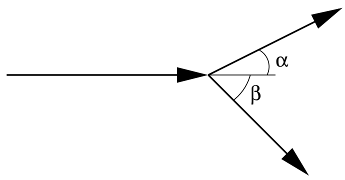
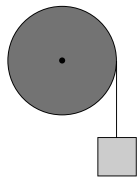
Naravoslovnotehniška fakulteta,
Ljubljana, 27.1.2005

2. Kolokvij iz fizike

1. Izstrelek z maso $m = 3\,\mathrm{kg}$ in hitrostjo $v_0 = 200\,\mathrm{m/s}$ v zraku razpade na dva enaka kosa, od katerih odleti prvi pod kotom $\alpha = 30°$ glede na prvotno smer gibanja, drugi pa pod kotom $\beta = 40°$ glede na prvotno smer gibanja. Kolikšni sta velikosti hitrosti posameznih kosov?

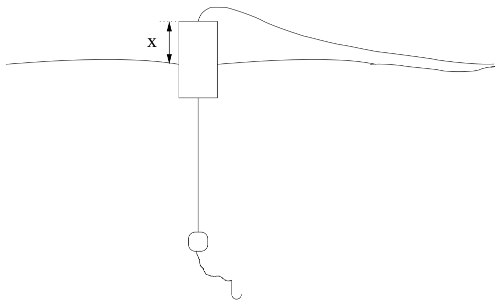


2. Na valj mase 3 kg, ki je vrtljiv brez trenja okoli svoje osi, je navita 5 m dolga nitka, na kateri visi utež z maso 1,2 kg. Kolikšna je hitrost uteži, ko se vsa nitka odvije, če na začetku utež in valj mirujeta?



3. Matematično nihalo niha z nihajnim časom $1\,\mathrm{s}$. Kolikšna je dolžina vrvice? Za koliko odstotkov se spremeni nihanji čas nihala, če ga dvignemo $20\,\mathrm{km}$ nad površje Zemlje? Polmer Zemlje je $6400\,\mathrm{km}$.

4. Ribič na mirnem jezeru lovi ribe. V vodo vrže trnek, ki ima svinčeno utež z maso $12\,\mathrm{g}$ in valjast plovec iz stiroporja. Plovec je valjaste oblike s površino osnovne ploskve $3\,\mathrm{cm}^2$ in višino $4\,\mathrm{cm}$. Koliko plovca je nad vodo? Privzemi, da lahko maso stiroporja zanemariš. Gostota svinca je $11 \times 10^3\,\mathrm{kg/m}^3$.



Rešitve nalog

1. Gibalna količina se ohranja, ker izstrelek razpade zaradi notranjih sil.

$$\vec{G}_z = \vec{G}_k .$$

Če si izberemo kartezični koordinatni sistem in orientiramo os x v smeri začetne hitrosti ter os y pravokotno na začetno hitrost, lahko zapišemo ohranitev gibalne količine za x in y komponenti:

$$x: \qquad mv_0 = \frac{m}{2} v_1 \cos\alpha + \frac{m}{2} v_2 \cos\beta \,,$$

$$y: \quad 0 = \frac{m}{2} v_1 \sin\alpha - \frac{m}{2} v_2 \sin\beta \,,$$

kjer sta v_1 in v_2 hitrosti posameznih kosov potem ko izstrelek razpade. Enačbi rešimo za v_1 in v_2 ter dobimo:

$$v_1 = \frac{2v_0}{\cos\alpha + \sin\alpha \ \mathrm{ctg}\,\beta} = 274\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \,,$$

$$v_2 = \frac{2v_0}{\cos\beta + \sin\beta \ \mathrm{ctg}\,\alpha} = 213\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \,.$$

2. V začetnem stanju imamo le potencialno energijo uteži

$$W_p = m_u g l \,,$$

ko pa se nitka odvije, se ta energija pretvori v kinetično energijo uteži

$$W_k = \frac{1}{2} m_u v^2 \,,$$

ter rotacijsko energijo valja

$$W_r = \frac{1}{2} J \omega^2 \,.$$

Če upoštevamo enačbo za vztrajnostni moment valja $J = \frac{1}{2} m_v r^2$ ter povezavo med kotno in obodno hitrostijo (ki je enaka hitrosti uteži) $v = \omega r$, lahko rotacijsko energijo zapišemo kot

$$W_r = \frac{1}{4} m_v v^2 \,.$$

Ker se energija ohranja, velja:

$$W_p = W_k + W_r\,,$$

$$m_u g l = \frac{1}{2} m_u v^2 + \frac{1}{4} m_v v^2\,.$$

Ko iz enačbe izračunamo hitrost, dobimo:

$$v = \sqrt{\frac{m_u g l}{m_u/2 + m_v/4}} = 6.6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

3. Kotno frekvenco matematičnega nihala izračunamo po enačbi

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}\,.$$

Ker je $\omega = 2\pi/t_0$, dobimo dolžino vrvice

$$l = \frac{g t_0^2}{4\pi^2} = 0.25\,\mathrm{m}\,.$$

Ko se dvignemo nad zemeljsko površino, se gravitacijski pospešek izračuna po enačbi

$$g(r) = g_0 \frac{r_0^2}{r^2}\,,$$

kjer je g_0 težnostni pospešek na površini Zemlje, r_0 polmer Zemlje ter r oddaljenost od središča Zemlje, v našem primeru 6420 km. Če s tem pospeškom izračunamo nihajni čas, vidimo, da je za 0.3% večji kot na zemeljski površini.

$$\frac{dt_0}{t_0} = \frac{dr}{r} = \frac{20\,\mathrm{km}}{6400\,\mathrm{km}} = 0.3\%\,.$$

4. Plovec in utež mirujeta, zato je vsota vseh zunanjih sil na sistem enaka nič.

$$F_{gu} = F_{vu} + F_{vp}\,.$$

Navzdol deluje sila teže uteži

$$F_{gu} = mg\,,$$

navzgor pa delujeta sila vzgona uteži

$$F_{vu} = \frac{m}{\rho} \rho_v g$$

in sila vzgona plovca

$$F_{vp} = S(h-x)\rho_v g\,,$$

kjer je ρ_v gostota vode. Iz enačbe ravnovesja sil

$$mg = \frac{m}{\rho}\rho_v g + S(h-x)\rho_v g$$

izračunamo x ter dobimo

$$x = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_v}\right) + h = 3.6\,\mathrm{mm}\,.$$