

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Seminar - 3. letnik, I stopnja

Anyoni v magnetu Kitaeva

Avtor: Erik Pleško

Mentor: dr. Martin Klanjšek

Ljubljana, 2019

Povzetek

Seminar opisuje anyone - kvazidelce, ki jih je v svojem modelu dvodimenzionalnega magneta predlagal Kitaev leta 2006. V uvodu razložimo, zakaj so takšni delci zanimivi za obravnavo. Sledi poglavje, kjer si nekoliko splošneje ogledamo pojem kvazidelcev. Nato pa se osredotočimo na anyone v modelu Kitaeva ter njihovo eksperimentalno potrditev.

Kazalo

1	Uvod	2
1.1	Vozli	3
1.2	Topologija svetovnic	4
1.3	Anyoni	4
2	Kvazidelci	5
2.1	Magnoni	6
2.2	Frakcializacija domenskih sten	7
3	Model Kitaeva	9
3.1	Model	10
3.2	Anyoni v modelu Kitaeva	12
4	Model Kitaeva v naravi	13
5	Eksperimentalna potrditev anyonov	13
5.1	Temperaturna odvisnost specifične toplote	14
5.2	Neelastično nevtronsko sipanje	15
5.3	Energijska reža	15
5.4	Termični kvantni Hallov pojav	15
6	Zaključek	15

1 Uvod

Začnimo z zelo abstraktnim, a hkrati osnovnim konceptom - dimenzija prostora. Pustimo ob kraju teorije, ki se ukvarjajo z večjim številom dimenzij in se osredotočimo na prostor, v katerem živimo ljudje. Zakaj so prostorske dimenzije ravno tri? Vprašanje postavljam, ker se bomo kasneje v seminarju spustili za eno dimenzijo in spoznali, kakšni delci lahko obstajajo v takšnem svetu.

Eden od razlogov za izbiro treh prostorski dimenzij je najbrž stabilnost orbit krožečih planetov. Za zaključeno orbito smo po Bertrandovem teoremu [1] omejeni z izborom oblike gravitacijske sile. Splošna teorija relativnosti [3] pa le v treh dimenzijah napoveduje znano obliko. V “napačno dimenzionalnem” prostoru zaključenih orbit nebi bilo. S tem pa tudi ljudje, ki bi se temu čudili, ne bi obstajali.

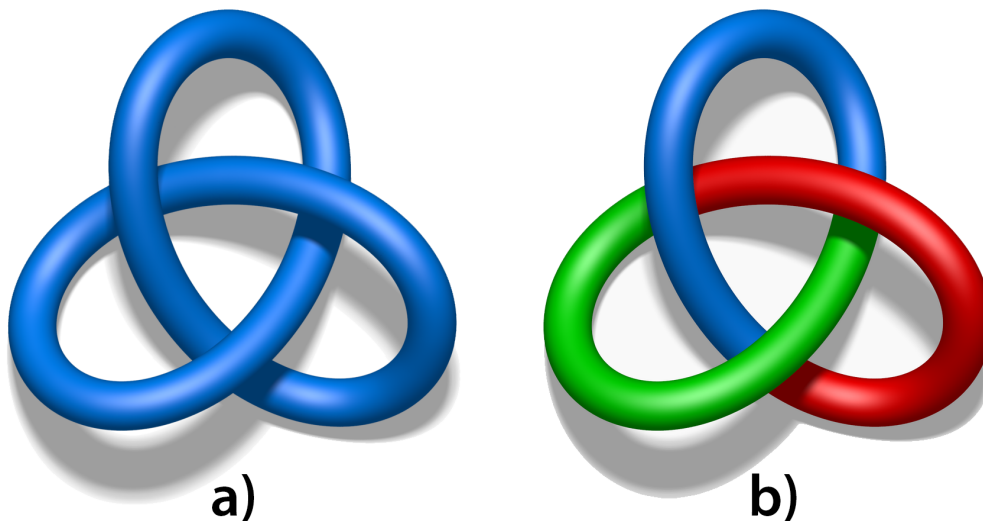
V štirih dimenzijah pa bi ljudjem zelo manjkalo še en pomemben koncept, ki se mu bomo v nadaljevanju nekoliko podrobneje posvetili, in sicer vozeli.

1.1 Vozli

V matematiki je vozle zvezna krivulja v prostoru. Vpeljemo ga tako, da vsaki točki na poljubno prepleteni sklenjeni krivulji priredimo vrednost med 0 in 1. Vrednost naj se vzdolž krivulje zvezno spreminja, vrednosti 0 in 1 pa naj ustrežata isti točki.

Krožnica naj za nas predstavlja krivuljo brez vozla. Na njej na enak način, z vrednostmi med 0 in 1, označimo točke.

Sedaj primerjamo poljubno zavozlano krivuljo s krožnico. Da bi vozle razvozlati, poskusimo krivuljo preoblikovati v krožnico. Pri tem želimo, da naj se paroma prekrijeta točki, ki sta označeni z enakima vrednostima. Pri tem procesu se različni deli krivulje v nobenem trenutku ne smejo sekati. Če krivulje tako ne moremo razvozlati, imamo vozle (slika 1a).



Slika 1: Sklenjena krivulja predstavlja vozle. a) Vozla v treh dimenzijah ne moremo razplesti, ne da bi se krivulja v kakšnem koraku presekala. b) V štirih dimenzijah lahko vsak vozle razpletemo. Četrta dimenzija je uprizorjena z barvo. Ko bi prišlo do presečišča, krivulji spremenimo barvo - jo premaknemo v četrto dimenzijo - in opravimo željen premik (slika vzeta iz [4]).

V štirih dimenzijah pa lahko poljubni dve problematični točki krivulje premaknemo eno mimo druge. Da to razumemo, je dovolj, da si četrto dimenzijo predstavljamo kot namišljeno temperaturo. Vsaka takšna štiridimenzionalna točka ima tako tri prostorske in eno temperaturno koordinato, kot je na sliki 1b prikazano z barvo. Ko bi se nam v treh dimenzijah dva dela krivulje sekala, enostavno enemu nekoliko spremenimo barvo in dela premaknemo enega

'skozi' drugega. Pri tem v štirih dimenzijah krivulja v nobenem koraku ne preseka same sebe.

1.2 Topologija svetovnic

Ko tiru gibanja delca v tridimenzionalnem prostoru dodamo še časovno odvisnost, dobimo štiridimenzionalno krivuljo v prostor-času, ki jo imenujemo svetovnico.

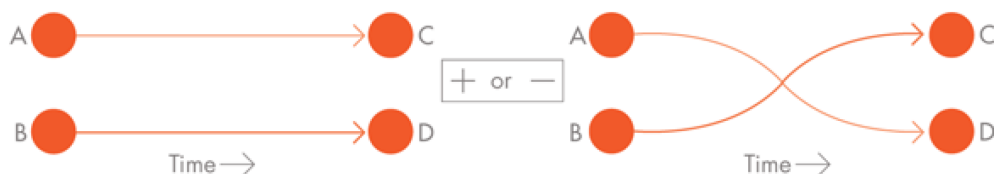
Pri opazovanju delcev v dveh dimenzijah srečamo zanimivo dejstvo. Svetovnice so tridimenzionalne krivulje in se med seboj lahko vozljajo. Topologija parov (ali večih) svetovnic postane precej bogatejša, kot pa je v primeru delcev v tri- ali večdimenzionalnih prostorih.

Kako takšna sprememba v topologiji vpliva na lastnosti delcev, si bomo ogledali v naslednjem podpoglavju.

1.3 Anyoni

Vprašajmo se, kakšna je v tridimenzionalnem prostoru verjetnost, da se dva neločljiva delca, ki začneta v točkah A in B, znajdeta v točkah C in D (slika 2).

V enem primeru se delec, ki je začel v A znajde v C, v drugem pa se znajde v D. Ker sta delca neločljiva, je končni rezultat v obeh primerih enak. Kvantna teorija veleva upoštevati vse možne poti, ki pripeljejo do enakega končnega rezultata. Te poti so svetovnice, vsak delec ima svojo. Pari svetovnic imajo lahko različno topologijo. A ker so svetovnice takšnih delcev štiridimenzionalne, je dvojna zamenjava topološko enaka primeru, ko se delca ne zamenjata. Poudarimo, da je edina informacija, ki jo nosi takšen par svetovnic, informacija o zamenjavi delcev.



Slika 2: Prikaz kvantne izmenjave med dvema delcema. Ker sta delca neločljiva, sta stanji, kjer delec iz točke A konča v točki C ali v točki D, enakovredni [17].

Izkaže se, da obstajata dva načina, kako obravnavamo neločljive delce. Ta dva načina privedeta do bozonov oziroma fermionov. Verjetnost za celoten

proces je vsota prispevkov posameznih možnosti. V tej vsoti lahko prispevka premika delcev iz A v C ter iz B v D in premika delcev iz A v D ter B v C (slika 2) seštejemo, kar da bozone. Odštevanje takšnih prispevkov pa privede do fermionov [17].

Ko se iz treh prostorskih dimenzij premaknemo v dve, postanejo svetovnice delcev tridimenzionalne. Takšne svetovnice pa lahko med seboj vozlammo. Zamenjava dveh neločljivih delcev ni več tako nedolžna stvar. Ko delca ponovno zamenjamo bi pričakovali natanko stanje, s katerim smo začeli. Toda, če smo pri tem zavozlali svetovnici, stanji nista več enaki. Podrobna obravnavava v takšnem primeru ne napove bozone in fermionov, ampak delce z drugačnimi lastnostmi. "Obstaja lahko karkoli (angleško: anything)," kot je v šali izjavil Franck Wilczek, ko je skoval ime za delce, ki se pojavijo v takšnem primeru - anyoni [17].

Prišli smo do glavne motivacije za iskanje anyonov. S tem, ko jih vozlammo, ustvarjamo različna stanja. V to bi lahko shranili informacijo. Preko verjetnosti za določene procese bi informacijo spet prebrali. To bi potencialno lahko uporabili pri izdelavi spomina za potrebe kvantnega računalništva. Med drugim tudi podjetje Microsoft že vlaga v raziskave na tem področju [17].

V naravi je prostor tridimenzionalen in zato anyonov v njem ne moremo najti. Anyone bomo iskali v dvodimenzionalnem svetu. Opazovali bomo ustrezno kristalno mrežo. Na takšni mreži pa bomo kot kvazidelce iskali anyone. Ker so mehanizmi, ki pripeljejo do takšnih anyonov, lahko precej zapleteni, si bomo najprej na preprostejši način ogledali koncept kvazidelcev v poglavju 2. Model, ki bi lahko gostil anyone, pa v poglavju 3.

2 Kvazidelci

Kvazidelce si lahko predstavljamo kot navidezne delce, ki obstajajo le znotraj snovi. Pripisemo jim gibalno količino in energijo, lahko tudi naboj ali spin. Za razumevanje koncepta je prikladna analogija s orkanom. Lahko ga je identificirati in opazovati njegovo gibanje, a ne moremo ga vzeti iz atmosfere.

Tako so tudi kvazidelci vezani na snov. Uporabljamo jih za opis skupinskih vzbujenih stanj. Primer so skupinska nihanja atomov v kristalih - fononi. Naslednji primer, ki mu bomo namenili svoje podpoglavje, je opis vzbujenih stanj elektronskih spinov - magnonov.

2.1 Magnoni

Ker je to podpoglavje zgled vpeljave kvazidelcev in magnoni niso glavni predmet tega seminarja, se mi zdi klasična obravnava bolj nazorna. Obravnavamo sicer kvantni pojav, a na srečo klasična obravnava vodi do enakega rezultata kot kvantna.

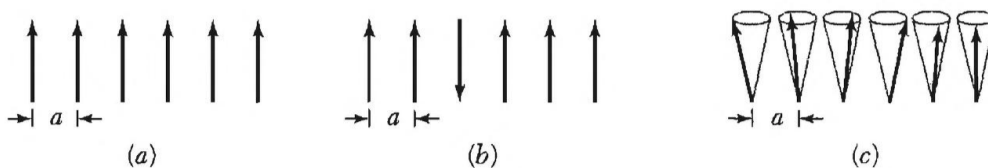
Navedimo nekaj ključnih korakov vpeljave magnonov, ki je vzeta iz učbenika [12].

Obravnavamo preprost enodimenzionalni feromagnet. Sosednji spini so sklopljeni s Heisenbergovo interakcijo

$$H = -2J \sum_{p=1}^{N-1} \mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_{p+1}. \quad (1)$$

V sistemu je N spinov. J je izmenjalni integral, $\hbar\mathbf{S}_p$ pa vrtilna količina spina na mestu p .

V osnovnem stanju so vsi spini vzporedni, kot kaže slika 3a.



Slika 3: Shematski prikaz osnovne vzbuditev feromagneta. Puščice označujejo smer spina. (a) Klasična slika osnovnega stanja preprostega feromagneta. (b) Možna vzbuditev. (c) Spinski val. Konice spinov precesirajo [12].

Kot preprosto vzbuditev sistema si lahko predstavljamo obrat enega izmed spinov, prikaz na sliki 3b. Vendar tako dobljeno stanje ni lastno stanje Hamiltonovega operatorja (1), zato se motnja razdeli med spine. Tako dobimo spinski val, prikazan na sliki 3c. Sosednji spini so enakomerno fazno razmaknjeni.

Nakažimo, da so v takšnem sistemu spinski valovi res možna vzbuditev. Iz enačbe (1) vzamemo člena, ki vsebujeta p -ti spin

$$-2J\mathbf{S}_p \cdot (\mathbf{S}_{p-1} + \mathbf{S}_{p+1}). \quad (2)$$

Spin \mathbf{S}_p ima magnetni moment $\boldsymbol{\mu}_p$. Ta je skalarno pomnožen s sosednjima spinoma. V izrazu opazimo obliko $-\boldsymbol{\mu}_p \cdot \mathbf{B}_p$, kjer je $\mathbf{B}_p \propto (\mathbf{S}_{p-1} + \mathbf{S}_{p+1})$ efektivno magnetno polje na mestu p . To nas napelje na misel, da bo šlo za pojav precesije v magnetnem polju sosednjih spinov.

Podrobnejša izpeljava v [12] pokaže, da dobimo v režimu majhnih odklonov približen set linearnih diferencialnih enačb za komponentne p -tega spina. Predpostavka je, da je z -komponenta spina po velikosti približno enaka celotni velikosti spina S , x ter y -komponenti pa sta majhni.

Rešitvi za komponenti x in y sta ravna valova s krožno frekvenco ω in valovnim vektorjem k

$$S_p^x = ue^{i(pka-\omega t)} \quad (3)$$

$$S_p^y = ve^{i(pka-\omega t)}, \quad (4)$$

kjer sta u in v konstanti, a pa razdalja med sosednjima spinoma. S_p^z se s časom ne spreminja.

V splošnem konica spina opiše elipso. Če za izbor $v = -iu$ vzamemo realni del enačb (3) in (4), dobimo precesijo okoli z -osi.

Izpeljava velja za splošno velikost spina. Magnonska vzburitev ustreza obratu enega spina. Magnon ima spin $2S$, saj smo pri obratu enega spina za toliko spremenili spin.

Spinom ustreza magnetni moment. Osnovno stanje našega sistema so torej vzporedno urejeni magnetni momenti, kar se makroskopsko odraža kot magnetizacija. Ker se pojavi v odsotnosti zunanega polja, jo imenujemo spontana magnetizacija. Osnovno stanje imamo lahko le pri najnižji temperaturi, saj bodo tako ureditev porušili magnoni, ki jih vzbudijo termične fluktuacije. Z višanjem temperature se bo spontana magnetizacija zmanjševala. Kvantitativna obravnava napove

$$M(T) = M_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \right]. \quad (5)$$

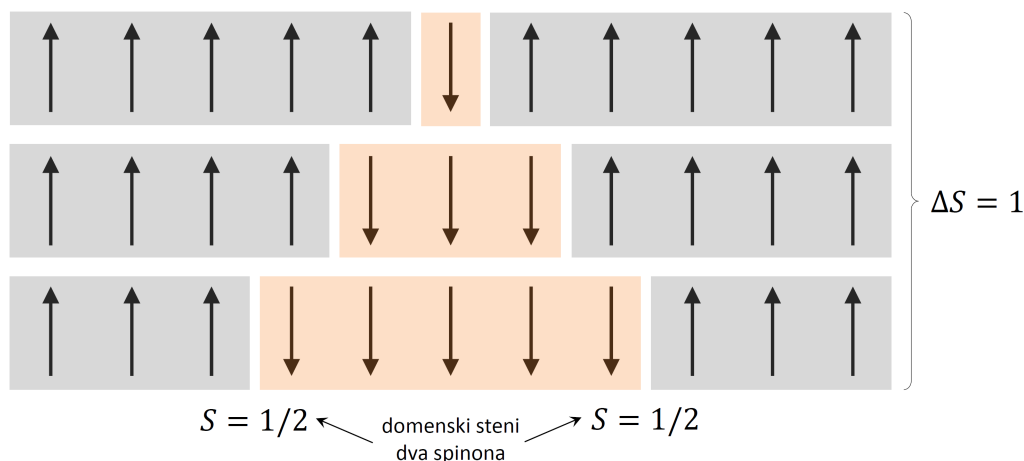
M_0 je velikost spontane magnetizacije, T_c pa kritična temperatura, odvisna od materiala. Rezultat (5) je Blochov zakon in je bil potrjen eksperimentalno [12].

Na podoben način nam magnoni omogočajo razumeti tudi druge vidike obnašanja feromagnetov. Obstajajo snovi, kjer pa obrat spina ne vzbudi enega magnona, temveč več kvazidelcev. Model, ki to opisuje, si oglejmo v naslednjem podglavju.

2.2 Frakcializacija domenskih sten

Za začetek si spet oglejmo preprost enodimenzionalni model feromagneta. Imejmo ekvidistantno razporejene spine velikosti $\frac{1}{2}$. Sosednja spina naj tokrat povezuje Isingova interakcija, ki je oblike $-S_i^z S_j^z$, kjer sta S_i^z in S_j^z z -komponenti spina.

V osnovnem stanju so vsi spini poravnani v isto smer (sivo področje, slika 4). Z obratom enega spina sistemu povečamo energijo. Produkt med z -komponentama obrnjenega spina in njegovega soseda se spremeni iz $-S_z^2$ v S_z^2 . Na sliki 4 se to zgodi na vsaki meji med sivim in rožnatim področjem.



Slika 4: Domenski steni v namišljenem 1-D feromagnetu [15].

Vsa tri stanja na sliki 4 imajo enako energijo. Sistem torej lahko med njimi spontano prehaja.

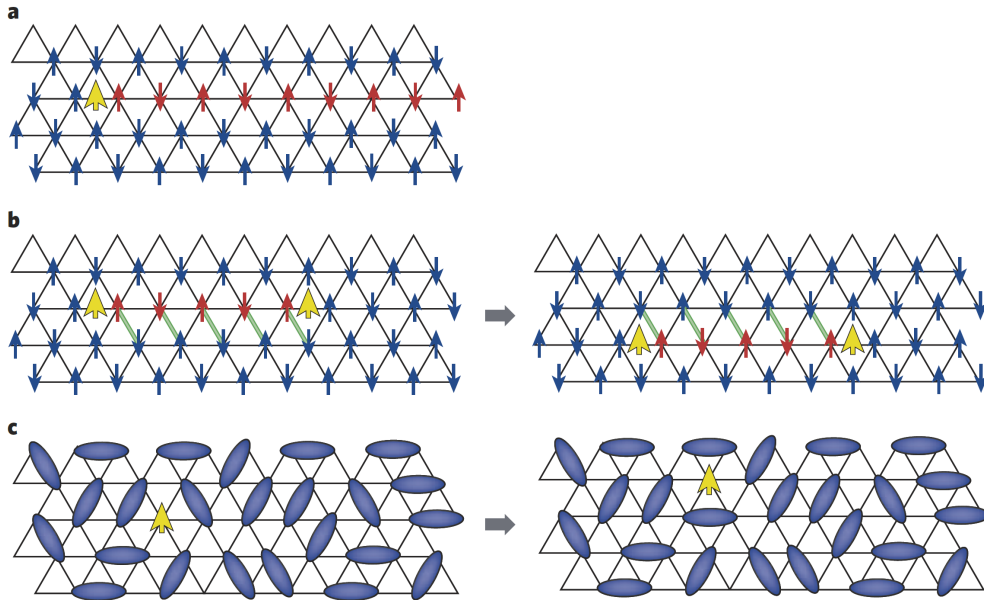
Na obravnavano dogajanje lahko pogledamo tudi nekoliko drugače - z vidika kvazidelcev. Z obratom spina smo ustvarili dve domenski steni (meja med sivim in rožnatim področjem, slika 4). Vsaka nosi polovico dovedene energije. Gibljeta pa se lahko povsem prosto, saj energija celotnega sistema ni odvisna od njune lege. Takšna domenska stena ima spin $\frac{1}{2}$, zato jo imenujemo spinon.

Pomudimo se pri nekoliko manj preprostem in bolj zanimivem primeru. Obravnavajmo dvodimenzionalno trikotno mrežo, ki ima spine v ogliščih. Oglejmo si stanje sistema, ki je vzdolž ene od smeri mreže antiferomagnetno. Ta smer je na sliki 5a vodoravna. V tem stanju so sosednji spini v vodoravni smeri torej nasprotno orientirani.

V omenjenem sistemu lahko nastajajo spinoni (rumena puščica na sliki 5a) kot meja med dvema antiferomagnetima osnovnima stanjema. Za vzbuditev spinona moramo obrniti vse spine (označene z rdečo) na polneskončnem delu verige vzdolž vodoravne osi kristala.

Zanimiv pojav, ki ga preprosto opazimo, je krajevna omejenost vzbujenega spinona. Spinon praktično ne more preskočiti v sosednjo verigo, saj bi se moralo za tak preskok koherentno obrniti neskočno število spinov. V našem primeru bi bili to vsi rdeči spini in njim ustrezni spini na sosednji

verigi. Kljub temu, da je mreža dvodimenzionalna, se lahko spinon giblje le v eni dimenziji.



Slika 5: Vzbuditev kvantnega antiferomagneta v trikotni kristalni mreži. a) Rumena puščica prikazuje mesto spinona. b) Par 1D spinonov lahko preskakuje med verigami. c) Drugačen primer spinona [6].

Ko pa sta v verigi vzbujena dva takšna spinona, se možno gibanje bistveno spremeni. Par spinonov lahko preskakuje tudi med verigami, saj je za to potrebno obrniti končno število spinov, vzdolž zeleno obarvanih vezi (slika 5b). Omejitev na eno dimenzijo izgine.

Zamislimo si model, kjer na takšni mreži spini paroma tvorijo valenčne vezi. To pomeni, da od povezanih spinov eden kaže gor in drugi dol ali pa obratno. Stanje je linearna kombinacija obeh možnosti. Gre za prepleteno stanje. Spinon nastane kot spin brez para in se lahko giblje prosto z razporejanjem valenčnih vezi (slika 5c).

Videli smo, da lahko že v precej preprostih modelih najdemo kvazidelce z različnimi in zanimivimi lastnostmi.

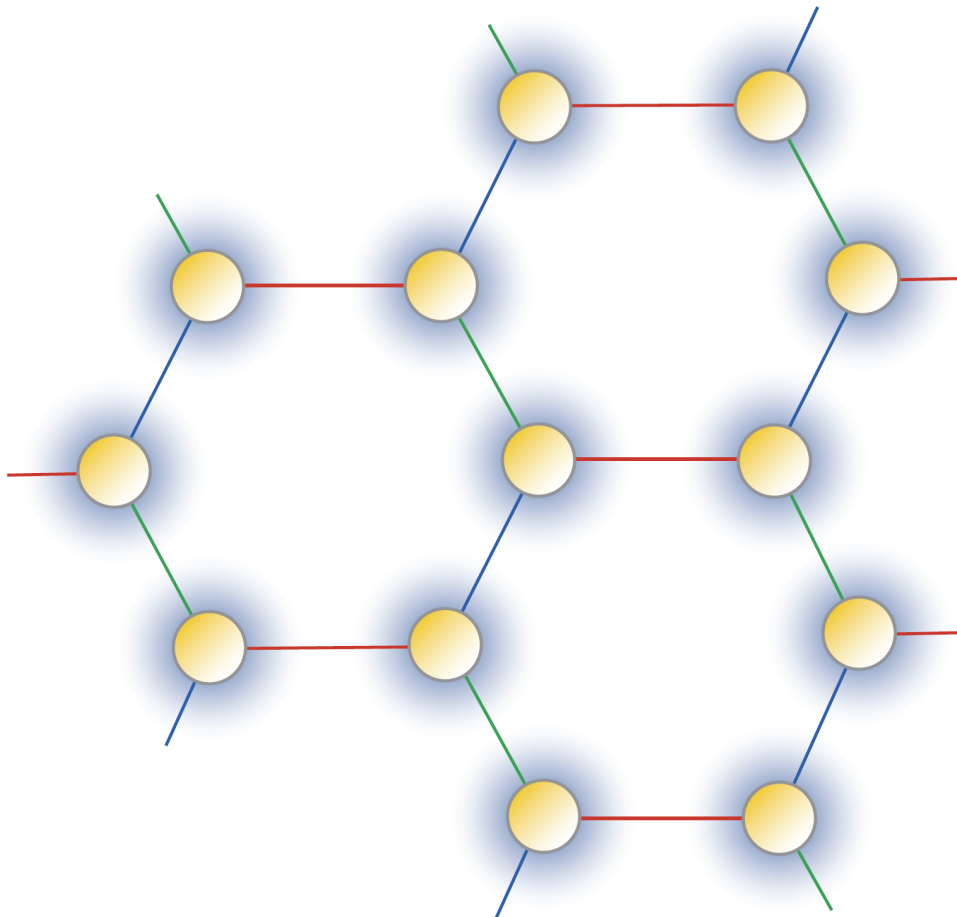
3 Model Kitaeva

Model je predlagal Alexei Kitaev in leta 2006 v svojem članku [13] predstavil točno resitev.

Model je zanimiv za obravnavo, saj napoveduje obstoj anyonov, ki bi bili potencialno lahko uporabni za kvantno računalništvo (kot omenjeno v podpoglavju 1.3)

3.1 Model

V modelu Kitaeva se tridimenzionalni spini nahajajo v ogliščih dvodimenzionalne heksagonalne mreže (slika 6). Kitaev predlaga na videz precej nenavadno interakcijo med komponentami spinov. Stranice šestkotnikov ležijo v treh glavnih smereh, na sliki 6 označenih vsaka s svojo barvo. vzdolž vsake od smeri kristalne mreže s svojim sosedom interagira le ena komponenta spina. Tako vzdolž rdečih stranic interagirata le x -komponenti sosednjih spinov, vzdolž modrih y -komponenti, vzdolž zelenih pa z -komponenti.



Slika 6: Mreža spinov v modelu Kitaeva. Zeleno, rdeče in modro obarvane stranice predstavljajo tri različne smeri, vzdolž katerih interagirajo različne komponente parov spinov [5].

Interakcija vzdolž stranice je produkt ustreznih komponent spinov $K_m S_i^m S_j^m$, kjer m označuje eno izmed treh komponent, S_i^m in S_j^m pa sta komponenti i -tega in j -tega spina, K_m pa je jakost interakcije med ustreznima komponentama spinov. Model pripiše vsaki smeri svojo vrednost za K .

Hamiltonov operator za celoten sistem je tako oblike

$$H = \sum_m \sum_{i,j} K_m S_i^m S_j^m, \quad (6)$$

kjer vsota $\sum_{i,j}$ teče le po najbližjih sosedih. Omeniti velja še, da v realnih materialih pričakujemo tudi prisotnost izotropne Heisenbergove interakcije

$\sum_{i,j} J \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j$, kjer je J izmenjalni integral, \mathbf{S}_i in \mathbf{S}_j pa spina v sosednjih ogliščih i in j , vsota prav tako teče le po najbližjih sosedih [5], [16].

3.2 Anyoni v modelu Kitaeva

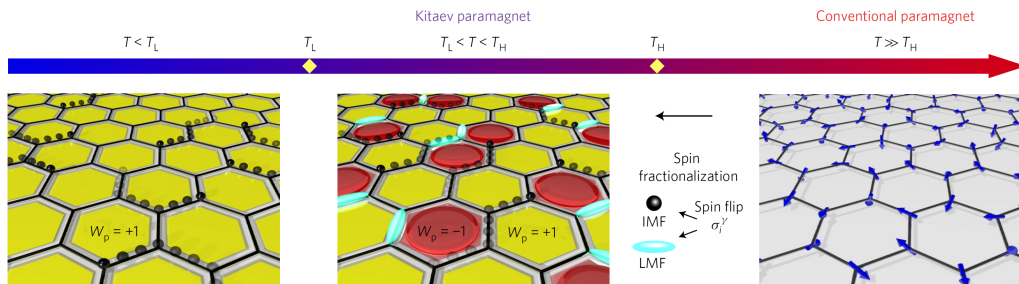
Obrat spina v modelu frakcionalizira na dva umeritvena fluksa ter na Majoranov fermion.

Umeritveni fluks je kvazidelec, ki je lokaliziran na šestkotniku mreže (grafičen prikaz na sliki 7). Razlog za pridevnik “umeritveni” je povezan z umeritveno teorijo [2]. V primeru modela Kitaeva gre za umeritveno teorijo Z_2 . Kratica pomeni, da zavzema ustrezno umeritveno polje na vsakem mestu le dve diskretni vrednosti, in sicer $+1$ ali -1 . To je polje umeritvenih fluksov, ki lahko na vsakem mestu kažejo navzgor ali navzdol. Umeritvene flukse imenujemo tudi vrtinci, saj so povezani z vrtinci spinske gostote na posameznem šestkotniku mreže.

Majoranovi fermioni se gibljejo v potencialu omenjenega umeritvenega polja fluksov. Zanimivi so zlasti, ker so sami sebi antidelci. Čeprav je pri zamenjavi dveh Majoranovih fermionov obnašanje fermionsko, se ta narava spremeni, ko zamenjamo Majoranov fermion ter umeritveni fluks. Kvazidelci se šele skupaj obnašajo anyonsko [16].

Omenjeni kvazidelci se v modelu pojavijo le pri določenih temperaturah. Pri nizkih temperaturah imajo vsi umeritveni fluksi enako vrednost (slika 7, levo). Pri določeni temperaturi T_L postanejo umeritveni fluksi termično vzbujeni in zavzemajo vrednosti $+1$ in -1 . Nad temperaturo T_H pa Majoranovi fermioni ne obstojajo več (slika 7, desno), material postane konvencionalen paramagnet. V območju med omenjenima temperaturama sta aktivno prisotna oba tipa kvazidelcev in s tem anyonsko obnašanje (slika 7, sredina).

Model napoveduje temperaturno odvisno specifično toploto. Ta ima dva izrazita vrhova. Prvi je pri temperaturi T_L , ko postanejo umeritveni fluksi termično vzbujeni. Drugi je pri temperaturi T_H , ko Majoranovi fermioni prenehajo obstajati [7].



Slika 7: Shematski prikaz kvazidelcev v modelu Kitaeva. V notranjosti šestkotnikov so umeritveni fluksi. Z rumeno barvo so prikazani, ko imajo vrednost $+1$ in z rdečo barvo, ko imajo vrednost -1 . Pri nizkih temperaturah $T < T_L$ imajo vsi umeritveni fluksi enako vrednost (levo). Lokalizirani Majoranovi fermioni so prikazani z modro ovalno obliko, premični (itinerantni) Majoranovi fermioni pa s črnimi kroglicami. Pri visokih temperaturah $T > T_H$ snov postane konvencionalni paramagnet (desno) [7].

4 Model Kitaeva v naravi

V prejšnjem poglavju smo obravnavali precej nenavaden model. Zaradi njegovih obetavnih lastnosti si raziskovalci prizadevajo najti materiale, v katerih bi bila prisotna interakcija Kitaeva.

Oblika interakcije, ki jo je predpostavil Kitaev, bi se lahko pojavila kot posledica sklopitve spin-tir. Zato je iskanje usmerjeno v snovi, ki vsebujejo atome z velikim vrstnim številom, kjer je tirna vrtilna količina zunanjih elektronov velika in tako prispevek sklopitve ustrezno znaten. Primer takšne obetavne snovi so iridijevi oksidi [9]. Ena izmed snovi, v kateri so leta 2015 uspeli pokazati, da je prevladujoča interakcije enakega tipa kot interakcija Kitaeva, je Na_2IrO_3 [8].

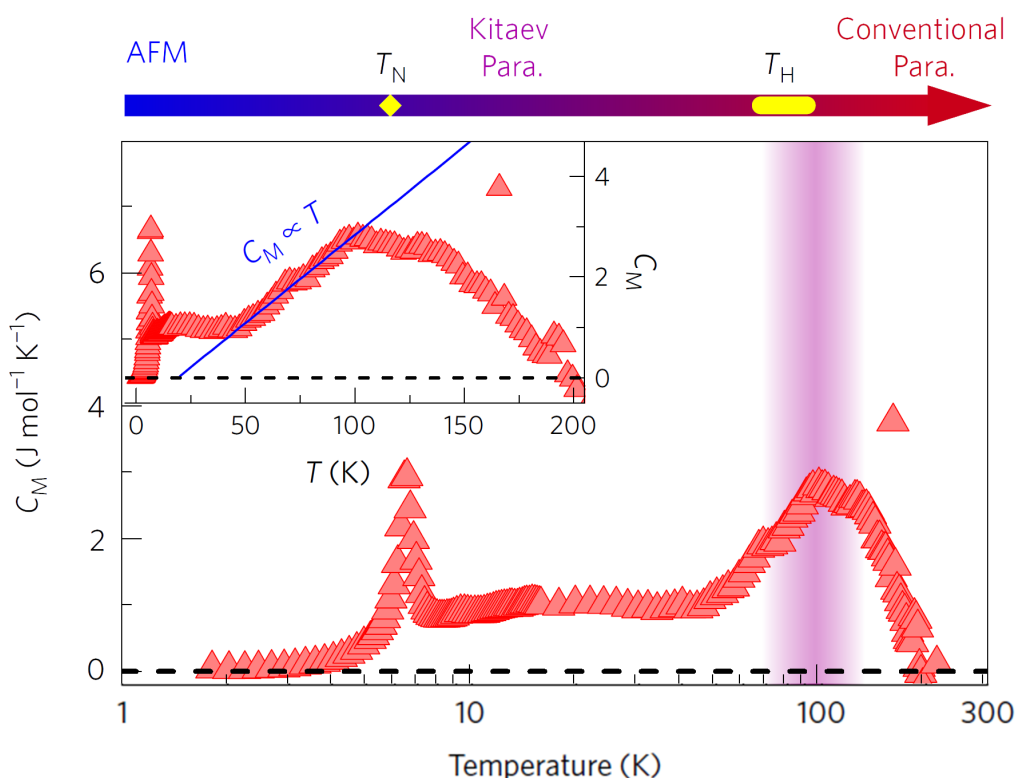
Leta 2016 pa se je materialom, ki bi lahko gostili model Kitaeva, pridružil $\alpha\text{-RuCl}_3$. Oznaka α nosi informacijo o strukturi kristala. V času pisanja velja za najbolj obetaven material za raziskave na tem področju [5].

5 Eksperimentalna potrditev anyonov

Zanima nas, ali se kvazidelci in lastnosti, ki jih model napoveduje dejansko lahko opazijo. Raziskovalcem je to do sedaj uspelo na nekaj različnih načinov, ki si jih bomo ogledali v tem poglavju.

5.1 Temperaturna odvisnost specifične toplote

V podpoglavju 3.2 smo kot eno izmed teoretičnih napovedi modela Kitaeva omenili temperaturno odvisnost specifične toplote. Objava [7] iz septembra 2017 poroča o meritvi specifične toplote v materialu α -RuCl₃. Gre za meritev magnetne specifične toplote. Pri meritvi je prisoten tudi fononski del specifične toplote, ki je posledica mrežnih nihanj. Tega je potrebno od eksperimentalnih podatkov odšteti. Rezultat je prikazan na sliki 8.



Slika 8: Temperaturna odvisnost magnetne specifične toplote. Prvi vrh ustreza termični vzbuditvi umeritvenih fluksov. Drugi vrh ustreza faznemu prehodu materiala v konvecnionalni paramagnet. [7].

Meritev takšne odvisnosti je v našem primeru dober znak, da snov res gosti obravnavane anyone. Ker sta napovedana in izmerjena vrhova dva, lahko z precejšnjo gotovostjo trdimo, da vrhova ustrezata ravno napovedi Kitaeva, ne pa kakšnim drugačnim kvazidelcem, ki bi slučajno pripeljali do enakega rezultata.

5.2 Neelastično nevtronsko sipanje

Z neelastičnim sipanjem nevtronov na kristalu je mogoče določiti določene lastnosti kvazidelcev, ki se v snovi pojavijo. Dve neodvisni skupini - Sungdae Ji s sodelavci in Banerjee s sodelavci - poročata, da so lastnosti opazovanih delcev v kristalu α -RuCl₃ konsistentne z modelom Kitaeva [14].

5.3 Energijska reža

Objava iz maja leta 2018 poroča o določevanju energijske reže anyonov v kristalu α -RuCl₃. Določanje poteka s pomočjo temperaturne odvisnosti opazljivk v magnetnem polju. Avtorji na podlagi rezultatov meritev trdijo, da je obravnavan material zelo obetaven za nadaljne raziskave anyonov [10].

5.4 Termični kvantni Hallov pojav

Objava iz julija leta 2018 govori o uspešni potrditvi obstoja Majoranovih fermionov preko meritev termičnega kvantnega Hallovega pojava, prav tako v materialu α -RuCl₃ [11].

6 Zaključek

V zadnjem desetletju je področju raziskav anyonov izrazito napredovalo. Prebili smo se od njihove teoretične napovedi Kitaeva leta 2006, do vrste eksperimentov, ki so uspešno potrdili njihov obstoj v zadnjih letih.

Prihodnost anyonov, ki jih gosti model, se zdi zelo svetla. Postajajo čedalje bolj obetavni za morebitno topološko kvantno računalništvo.

Zdaj smo od njihove dejanske uporabe v ta namen najbrž sicer še daleč. Toda tema neutrudljivo privlači razne raziskave in vlaganja, kar nam bo prej ali slej zagotovo prineslo zanimiva in presenetljiva odkritja.

Literatura

- [1] Bertrand's theorem. https://en.wikipedia.org/wiki/Bertrand%27s_theorem. Obiskano: 2019-03-01.
- [2] Gauge theory. https://en.wikipedia.org/wiki/Gauge_theory. Obiskano: 2019-03-10.
- [3] General relativity. https://en.wikipedia.org/wiki/General_relativity. Obiskano: 2019-03-01.

- [4] Trefoil knot. https://en.wikipedia.org/wiki/Trefoil_knot. Obiskano: 2019-03-01.
- [5] ARMITAGE, N. P. Kitaev's exact solution approximated. *Nature Materials* 15 (2016), 701–702.
- [6] BALENTS, L. Spin liquids in frustrated magnets. *Nature* 464 (2010), 199–208.
- [7] DO, S.-H., PARK, S.-Y., YOSHITAKE, J., NASU, J., MOTOME, Y., KWON, Y., ADROJA, D. T., VONESHEN, D. J., KIM, K., JANG, T.-H., PARK, J.-H., CHOI, K.-Y., AND JI, S. Majorana fermions in the kitaev quantum spin system $\alpha\text{-RuCl}_3$. *Nature Physics* 13 (Sep 2017), 1079 EP –.
- [8] HWAN CHUN, S., KIM, J.-W., KIM, J., ZHENG, H., STOUMPOS, C. C., MALLIAKAS, C. D., MITCHELL, J. F., MEHLAWAT, K., SINGH, Y., CHOI, Y., GOG, T., AL-ZEIN, A., SALA, M. M., KRISCH, M., CHALOUPIKA, J., JACKELI, G., KHALIULLIN, G., AND KIM, B. J. Direct evidence for dominant bond-directional interactions in a honeycomb lattice iridate Na_2IrO_3 . *Nature Physics* 11 (May 2015), 462 EP –.
- [9] JACKELI, G., AND KHALIULLIN, G. Mott Insulators in the Strong Spin-Orbit Coupling Limit: From Heisenberg to a Quantum Compass and Kitaev Models. *Physical Review Letters* 102 (Januar 2009), 199–208.
- [10] JANŠA, N., ZORKO, A., GOMILŠEK, M., PREGELJ, M., KRÄMER, K. W., BINDER, D., BIFFIN, A., RÜEGG, C., AND KLANJŠEK, M. Observation of two types of fractional excitation in the kitaev honeycomb magnet. *Nature Physics* 14, 8 (2018), 786–790.
- [11] KASAHARA, Y., OHNISHI, T., MIZUKAMI, Y., TANAKA, O., MA, S., SUGII, K., KURITA, N., TANAKA, H., NASU, J., MOTOME, Y., SHIBAUCHI, T., AND MATSUDA, Y. Majorana quantization and half-integer thermal quantum hall effect in a kitaev spin liquid. *Nature* 559, 7713 (2018), 227–231.
- [12] KETTEL, C. *Introduction to Solid State Physics - 8th ed.* John Wiley & Sons, University of California, Berkeley, 2005.
- [13] KITAEV, A. Anyons in an exactly solved model and beyond. *Annals of Physics* 321 (2006), 2–111.

- [14] PERKINS, N. Kitaev physics crystalized. *Nature Physics* 13 (Oktober 2017), 1041–1042.
- [15] SEK, M. K. Potrditev obstoja anyonov, November 23 2018.
- [16] TREBST, S. Kitaev Materials. *arXiv e-prints* (Jan 2017), arXiv:1701.07056.
- [17] WILCZEK, F. Inside the Knotty World of ‘Anyon’ Particles. *Quanta Magazine* (Februar 2017).