$$\Big(\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{e^-\mu^-} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\frac{\theta}{2}}\frac{E'}{E}\Big[\cos^2\frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M}\sin^2\frac{\theta}{2}\Big] \; . \tag{5.12}$$

Zgornja enačba je zapisana matematično nekoliko neprimerno, saj smo navkljub integraciji po E' to spremenljivko pustili v izrazu (da smo zamenjali spremenljivko $A = E/E'$), pa tudi q^2, ki bi ga v principu lahko izrazili zgolj z E in θ, smo pustili nedotaknjen. Osnovni naboj e smo nadomestili z brezdimenzijsko sklopitveno konstanto elektromagnetne interakcije, t.j. s konstanto fine strukture, $\alpha = e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c$, v naravnih enotah $e^4 = (4\pi\alpha)^2$. Je pa izraz primeren za eksperimentalno uporabo, saj pri meritvi sipanja elektronov predvidevamo znano začetno energijo le-teh (E), izmerjeno končno energijo (E') in sipalni kot (θ). Da dobimo sipalni presek (5.12) v običajnih enotah, torej m^2, ga moramo pomnožiti s $(\hbar c)^2$.

Kako preidemo od sipanja dveh nesestavljenih delcev na sipanje elektronov na delcih z notranjo strukturo? Izraz za matrični element, ki smo ga uporabili zgoraj, sledi iz

$$M \propto j_\mu \frac{1}{q^2} J^\mu \tag{5.13}$$

z

$$\begin{aligned} j_\mu &= e\bar{u}(k')\gamma_\mu u(k) e^{i(k'-k)x} \\ J^\mu &= e\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) e^{i(p'-p)x} \; , \end{aligned} \tag{5.14}$$

$u(p_i)$ predstavljajo rešitve Diracove enačbe za fermion s četvercem gibalne količine p_i. Če namesto nesestavljenega fermiona nastopa drug delec, četverca toka J^μ ne moremo zapisati na preprost način kot zgoraj. Ker mora biti J^μ še vedno četverec, je splošen zapis oblike $J^\mu = e\bar{u}(p')[\cdots]^\mu u(p) e^{i(p'-p)x}$. Oklepaj $[\cdots]^\mu$ lahko sestavimo iz četvercev povezanih z začetnim in končnim delcem. V poštev pridejo seveda četverci gibalne količine, $(p'-p)^\mu$ ali $(p'+p)^\mu$, pa γ^μ kot za nesestavljen delec, ter še $\sigma^{\mu\nu}(p'-p)_\nu$ in $\sigma^{\mu\nu}(p'+p)_\nu$, kjer je $\sigma^{\mu\nu}$ antisimetričen tenzor sestavljen iz Diracovih matrik gama, $\sigma^{\mu\nu} = (i/2)[\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu]$. Na podlagi simetrijskih lastnosti teh izrazov in nekaterih zvez lahko ugotovimo, da nekateri izrazi ne nastopajo v četvercu toka. Tako npr. t.i. Gordonova dekompozicija toka podaja zvezo

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \frac{1}{2M}\bar{u}(p')\big[(p'+p)^\mu + i\sigma^{\mu\nu}(p'-p)_\nu\big]u(p) \; , \tag{5.15}$$

kar pomeni, da nam $(p'+p)^\mu$ ni potrebno upoštevati, saj se izraža z γ^μ in $\sigma^{\mu\nu}(p'-p)_\nu$. Podobno, kot smo na primeru Klein-Gordonove enačbe ugotavljali, da je posledica simetrijskih lastnosti Lagrangiana ohranitev toka (en. (1.25)), velja tudi za Diracovo enačbo. Ohranitev toka, $\partial_\mu J^\mu = 0$, pomeni, da v toku ne more nastopati $(p'-p)^\mu$, saj

$$\begin{aligned} J^\mu &= a\bar{u}(p')(p'-p)^\mu u(p) e^{i(p'-p)x} \\ \partial_\mu J^\mu &= a\bar{u}(p')(p'-p)^2 u(p) e^{i(p'-p)x} = 0 \end{aligned} \tag{5.16}$$

in mora biti torej $a = 0$. Na tak način ugotovimo, da je splošna oblika toka J^μ za sestavljen delec

$$J^\mu = e\bar{u}(p')\big[F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{\kappa}{2M}F_2(q^2)i\sigma^{\mu\nu}q_\nu\big]e^{iqx}\ . \tag{5.17}$$

Funkciji $F_{1,2}(q^2)$ imenujemo oblikovna faktorja. Sta posledica našega nepoznavanja notranje strukture hadrona in morata biti določena empirično. Izraz se mora v limiti $|q^2| \to 0$[4] povrniti v obliko (5.14) za nesestavljen delec. Majhna vrednost $|q^2|$ namreč pomeni foton z majhno energijo ($q^2 = -4EE'\sin^2(\theta/2)$), ali drugače povedano dolgovalovni foton. Tak foton otipa hadron kot enoten, nesestavljen delec. Pri tem prvi člen v en. (5.14) opisuje elektromagnetno interakcijo na točkastem delcu z nabojem e, pa tudi z dipolnim magnetnim momentom, ki je posledica lastne vrtilne količine - spina - in znaša za fermione opisane z Diracovo enačbo $\mu = (e/2M)g_s$. Spinsko giromagnetno razmerje znaša $g_s = 2$. Če naj prvi člen en. (5.17) preide v (5.14) ko $|q^2| \to 0$ mora veljati $F_1(0) = 1$. Kaj pa drugi člen v toku (5.17)? Ta dopušča možnost, da dipolni magnetni moment sestavljenega hadrona ni enak zgolj $(e/2m)g_s$ (slednji izraz sledi le iz Diracove enačbe, ki opisuje nesestavljene delce; če ima delec notranjo strukturo, je njegov dipolni magnetni moment lahko drugačen, in tudi v dolgovalovni limiti bodo fotoni otipali celoten magnetni moment z vrednostjo različno od tiste za nesestavljene delce). Celoten dipolni magnetni moment hadrona, ki ga občuti dolgovalovni foton, je $(e/2M)g_s + (e/2M)g_s\kappa$, če predpostavimo $F_2(0) = 1$ (prvi člen je posledica prvega člena v toku, dodaten člen s κ pa posledica drugega člena v toku). κ imenujemo tudi anomalni magnetni moment (anomalen v smislu, da predstavlja odstopanje od nesestavljenega fermiona). Za proton je izmerjen dipolni magnetni moment $\mu_p = 5,6(e/2M) = 5,6\mu_N$ in $(e/2M)g_s + (e/2M)g_s\kappa_p = 5,6\mu_N$, torej $\kappa_p = 1,8$. Nevtroni so električno nevtralni in zato tudi nimajo običajnega fermionskega dipolnega momenta, zaradi notranje strukture pa imajo vseeno anomalni magnetni moment. Izmerjena vrednost je $-3,8\mu_N$, $(e/2M)g_s\kappa_n = -3,8\mu_N$, $\kappa_n = -1,9$.

Ob uporabi toka (5.17) dobimo z analognim računiom kot za sipanje $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$ za diferencialni sipalni presek

$$\Big(\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{e^-p} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\frac{\theta}{2}}\frac{E'}{E}\Big[\Big(F_1^2(q^2) - \frac{\kappa^2 q^2}{4M^2}F_2^2(q^2)\Big)\cos^2\frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M}\big(F_1(q^2) + \kappa F_2(q^2)\big)^2\sin^2\frac{\theta}{2}\Big]\ . \tag{5.18}$$

Ponavadi uporabljamo drugo linearno kombinacijo oblikovnih faktorjev in sicer električni oblikovni faktor

$$G_E = F_1 + \frac{\kappa q^2}{4M^2}F_2 \tag{5.19}$$

in magnetni oblikovni faktor

$$G_M = F_1 + \kappa F_2\ , \tag{5.20}$$

[4] Zakaj uporabljamo absolutno vrednost q^2? Velikost četverca fotona je negativna, kar je razvidno iz $q^2 = -4EE'\sin^2(\theta/2)$. Pogosto zato uvedemo $Q^2 = -q^2$ za lažjo diskusijo.