = \\ &= \frac{\beta S h \Delta T}{S} = \beta h \Delta T = 7,6\,\mathrm{cm}. \end{aligned}$$

9. V posodi toplotne kapacitete 500 J/K je 1 liter vode pri temperaturi 60°C. V vodo dodamo 0,3 kg ledu pri temperaturi 0°C. Kolikšna je ravnovesna temperatura?
   Posoda je toplotno izolirana od okolice. Specifična toplota vode je 4200 J/kgK, talilna toplota ledu pa 336 kJ/kg.

   Rešitev

   Označimo $C = 500\,\mathrm{J/K}$, $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$, $T_1 = 60°\mathrm{C}$, $m_2 = 0,3\,\mathrm{kg}$ in $T_2 = 0°\mathrm{C}$. Končna temperatura zmesi naj bo T. Sistem je toplotno izoliran od okolice, zato led prejme toliko toplote, kolikor je posoda vode odda.

$$\begin{aligned} m_1 c_p (T_1 - T) + C(T_1 - T) &= m_2 q_t + m_2 c_p (T - T_2) \\ T &= \frac{(m_1 c_p + C) T_1 + m_2 c_p T_2 - m_2 q_t}{m_2 c_p + m_1 c_p + C} = 30,4°\mathrm{C} \end{aligned}$$

10. (*) Idealni plin segrejemo pri konstantni prostornini. Pri tem se mu tlak poveča na dvakratno vrednost. Nato ga adiabatno razpnemo tako, da se mu tlak zniža na začetno vrednost. Nazadnje ga pri konstantnem tlaku stisnemo na začetno prostornino. Kolikšen je toplotni izkoristek takega stroja? Specifična toplota idealnega plina pri konstantnem volumnu je $c_v = \frac{3R}{2M}$, pri konstantnem tlaku pa $c_p = \frac{5R}{2M}$.

    Rešitev

    Za plin v vsakem trenutku velja plinska enačba:

$$pV = \frac{mRT}{M}$$

    Pri adiabatni spremembi velja tudi $pV^\kappa = \mathrm{konst}$, kjer je $\kappa = c_p/c_v = 5/3$.
    Naj ima na začetku plin temperaturo T_1, volumen V_1 in tlak p_1. Nato ga pri konstantni prostornini segrejemo na dvakratno temperaturo, torej je $T_2 = 2T_1$ in $V_2 = V_1$.

Iz plinske enačbe $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$ sledi $p_2 = 2p_1$. Pri adiabatnem segrevanju uporabimo enačbo $p_2V_2^\kappa = p_3V_3^\kappa$. Ker je $p_3 = p_1$ sledi $V_3 = 2^{1/\kappa}V_2$ in nato iz plinske anačbe $T_3 = 2^{1/\kappa-1}T_2$.
Pri adiabatnem razpenjanju plin opravi delo, ki je po velikosti enako spremembi notranje energije

$$A_1 = mc_v(T_3 - T_2) = m\frac{3R}{2M}(2^{1/\kappa-1} - 1)2T_1 = \frac{mRT_1}{M}\,3(2^{1/\kappa-1} - 1)$$

Pri izobarnem stiskanju moramo opraviti delo

$$A_2 = -p\Delta V = p_1(V_3 - V_1) = p_1(2^{1/\kappa} - 1)V_1 = \frac{mRT_1}{M}\,(2^{1/\kappa} - 1)$$

V zadnjem koraku smo spet uporabili plinsko enačbo.
Pri prvi spremembi plinu dovedemo toploto

$$Q = mc_v(T_2 - T_1) = mc_vT_1 = m\frac{3R}{2M}T_1 = \frac{mRT_1}{M}\,\frac{3}{2}$$

Izkoristek je definiran kot

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{|A_1| - A_2}{Q} = \frac{3(1 - 2^{1/\kappa-1}) - (2^{1/\kappa} - 1)}{3/2} \\ &= \frac{8 - 5\cdot 2^{1/\kappa}}{3} = 0,14 \end{aligned}$$

Faktor $\frac{mRT_1}{M}$ je enak v vseh treh členih in se pokrajša.

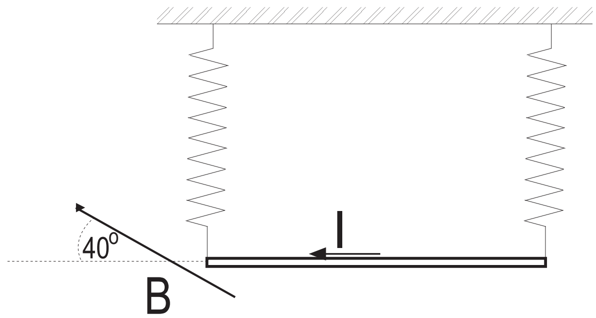
11. Zmrzovalnik ima površino sten enako 1 m^2, obložene pa so s 4 cm debelo plastjo toplotne izolacije s toplotno prevodnsotjo 0.05 W/mK. V zmrzovalniku imamo 15 kg zamrznjenih živil, v trenutku našega odhoda na krajši dopust pa se pokvari. Vrnemo se čez dva dni (48 ur). Kolikšen del živil bo ostal zamrznjen do trenutka naše vrnitve? V kolikšnem času se odtalijo vsa živila? Zamrznjena živila obravnaj kot led pri temperaturi 0°C s talilno toploto 336 kJ/kg. V zmrzovalniku naj bo ves čas odtajanja živil temperatura 0°C, v okolici pa 20°C.

Rešitev

Zaradi temperaturne razlike teče skozi stene zamrzovalnika toplotni tok. Iz okolice v zamrzovalnik se izmenja toplota $Q = \frac{\Delta TS\lambda}{l}t$, ki se porabi za odtaljevanje živil, $Q = mC_t$. V času $t = 48\,\text{ur}$ se odtali $m_1 = \frac{\Delta TS\lambda t}{lC_t} = 12,9\,\text{kg}$ živil. Delež zamrznjenih živil je $x = 1 - m_1/m = 14,3\%$.

Vsa živila se bodo odtalila v času $t_1 = \frac{mC_tl}{\Delta TS\lambda} = 56\,\text{ur}$.

12. Na tleh stoji pokončna posoda, ki je do višine 1 m napolnjena z vodo. Na višini 0.6 m od tal v stranski steni izvrtamo majhno luknjico. Kolikšen je domet iztekajočega curka?



naloga 3

13. Vodo mase 4 kg in temperature 60°C vlijemo na led mase 1 kg in temperature -15°C. Kaj dobimo in kolikšna je končna temperatura, če toplotno izmenjavo z okolico zanemarimo? Specifična toplota vode je 4200 J/kgK, specifična toplota ledu je 2100 J/kgK, talilna toplota ledu pa 336 kJ/kg.

Rešitev

Če se $m_1 = 4\,\mathrm{kg}$ vode ohladi na 0°C, le-ta pri tem odda $Q_1 = m_1 c_p \Delta T_1 = 1,008\,\mathrm{MJ}$ energije. Za to, da led segrejemo do temperature 0°C in stalimo, potrebujemo $Q_2 = m_2 c_{p,\mathrm{led}} \Delta T_2 + m_2 q_t = 0,368\,\mathrm{MJ}$ energije. Ker je $Q_2 < Q_1$, potrebujemo za segrevanje ledu manj toplote, kot jo lahko odda voda. Zato bo končna temperatura zmesi T višja od 0°C, imeli bomo pa samo vodo. Označimo $T_1 = 60°\mathrm{C}$, $T_2 = -15°\mathrm{C}$, $T_0 = 0°\mathrm{C}$ in zapišimo energijsko enačbo za sistem.

$$m_1 c_p (T - T_1) + m_2 c_{p,\mathrm{led}} (T_0 - T_2) + m_2 q_t + m_2 c_p (T - T_0) = 0\,,$$

sledi

$$\begin{aligned} T &= T_0 + \frac{m_1 c_p (T_1 - T_0) - m_2 c_{p,\mathrm{led}} (T_0 - T_2) - m_2 q_t}{(m_1 + m_2) c_p} = \\ &= \frac{Q_1 - Q_2}{(m_1 + m_2) c_p} = 30°\mathrm{C}\,. \end{aligned}$$

Chapter 4

Elektrika in Magnetizem

1. Tri kroglice z naboji po $0,6 \times 10^{-6}$ As in maso po $2\,\mathrm{g}$ so pritrjene v ogliščih enakostraničnega trikotnika s stranico $2\,\mathrm{cm}$. S kolikšnim pospeškom in v kateri smeri se bo pričela gibati ena izmed kroglic, ko jo sprostimo?

   Rešitev

   Električno polje dveh kroglic na mestu tretje kroglice je enako

   $$E = \frac{2e}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\cos\alpha$$

   kjer je e naboj posamezne kroglice, l razdalja med dvema kroglicama in $\alpha = 30°$. Smer polja je vzporedna s simetralo med kroglicama, ki povzročata polje. Sila na tretjo kroglico v takem polju je odbojna in enaka

   $$F = Ee = ma\,,$$

   kjer je m masa posamezne kroglice in a njen pospešek, ko kroglico sprostimo, ki je enak

   $$a = \frac{2e^2\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 l^2 m} = 6969\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

2. Tri 60 W žarnice so vezane v električno napeljavo tako, kot kaže skica. S kolikšno močjo sveti vsaka od njih?

   Nazivna moč žarnice (60 W) je moč, s katero sveti žarnica, če je (sama) priklopljena na vir napetosti.

   Rešitev

   Če bi bila le ena od žarnic vezana v napeljavo, bi svetila z nazivno močjo

   $$P_0 = UI = \frac{U^2}{R} = 60\ \mathrm{W},$$

   kjer je R upor žarnice in U napetost v vezju.

Pri vezavi treh žarnic je skupni upor dveh vzporedno vezanih enak

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} ,$$

sledi $R_2 = R/2$. Tretja žarnica je vezana zaporedno, torej je skupni upor vseh treh enak

$$R_3 = R + R_2 = 3R/2 .$$

Moč, s katero sveti vsaka od treh žarnic je različna od P_0, ker je napetost na vsaki od njih različna od U:

$$P_i = U_i I_i = \frac{U_i^2}{R} = I_i^2 R$$

Tok skozi vezje je enak

$$I = \frac{U}{R_3} = \frac{2U}{3R}$$

Tok skozi tretjo, zaporedno vezano žarnico je enak $I_3 = I$, tok skozi vsako od dveh vzporedno vezanih žarnic pa je $I_1 = I_2 = I/2$, ker so upori enaki. Sledi

$$\begin{aligned} P_3 &= I_3^2 R = \frac{4}{9}\frac{U^2}{R} = \frac{4}{9}P_0 = 26,7 \text{ W} \\ P_1 &= P_2 = I_2^2 R = \frac{1}{9}\frac{U^2}{R} = \frac{1}{9}P_0 = 6,7 \text{ W}. \end{aligned}$$

3. Magnetna igla se nahaja na sredini $0,5$ m dolge tuljave s 300 ovoji, po kateri teče enosmerni električni tok $0,01$ A v smeri, ki je označena na skici. Os tuljave leži v smeri vzhod-zahod. V katero smer je zasukana magnetnica, če je vodoravna komponenta gostote zemeljskega magnetnega polja $2 \cdot 10^{-5}$ T in kaže proti severu?

   Rešitev

   Magnetno polje tuljave je

   $$B_t = \frac{\mu_0 N I}{l} = 0,754\ 10^{-5} \text{ T}$$

   in kaže v smeri proti zahodu. Magnetna igla se bo postavila v smer vsote magnetnega polja zemlje in tuljave, kot med severom in smerjo magnetne igle je

   $$\tan\varphi = \frac{B_t}{B_z} = \frac{0,754\ 10^{-5}\text{T}}{2\ 10^{-5}\text{T}} = 0,377 ;$$

   sledi $\varphi = 20,7°$. Magnetna igla je obrnjena v smeri S-SZ.

4. Ploščati kondenzator, ki ga sestavljata dve kovinski plošči s površino 100 cm^2 na medsebojni razdalji 2 mm, nabijemo na napetost 100 V in odklopimo vir napetosti. Nato kondenzatorju vzporedno vežemo drug kondenzator s pol manjšo površino plošč.

Kolikšen je naboj na vsakem od kondenzatorjev? Kolikšna je sprememba energije vsakega od njih?

Enaki vprašanji, če vira napetosti ne odklopimo.

Rešitev

Kapaciteta ploščatega kondenzatorja je

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = 44,3 \text{ pF}.$$

Drugi kondenzator ima pol manjšo površino, torej je $C_2 = C_1/2$. Naboj, ki se nabere na prvem kondenzatorju, ko je ta priklopljen na napetost 100 V, je $e = C_1 U = 4,43\ 10^{-9}$ As. Ko vir napetosti odklopimo in k prvemu kondenzatorju vežemo drugega, se ta naboj razdeli na oba, pri čemer upoštevamo, da je napetost na obeh kondenzatorjih enaka. $U_1 = U_2$, sledi $e_1/C_1 = e_2/C_2 = e_2/(C_1/2)$ in $e_1 = 2e_2$. Ker se skupni naboj ohranja je $e_1 + e_2 = e$, $e_1 = 2e/3 = 2,95\ 10^{-9}$ As in $e_2 = e/3 = 1,48\ 10^{-9}$ As.

Začetna električna energija prvega kondenzatorja je

$$W_e = \frac{1}{2}\ C_1 U^2 = \frac{e^2}{2C_1} = 2,2\ 10^{-7} \text{ J},$$

sledi

$$\begin{aligned}
\Delta W_1 &= \frac{e_1^2}{2C_1} - \frac{e^2}{2C_1} = \frac{e^2}{2C_1}\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1\right) = -\frac{5}{9}W_e = -1,23\ 10^{-7} \text{ J} \quad \text{in} \\
\Delta W_2 &= \frac{e_2^2}{2C_2} - 0 = \frac{2}{9}W_e = 0,49\ 10^{-7}\text{J}.
\end{aligned}$$

Sprememba energije prvega kondenzatorja je negativna, ker je njegova končna energija manjša od začetne.

V drugem delu naloge, kjer vira napetosti ne odklopimo, je napetost na vsakem od kondenzatorjev enaka U. Napetost na prvem je torej enaka, kot je bila preden smo zraven vezali drugi kondenzator, zato ostaneta naboj in njegova energija nespremenjeni: $e_1' = e = 4,43\ 10^{-9}$ As in $\Delta W_1' = 0$. Na drugem kondenzatorju se nabere naboj $e_2' = C_2 U = e/2 = 2,2\ 10^{-9}$ As, sprememba njegove električne energije pa je $\Delta W_2' = C_2 U^2/2 - 0 = 1,1\ 10^{-7}$ J.

5. Na ploščati kondenzator, ki ima plošči s površino $S = 5\,\text{cm}^2$ razmaknjeni za $d = 1\,\text{mm}$, ter med njima dielektrik z dielektrično konstanto $\varepsilon = 10$, priklopimo napetostni izvir z napetostjo $U = 25\,\text{V}$. Kondenzator se nabije, nakar izvir odklopimo. Kolikšno delo opravimo, ko izvlečemo dielektrik? Izračunaj električno polje med ploščama kondenzatorja na začetku in na koncu.

Rešitev

Naboj na kondenzatorju se ohranja

$$e = C_1 U_1 = C_2 U_2 \,.$$

Delo je enako spremembi električne potencialne energije

$$A = \frac{C_2 U_2^2}{2} - \frac{C_1 U_1^2}{2} \,.$$

Z upoštevanjem enačbe za kapaciteto kondenzatorja tako dobimo

$$A = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S U_1^2}{2d}(\varepsilon - 1) = 1.3 \times 10^{-7}\,\mathrm{J}\,.$$

Električno polje na začetku je

$$E_1 = \frac{U_1}{d} = 25 \times 10^3 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\,,$$

na koncu pa

$$E_2 = \frac{U_2}{d} = \frac{U_1}{\varepsilon d} = 2.5 \times 10^3 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\,.$$

6. Električno napravo z notranjim uporom 10 Ω in nazivno napetostjo $4,0$ V želimo priključiti na napetost 12 V. Kolikšen predupor moramo vezati v skupni električni krog? Kolikšen električni tok bo tekel skozi napravo in kolikšna bo njena moč?

   Rešitev

   Napetost na napravi U_n je enaka

$$U_n \;\;=\;\; IR = \frac{U}{R_s} R = 4V \;,$$

   kjer je R_s skupni upor vezja, I tok skozi vezje in $U = 12V$. Sledi $R_s = 30\Omega$, torej moramo v vezje vezati predupor velikosti $R_s - R = 20\Omega$. Tok, ki teče skoze vezje, je $I = U/R_s = U_n/R = 0,4$ A, moč, ki se troši na napravi pa je $P = I^2 R = 1,6$ W.

7. 70 cm dolga kovinska prečka visi na dveh kovinskih vzmeteh s koeficientom vzmeti 200 N/m. Prečka se nahaja v magnetnem polju z gostoto 0.3 T, ki je usmerjeno pravokotno na njeno smer. Kolikšna je masa prečke, če sta vzmeti neraztegnjeni, ko po prečki teče električni tok 10 A? Kolikšen je raztezek vzmeti, če obrnemo smer toka?

   Rešitev

   Težo kovinske prečke $F_g = mg$ uravnoveša nasprotno enaka magnetna sila $F_m = IlB$, sledi $m = IlB/g = 0,21\,\mathrm{kg}$.

   Ko obrnemo smer električnega toka, kažeta teža in magnetna sila v isto smer, uravnovešata pa ju sili zaradi raztezka obeh vzmeti: $2\,kx = F_g + F_m = 2F_m$. Sledi $x = IlB/k = 1,05\,\mathrm{cm}$.

8. V dveh ogljiščih enakostraničnega trikotnika s stranico 10 cm sta elektrčna naboja velikosti $e_1 = 3,0\ 10^{-9}$ As in $e_2 = -1,0\ 10^{-9}$ As. Kolikšna sila deluje na naboj $e_3 = 2,0\ 10^{-9}$ As, ki ga postavimo v tretje ogljišče trikotnika?

   Naboj e_3 spustimo, da se začne prosto gibati. Kolikšna bo njegova kinetična energija po dolgem času?

   Rešitev

   Električna sila na tretji naboj je $F = e_3 E$, kjer je E skupno električno polje prvih dveh nabojev, ki ju je treba sešteti vektorsko. Koti v enakostraničnem trikotniku so $\alpha = 60°$.

$$\begin{aligned} E_{1(2)} &= \frac{|e_{1(2)}|}{4\pi\epsilon_0 a} \\ E_x &= E_1 \cos\alpha + E_2 \cos\alpha \\ E_y &= E_1 \sin\alpha - E_2 \sin\alpha \\ E^2 &= E_x^2 + E_y^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right) \end{aligned}$$

   Izračunamo $E_1 = 2,7\,\mathrm{kV/m}$ in $E_2 = 0,90\,\mathrm{kV/m}$. Sledi $E = 2,4\,\mathrm{kV/m}$ in $F = e_3 E = 4,8\,10^{-6}$N.

   V drugem delu naloge upoštevamo, da se skupna energija tretjega naboja ohranja, torej je vsota spremembe kinetične in elektrčne potencialne razlike enaka $\Delta W_k + \Delta W_e = 0$. Na začetku naboj miruje in je zato njegova kinetična energija enaka 0. Električna potencialna energija naboja e_3 v električnem polju nabojev e_1 in e_2 je enaka

$$W_e = e_3\,(U_1 + U_2) = e_3\left(\frac{e_1}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + \frac{e_2}{4\pi\epsilon_0 r_{23}}\right)\ ,$$

   kjer sta r_{12} in r_{13} ustrezni razdalji med naboji. Po dolgem času je $r_{13(23)} \to \infty$ in zato električna potencialna energija enaka 0. Sledi, da je kinetična energija na koncu enaka potencialni energiji na začetku.

$$\begin{aligned} W_k &= W_e = e_3\,(U_1 + U_2) = e_3\left(\frac{e_1}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{e_2}{4\pi\epsilon_0 a}\right) \\ &= \frac{e_3\,(e_1 + e_2)}{4\pi\epsilon_0 a} = 0,36\,10^{-6}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

9. Prazen ploščni kondenzator, ki ga sestavljata dve kovinski plošči s površino 3 dm^2 v razmiku d=4 mm, nabijemo z napetostjo 500 V in odklopimo vir napetosti. Kolikšen je naboj na kondenzatorju? Nato prostor med ploščama zapolnimo z dvema $\mathrm{d}_1 = \mathrm{d}_2 = 2$ mm debelima dielektrikoma: prvi ima dielektričnost ϵ_1=2, drugi pa dielektričnost ϵ_2=4. Kolikšna je nova kapaciteta kondenzatorja in kolikšna je napetost na njem?
   ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$As/Vm)

Rešitev

Naboj na kondenzatorju je:

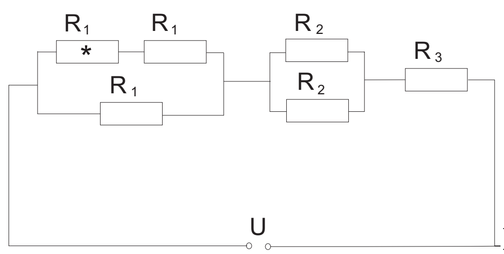
$$e = c \cdot U = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot U = 3.3 \cdot 10^{-8} As. \tag{4.1}$$

Zapolnjen kondenzator obravnavamo kot dva zaporedno vezana kondenzatorja:

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{4.2}$$

pri čemer je $C_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d_1} = 2.65 \cdot 10^{-10} F$ in $C_2 = \frac{\epsilon_2 \epsilon_0 S}{d_2} = 5.31 \cdot 10^{-10} F$. Sledi $C' = 1.77 \cdot 10^{-10} F$. Kondenzator je odklopljen, torej se naboj na njem ohranja: $e = CU = C'U' \Rightarrow U' = \frac{e}{C'} = 186V$.

10. Upori z upornostmi $\mathrm{R}_1 = 30\ \Omega$, $\mathrm{R}_2 = 20\ \Omega$ $\mathrm{R}_3 = 10\ \Omega$ so priključeni na napetost $\mathrm{U} = 12$ V tako, kot kaže slika. Kolikšen je nadomestni upor upornikov na sliki? Kolikšen tok teče skozi upor, ki je označen z zvezdico, in kolikšen je padec napetosti na tem uporu?



Naloga 4

Rešitev

Nadomestni upor prve skupine treh uporov je enak

$$R_a \;=\; \frac{(2R_1)\, R1}{(2R_1) + R_1} = \frac{2}{3} R_1 = 20\,\Omega\,.$$

Nadomestni upor para uporov R_2 je enak $R_b = R_2/2 = 10\,\Omega$. Nadomestni upor celotnega vezja je enak $R = R_a + R_b + R_3 = 40\,\Omega$. Padec napetosti na uporu, oznacenem z zvezdico, je enak $U^* = \frac{R_1}{R_1 + R_1} U_a = U_a/2$, kjer je $U_a = \frac{R_a}{R} U = 6\,\mathrm{V}$ padec napetosti na prvi skupini uporov. Sledi $U^* = 3\,\mathrm{V}$. Tok, ki teče skozi ta upor, je enak $I^* = U^*/R_1 = 0,10\,\mathrm{A}$.

Chapter 5

Optika

1. Ribji orel kroži nad jezerom in ugleda ribo, ki plava v globini 30 cm. Z namenom, da bi jo ujel, se začne spuščati v smeri 30° glede na navpičnico. Kolikšno napako (v vodoravni smeri) naredi pri oceni mesta ribe, če ne upošteva loma svetlobe na površini jezera? Lomni količnik vode je $1,33$.

   Rešitev

   Svetlobni žarek, ki potuje od ribe do orljega očesa, se na meji voda-zrak lomi po lomnem zakonu:
   $$\sin\beta = \sin\alpha/n \ ,$$
   kjer je $\alpha = 30°$ kot, pod katerim se orel spušča in $\beta = 22°$ smer žarka glede na navpičnico v vodi. Napaka, ki jo naredi orel, je horizontalna razdalja med mestom, kjer je riba, in mestom, skozi katerega bi potoval žarek, če se na vodni gladini ne bi lomil.
   $$x = d_1 - d_2 = h(\tan\alpha - \tan\beta) = 5,1 \text{ cm}$$

2. Na uklonsko mrežico z 200 režami na milimeter posvetimo v pravokotni smeri z modro in rumeno svetilko. Koliko sta razmaknjena uklonska maksimuma prvega reda na 2 m oddaljenem zaslonu? Valovna dolžina modre svetlobe je 450 nm, rumene pa 620 nm.

   Rešitev

   Pri uklonu svetlobe na uklonski mrežici izmerimo prvi maksimum pri kotu
   $$\sin\varphi = \frac{\lambda}{d} \ ,$$
   kjer je d razdalja med dvema režama uklonske mrežice: $d = 1 \text{ mm}/200 = 5\mu\text{m}$. Mesto maksimuma na zaslonu pa je pri $x = l\tan(\varphi)$, kjer je l oddaljenost zaslona. Pri danih podatkih je $x_1 = 18,1$ cm za modro in $x_2 = 25,0$ za rdečo svetlobo. Maksimuma sta med sabo razmaknjena za $\Delta x = x_2 - x_1 = 6,9$ cm.

3. Uklonska mrežica je zgrajena iz vzporednih rež, ki so razmaknjene za $a = 2\,\mu$m. Mrežico v pravokotni smeri osvetljujemo z svetlobo valovne dolžine $\lambda = 650\,$nm. V katerih smereh opazimo uklonske maksimume? Koliko maksimumov dobimo?

   Rešitev

   Uklonski maksimumi se bodo pojavili pri kotih

   $$\sin\beta = \frac{N\lambda}{a}\,;$$

   $\beta_0 = 0°$, $\beta_{\pm 1} = \pm 19°$, $\beta_{\pm 2} = \pm 41°$, $\beta_{\pm 3} = \pm 77°$. Vseh maksimumov je torej 7.

4. Deček se pri kosilu igra s kovinsko žlico, ki deluje na eni strani kot izbočeno zrcalo in na drugi kot vbočeno zrcalo. Približuje jo obrazu in opazuje sliko svojega nosu. Ko je njegov nos oddaljen 10 cm od žlice (temena zrcala), vidi njegovo obrnjeno in dvakrat povečano sliko. S katere strani žlice se deček ogleduje? Kolikšen je krivinski radij žlice? Žlico obravnavaj kot idealno krogelno zrcalo.

   Rešitev

   Ker je nastala slika obrnjena, lahko sklepamo, da se deček ogleduje v vbočenem (konkavnem) delu žlice. Iz $M = \frac{S}{P} = \frac{b}{a} = 2$ sledi $b = 20\ cm$. Po enači:

   $$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow f = \frac{ab}{a+b} = 6.6\ cm. \tag{5.1}$$

   Za zrcala velja $f = \frac{R}{2}$ oz. $R = 2f = 13.3\ cm$. Komentar: ker je $a = 10\ cm$ in $b = 20\ cm$ pomeni, da slika nosu nastane ZA glavo, torej je deček ne more videti! Boljše bi bilo vzeti, da vidi dvakrat POMANJŠANO sliko: rezultati so potem $b = 5\ cm$, $f = 3.3\ cm$ in $R = 6.6\ cm$.

5. V prazen akvarij višine 20 cm in širine 40 cm gledamo pod takšnim kotom, da ravno še vidimo nasprotni spodnji rob. Akvarij nato do vrha napolnimo z neko tekočino in takrat ravno še vidimo majhen kovanec, ki leži na sredi dna akvarija. Kolikšen je lomni količnik tekočine?

   Rešitev

   Lomni zakon nam pravi, da je lomni količnik neznane tekočine enak $n = \sin\alpha/\sin\beta$, kjer je α vpadni kot žarka v zraku, $\tan\alpha = 20\,\text{cm}/(40\,\text{cm})$ in β kot med smerjo žarka v neznani tekočini in navpičnico, $\tan\alpha = 20\,\text{cm}/(20\,\text{cm})$. Sledi $\alpha = 27°$, $\beta = 45°$ in $n = 1,58$.

6. Ob Blejskem jezeru raste 5 m visoka vrba. Kolikšna je dolžina sence drevesa na jezerskem dnu, če padajo sončni žarki pod kotom 60° glede na navpičnico? Globina jezera ob obali je 3 m. Lomni količnik vode je 1.33.

   Rešitev

Označimo $H = 5\,\mathrm{m}$ in $h = 3\,\mathrm{m}$. Kot, pod katerim se lomijo žarki na površini jezera, izračunamo po lomnem zakonu

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n\,, \text{ sledi} \beta = 41^\circ\,.$$

Dolžina sence je enaka vsoti poti, ki jo žarek naredi v horizontalni smeri v zraku in v vodi.

$$x = H\tan\alpha + h\tan\beta = 11,2\,\mathrm{m}\,.$$

Chapter 6

Kombinirane naloge

1. V električni grelec za vodo natočimo 1 liter vode iz pipe, ki ima temperaturo 12°C. Grelec segreje vodo do vrelišča v treh minutah. Kolikšna je njegova moč? Kolikšen je upor grelne plošče, če je notranji upor vtičnice 0,5 Ω?
   Privzameš lahko, da je izkoristek takega grelca 100%. Efektivna napetost na vtičnici je 220V. Iz varnostnih razlogov je v grelcu vgrajena 30 A varovalka. Specifična toplota vode je 4200 J/kgK.

   Rešitev

   Zato, da segrejemo 1l vode do vrelišča, moramo vodi dovesti

   $$Q = mc_p\Delta T = 1kg\ 4200J/kgK\ 88K = 370kJ$$

   toplote. Moč grelca je torej

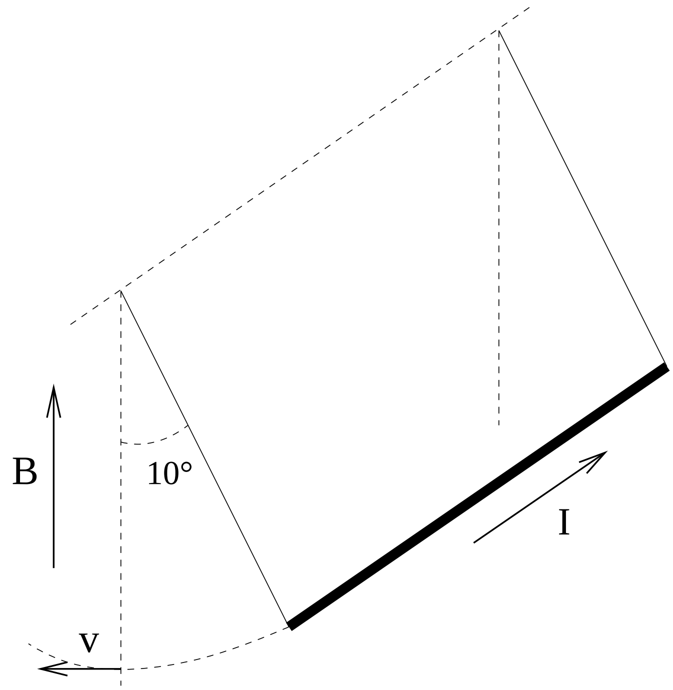
   $$P = \frac{Q}{t} = \frac{370kJ}{180s} = 2,05kW$$

   P mora biti enaka električni moči, ki se troši na grelcu, $P = UI = I^2R$, kjer je $I = U/(R + R_n)$ tok, ki teče skozi grelec in R_n notranji upor vtičnice, ki je vezan zaporedno s priključenim grelcem. Dobimo kvadratno enačbo

   $$R^2 + (2R_n - U^2/P)R + R_n^2 = 0\ ,$$

   ki ima rešitvi $R_1 = 22,6\Omega$ in $R_2 = 0,011\Omega$. Tok, ki teče skozi grelec, je enak $I = U/(R + R_n)$ in v drugem primeru presega dovoljeno vrednost 30 A, zato je rešitev naloge $R = 22,6\Omega$.

2. (*) Krajišči 1 m dolge kovinske prečke z maso 100 g sta z dvema lahkima 0.5 m dolgima žicama privezani na strop (glej sliko). Prečka se nahaja v močnem magnetnem polju, ki ima navpično smer in gostoto 0.1 T. Kolikšen tok moramo spustiti po žicah skozi prečko, da se bo ta odkolonila za kot 10°? Električni tok nenadoma izklopimo (prekinemo stik). Kolikšna napetost se inducira med krajiščema prečke,



ko ta zaniha skozi mirovno lego? Namig: približek za matematično nihalo pri tako veliki amplitudi ne velja; pri računanju hitrosti skozi mirovno lego uporabi energijski zakon.

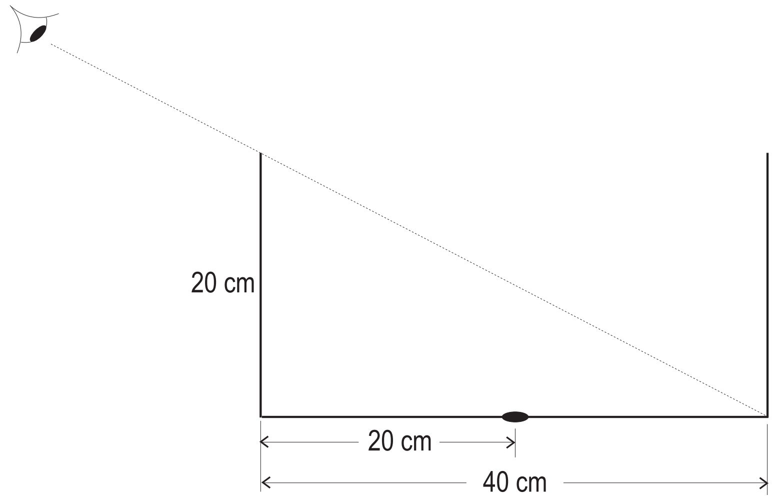
Rešitev

Magnetni sili na žici, na katerih visi prečka, se odštejeta, zato upoštevamo samo magnetno silo na prečko, ki kaže v vodoravni smeri, pravokotno na prečko in silnice magnetnega polja, torej $F_m = BIl$. Na prečko deluje tudi sila teže $F_g = mg$ navpično navzdol. Njuna vsota določa odklon:

$$tg\varphi = \frac{F_m}{F_g} = \frac{BIl}{mg} \Rightarrow I = \frac{mg \cdot tg\varphi}{Bl} = 1.73\ A. \tag{6.1}$$

V drugem delu naloge upoštevamo, da je stik prekinjen in zato električni tok ne more teči. Prečka pada kot nitno nihalo, nanjo delujeta le sila vrvice in teže. Na začetku je prečka dvignjena za $h = b(1-\cos\varphi) = 0.76\ cm$ nad mirovno lego (pri tem je b dolžina žic na katerih visi prečka). Ko gre skozi mirovno lego, se je vsa potencialna energija prečke $W_p = mgh$ pretvori v kinetično $W_k = \frac{mv^2}{2}$. Dobimo $v = \sqrt{2gh} = 0.386\ m/s$. Prečka seka silnice pravokotno, torej velja $U_i = lBv = 0.0386\ V$.

3. Kovinska prečka z dolžino 80 cm in maso 100 g visi na dveh plastičnih vzmeteh s koeficientom vzmeti 100 N/m. Prečka se nahaja v magnetnem polju z gostoto 0.5 T, ki ima smer vodoravno in pod kotom 40° glede na prečko. Skozi prečko teče tok 5 A, kot kaže slika. Kolikšen je raztezek vzmeti? Nato tok skozi prečko izklopimo. Kolikšna je frekvenca s katero zaniha nihalo?



Rešitev

Sila na prečko zaradi magnetnega polja je po velikosti enaka $F_m = IlB_\perp$, kjer je $B_\perp = B\sin\alpha$ komponenta magnetnega polja, ki je pravokotna na smer toka. Sila F_m kaže navpično navzdol (vektorski produkt, pravilo desne roke). V ravnovesju je vsota vseh sil enaka nič, $F_m + F_g = F_v$, kjer je $F_g = mg$ teža palice in $F_v = 2kx$ sila obeh vzmeti. Sledi $x = (IlB\sin\alpha + mg)/(2k) = 1.1\,\mathrm{cm}$.

Ko tok skozi prečko izklopimo, le-ta zaniha s kotno frekvenco $\omega = \sqrt{2k/m} = 4,5\,/\mathrm{s}$. Faktor 2 v enačbi je zaradi dveh vzmeti.