Valovna funkcija osnovnih stanj barijonov

Omejimo se na barijone (stanja treh kvarkov) sestavljene iz u, d in s $\Rightarrow 3^3 = 27$ kombinacij

$\psi=\psi_{prostor}\psi_{okus}\psi_{spin}\psi_{barva}$

$\psi_{prostor}$: simetričen ($Y_{\ell m}$, $P=(-1)^{\ell}$, osnovno stanje $\ell=0$), barijoni so fermioni
$\Rightarrow \psi_{okus}\psi_{spin}\psi_{barva}$: antisimetričen

Okusni del, ψ_{okus}:

povsem simetrična kombinacija: |uuu>;
I_-|u>=|d>, I_-|d>=0, I_+|d>=|u>, I_+|u>=0;

I_-|uuu>=|duu>+|udu>+|uud>, itd. $\Rightarrow$ 4 stanja sestavljena iz u, u in d, s simetričnim ψ_{okus};
en (dva, tri) u kvarke zamenjamo z s $\Rightarrow$ dodatnih 6 stanj s simetričnim ψ_{okus};
$\Rightarrow$skupno dekuplet stanj s simetričnim ψ_{okus}; označimo jih z S;

eksplicitni zapis okusnega dela s simetrijo S:
|uuu>; $1/\sqrt{3}$ [|duu>+|udu>+|uud>]; $1/\sqrt{3}$ [|udd>+|dud>+|ddu>]; |ddd>;

|sss>; $1/\sqrt{3}$ [|sdd>+|dsd>+|dds>]; $1/\sqrt{6}$ [|dus>+|dsu>+|sdu>+|uds>+|sud>+|usd>];
$1/\sqrt{3}$ [|uus>+|usu>+|suu>]; $1/\sqrt{3}$ [|sus>+|uss>+|ssu>]; $1/\sqrt{3}$ [|dss>+|sds>+|ssd>];

preostalih 27-10=17 stanj: eno povsem antisimetrično, označimo z A;

konstrukcija A:
antisim. kombinacija $|ud> - |du>$, simetrično (na vsa mesta) dodamo s $\Rightarrow$
A: $1/\sqrt{6}\,[|uds>-|dus>+|usd>-|dsu>+|sud>-|sdu>]$;

Ostalih 16 kombinacij ima mešano simetrijo, delimo jih na tista, ki so antisimetrična na zamenjavo prvih dveh kvarkov (M_a) in tista, ki so simetrična na zamenjavo prvih dveh kvarkov (M_s);
simbolni zapis v teoriji grup, grupa SU(3)okus:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{sim.} & \text{mešan} & & \text{antisim.} \\ S & M_a & M_s & A \end{array}$$

primer mešanega ψ_{okus} za u, u in d, M_a:
vzamemo antisim. kombinacijo u in d, $|ud> - |du>$, dodamo še en u:
$M_a^{uud}=1/\sqrt{2}[|udu> - |duu>]$;

primer mešanega ψ_{okus} za u, u in d, M_s:
$a|uud>+b|udu>+c|duu>$, ortogonalnost na M_a in simetrično val. f. $1/\sqrt{3}\,[|duu>+|udu>+|uud>]$;
$\Rightarrow M_s^{uud}=1/\sqrt{6}\,[|udu>+|duu>-2|uud>]$;

Spinski del, ψ_{spin}:

spin kvarkov ½; dve stanji, $s_z=\pm½$; uporabimo lahko kar obliko ψ_{okus} za u in d:
spinska analogija S:
$|uuu>$; $1/\sqrt{3}\ [|duu>+|udu>+|uud>]$; $1/\sqrt{3}\ [|udd>+|dud>+|ddu>]$; $|ddd>$;
$|\uparrow\uparrow\uparrow>$; $1/\sqrt{3}\ [|\downarrow\uparrow\uparrow>+|\uparrow\downarrow\uparrow>+|\uparrow\uparrow\downarrow>]$; $1/\sqrt{3}\ [|\uparrow\downarrow\downarrow>+|\downarrow\uparrow\downarrow>+|\downarrow\downarrow\uparrow>]$; $|\downarrow\downarrow\downarrow>$;
$J_z=$ 3/2   1/2   -1/2   -3/2

kvadruplet stanj z J=3/2

Spinska analogija M_a
$1/\sqrt{2}\ [|\uparrow\downarrow\uparrow>-|\downarrow\uparrow\uparrow>]$; $1/\sqrt{2}\ [|\downarrow\uparrow\downarrow>-|\uparrow\downarrow\downarrow>]$;
$J_z=$ 1/2   -1/2
Spinska analogija M_s
$1/\sqrt{6}\ [|\uparrow\downarrow\uparrow>+|\downarrow\uparrow\uparrow>-2|\uparrow\uparrow\downarrow>]$; $1/\sqrt{6}\ [|\downarrow\uparrow\downarrow>+|\uparrow\downarrow\downarrow>-2|\downarrow\downarrow\uparrow>]$;
$J_z=$ 1/2   -1/2

dva dubleta z J=1/2

v teoriji grup bi zapisali $2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2$

S	M_a	M_s
J=3/2	1/2	1/2

Barvni del, ψ_{barva}:

vsakemu kvarku pripišemo 3 barve (R,G,B); ker imamo tri možnosti $\Rightarrow$enake komb. kot za okus;
hadroni nimajo kvantnega števila barva (brezbarvni) $\Rightarrow \psi_{barva}$ mora biti singlet
(rotacija v barvnem prostoru ne sme dati drugega stanja, saj bi to pomenilo, da stanje ni brez barve);

analogija A:
$1/\sqrt{6}\ [|uds\rangle - |dus\rangle + |usd\rangle - |dsu\rangle + |sud\rangle - |sdu\rangle]$;
to antisimetrično stanje je singletno, rotacija v prostoru okusa ga privede nazaj v samega sebe;

$1/\sqrt{6}\ [|RGB\rangle - |GRB\rangle + |RBG\rangle - |GBR\rangle + |BRG\rangle - |BGR\rangle]$;

ψ_{barva} je antisimetrična;

$\psi_{prostor}$ simetrična, ψ_{barva} antisimetrična $\Rightarrow$ produkt $\psi_{okus}\psi_{spin}$ simetričen;

okus:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = \underset{S^{okus}}{10} \oplus \underset{M_s^{okus}}{8} \oplus \underset{M_a^{okus}}{8} \oplus \underset{A^{okus}}{1}$$

spin:

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = \underset{S^{spin}}{4} \oplus \underset{M_s^{spin}}{2} \oplus \underset{M_a^{spin}}{2}$$

simetričen produkt: $S^{okus}\,S^{spin}$ ali $1/\sqrt{2}[M_s^{okus}\,M_s^{spin} + M_a^{okus}\,M_a^{spin}]$

osnovna stanja barijonov: dekuplet z J=3/2 oktet z J=1/2