

# Eksperiment 1

## Spektrometrija beta

### 1.1 Naloga

S pomočjo magnetnega spektrometra izmeri energijska spektra izvorov  $^{204}\text{Tl}$  in  $^{90}\text{Sr}$  in določi maksimalno energijo beta elektronov  $E_0$ !

### 1.2 Spektre $\beta$

Za razliko od energijskih spektrov žarkov  $\gamma$  in  $\alpha$ , ki so diskretni, so spektri žarkov  $\beta$  zvezni, čeprav prav tako ustrezajo prehodom med diskretnimi jedrskimi stanji. Ker po zakonu o ohranitvi energije pri prehodu med energijsko diskretnimi stanji lahko nastanejo v jedrih le sevanja določenih energij, je na začetku kazalo, da se pri razpadu  $\beta$  energija ne ohranja. Pri takih razpadih dobimo namreč elektrone vseh energij do maksimalne vrednosti  $E_0$ , pri kateri zakon o ohranitvi energije ni kršen.

Kot je predvideval Pauli in so pozneje potrdili eksperimenti, pri razpadu  $\beta$  istočasno z elektronom odleti še en delec - nevtrino. Oba skupaj odneseta vso energijo, ki je na razpolago pri razpadu, in energijski zakon torej drži. Vzrok za to, da nevtrina niso odkrili že ob prvih meritvah spektrov  $\beta$ , tiči v njegovi veliki prodornosti. Nevtrini interagirajo le preko šibke interakcije, zaradi česar jih je seveda izredno težko detektirati.

Obstajata dva tipa  $\beta$  razpadov:  $\beta^-$  in  $\beta^+$ . Pri razpadu  $\beta^-$  se nevtron pretvori v proton, odletita pa elektron in antinevtrino. Pri razpadu  $\beta^+$  pa se proton spremeni v nevtron; iz jedra odletita pozitron in nevtrino,

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad (1.1)$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu \quad (1.2)$$

Po "drugem zlatem pravilu" kvantne mehanike je energijska porazdelitev elektronov oz. pozitronov pri razpadu  $\beta$  (verjetnost za prehod na časovno enoto na interval energije) sorazmerna matričnemu elementu za tak proces in gostoti stanj  $dn/dE$ , ki so na razpolago elektronom oz. pozitronom in antinevtrinom oz. nevtrinom:

$$\frac{dw}{dE_e} = \frac{1}{\hbar} |\langle H_{12} \rangle| \frac{dn_e}{dE_e} \frac{dn_\nu}{dE_\nu} \quad (1.3)$$

V nadaljnji obravnavi bomo besedo elektron rabili tudi za pozitron in oznako nevtrino tudi za antinevtrino. Za gostoto stanj velja:

$$\frac{dn_e}{dE_e} = \frac{V 4\pi p_e^2 dp_e}{(2\pi\hbar)^3 dE_e} = \frac{V p_e E_e}{2\pi^2 \hbar^3 c^2} \quad (1.4)$$

in

$$\frac{dn_\nu}{dE_\nu} = \frac{V 4\pi p_\nu^2 dp_\nu}{(2\pi\hbar)^3 dE_\nu} = \frac{V (E_0 - E_e)^2}{2\pi^2 \hbar^3 c^2} \quad (1.5)$$

$$(1.6)$$

Z  $E_0$  smo označili maksimalno energijo elektronov, ki nastanejo pri razpadu. Energijo elektrona smo zapisali relativistično, saj je kinetična energija elektronov pri razpadu  $\beta$  velikostnega reda MeV in torej primerljiva mirovno energijo 0.51 MeV. Torej velja  $E_e^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4$  in po odvajanju  $E_e dE_e = c^2 p_e dp_e$ .

Na osnovi eksperimentalnih podatkov, da je mirovna masa nevtrina  $m_\nu = 0$  smo zgornjem izrazu upoštevali še podobno zvezo za nevtrino,  $E_\nu = cp_\nu$ .

Verjetnost za razpad je tedaj enaka

$$\frac{dw}{dE_e} = \frac{1}{\hbar} |\langle H_{12} \rangle| \frac{V p_e E_e}{2\pi^2 \hbar^3 c^2} \frac{V (E_0 - E_e)^2}{2\pi^2 \hbar^3 c^2} = \frac{p_e E_e (E_0 - E_e)^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^5} M_\beta^2 \quad (1.7)$$

kjer smo z  $M_\beta$  označili produkt matičnega elementa  $\langle H_{12} \rangle$  dimenzije  $m^{-3}$  in volumna škatle, v katero smo zaprli obravnavani sistem,  $M_\beta = |\langle H_{12} \rangle| V$ .

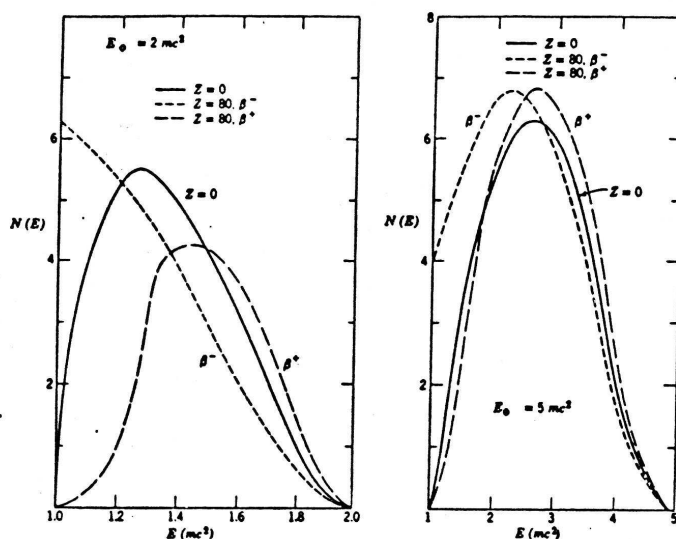
Obliko tako izračunanega spektra kaže črtkasta črta na sliki 1.1. Vidimo, da pri najnižjih kinetičnih energijah elektronov spekter hitro narašča, pri približno  $E_0/3$  doseže maksimum, nato pa počasi pada proti  $E_0$ . Odvod krivulje v tej točki je enak nič. Pri izpeljavi nismo upoštevali učinka coulombskega polja jedra na elektron/pozitron, ki nastane pri razpadu. Ta vpliv se pozna predvsem pri nizkih energijah. Kot kaže slika 1.1, je pri teh energijah verjetnost za razpad  $\beta^-$  povečana, za razpad  $\beta^+$  pa je zmanjšana. V enačbi za  $dw/dE$  upoštevamo ta popravek s tako imenovano Fermijevo funkcijo  $F_\pm(Z, E_e)$ , ki je odvisna od vrste razpada  $\beta$ , od energije elektrona ( $E_e$ ) in seveda tudi od vrstnega števila končnega jedra ( $Z$ ). Fermijeve funkcije je za vse te parametre izračunana in tabelirana. Imamo torej:

$$\frac{dw}{dE_e} = \frac{p_e E_e (E_0 - E_e)^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^5} F_\pm(Z, E_e) M_\beta^2 \quad (1.8)$$

Če to enačbo napišemo v posebni obliki, imenovani Kuriejev diagram,

$$\sqrt{\frac{dw/dE_e}{p_e E_e F_\pm}} = \frac{M_\beta}{\sqrt{2\pi^3 \hbar^7 c^5}} (E_0 - E_e) \quad (1.9)$$

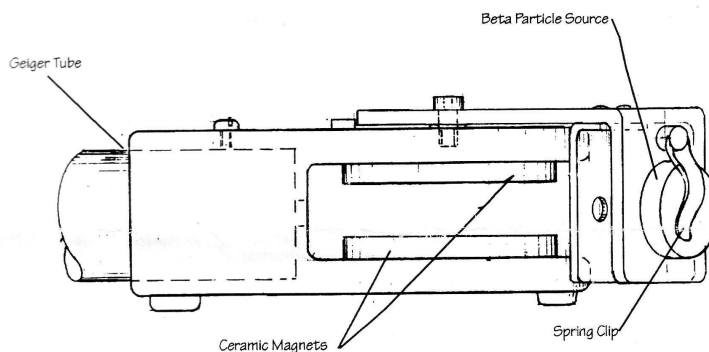
je zelo primerna za eksperimentalno določitev maksimalne energije  $E_0$ . Dobili smo namreč premico, ki seka absciso pri vrednosti  $E = E_0$ .



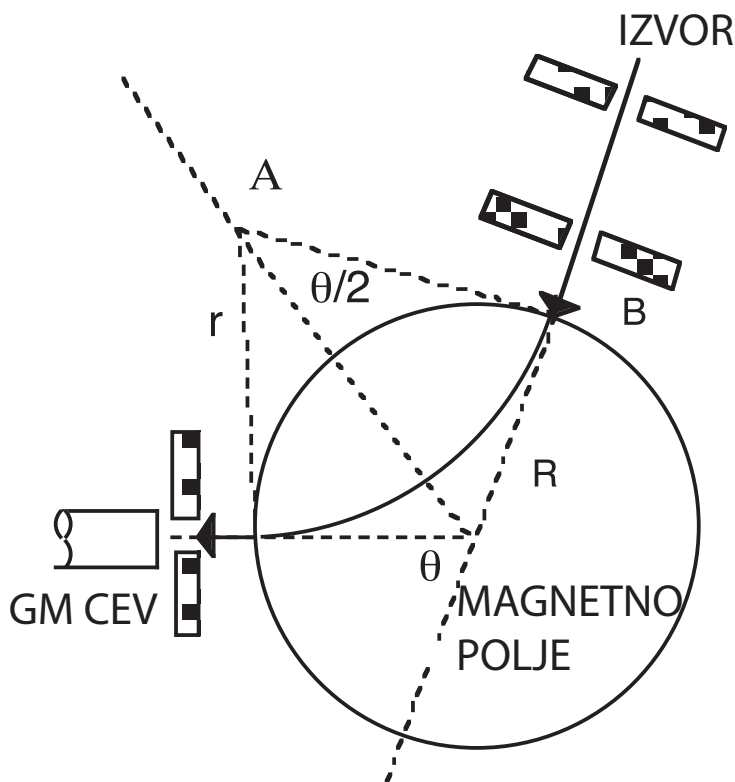
Slika 1.1: Energijska spektra  $\beta^-$  in  $\beta^+$  ter oblika spektra, če pri računu ne upoštevamo coulombske sile ( $Z=0$ ), za dve različni maksimalni energiji.

### 1.3 Spektrometrija z magnetnim spektrometrom

Spektrometer je sestavljen iz dveh keramičnih magnetov, med katerima je homogeno magnetno polje (slika 1.2). Izvor delcev (v našem primeru beta elektronov) pritrdimo na vrtljivo ročico spektrometra. Izvor seva elektrone pri različnih energijah in različnih kotih. Zaradi tega, da dobimo na vhodu v naš spektrometer ozek curek elektronov, pred izvor postavimo kolimator. Delci, ki pridejo skozi kolimator izvora, se v magnetnem polju odklonijo v detektor. Odklon curka se spreminja od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  glede na energijo delca (slika 1.3). Intenziteto curka izmerimo z Geigerjevo cevjo, ki je pritrjena na nosilec magneta. Izvor pritrdimo na vrtljivo ročico tako, da gre curek delcev skozi magnetno polje do Geigerjeve cevi skozi odprtino v nosilcu magneta. Vrtenje ročice omogoča meritev intenzitete



Slika 1.2: Magnetni spektrometer z ročicama za izvor in za GM cev.



Slika 1.3: Shema spektrometra.

curka kot funkcije kota. Ker je odklonski kot obratno sorazmerno povezan z energijo beta delcev, lahko na ta način iz podatkov izluščimo energijo intenziteto kot funkcijo energije.

## 1.4 Meritev energijskega spektra

Energijski spekter dobimo z meritvijo intenzitete curka beta delcev pri različnih kotih. Intenziteta je sorazmerna s številom zadetkov, ki jih zaznamo z Geigerjevo cevjo, energijo delcev beta pa lahko izluščimo iz kota odklona v magnetnem polju.

Počasnejše nabite delce je lažje odkloniti v magnetnem polju od hitrejših. Krivinski radij sledi delca v magnetnem polju je odvisen od njegove energije.

Z meritvijo magnetnega polja in meritvijo krivinskega radija sledi, lahko določimo energijo delca. Najprej določimo krivinski radij z meritvijo kota odklona v magnetnem polju. Na sliki 1.3 je prikazana shematska postavitev aparature.

Curek delcev pride v magnetno polje v točki B in se po krožnem odseku odkloni do točke Geigerjeve cevi. Krivinski radij določimo iz polmera kroga R, kjer je prisotno magnetno polje in odklonskega kota:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{R}{r} \quad (1.10)$$

$$r = \frac{\tan \frac{\theta}{2}}{R} \quad (1.11)$$

Kinetična energijo beta delcev  $T$  dobimo iz razlike polne in mirovne energije:

$$T = E_e - m_e c^2 = \sqrt{(pc)^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2 \quad (1.12)$$

kjer je  $p$  gibalna količina delca,  $m_e$  njegova mirovna masa in  $c$  svetlobna hitrost.

Na delec v magnetnem polju  $B$  deluje magnetna sila

$$\vec{F}_{mag} = e\vec{v} \times \vec{B} \quad (1.13)$$

v našem primeru kar

$$F_{mag} = evB \quad (1.14)$$

Centripetalna sila, ki jo uravnoveša je:

$$F_r = \frac{m_e v^2}{r} \quad (1.15)$$

Odtod dobimo izraz za gibalno količino delca :

$$p = eBr \quad (1.16)$$

Kinetična energija je torej:

$$T = m_e c^2 \left( \sqrt{\left( \frac{eBr}{m_e c} \right)^2 + 1} - 1 \right) \quad (1.17)$$

oziroma če  $r$  izrazimo z odklonskim kotom

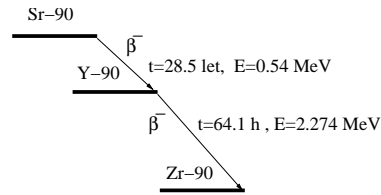
$$T = m_e c^2 \left( \sqrt{\left( \frac{eBR}{mc} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \right)^2 + 1} - 1 \right) \quad (1.18)$$

Vse neznane količine lahko izmerimo in določimo kinetično energijo delca.

### 1.4.1 Določitev maksimalne energije v spektru

Ker v Kuriejevem diagramu, iz katerega bomo določili maksimalno energijo, nastopa celotna energija, moramo kinetično energijo  $T$ , ki smo jo dobili iz naše skale, preračunati v celotno energijo. Z modificirano Fermijevo funkcijo

$$G(Z, E_e) = \frac{p_e}{E_e} F(Z, E_e) \quad (1.19)$$

Slika 1.4: Razpadna shema  $^{90}\text{Sr}$ .

zapišemo Kuriejev diagram v obliki

$$\frac{1}{E_e} \sqrt{\frac{dw/dE_e}{G(Z, E_e)}} = \text{konst.}(E_0 - E_e) \quad (1.20)$$

Zaradi zveze  $dE_e = dT$  velja tudi

$$\frac{1}{T + m_e c^2} \sqrt{\frac{dw/dT}{G(Z, T + m_e c^2)}} = \text{konst.}(T_0 - T) \quad (1.21)$$

Uvedba modificirane Fermijeve funkcije  $G(Z, T)$  ni naključna. Za cirkonij, ki je potomec našega sevalca  $\beta$ , ima namreč z natančnostjo  $\pm 3\%$  konstantno vrednost v območju kinetičnih energij do 3 MeV. Pri obdelavi spektra za določitev  $E_0$  je torej ni treba upoštevati.

Pri stroncijevem izvoru ne seva žarkov  $\beta$  samo jedro  $^{90}\text{Sr}$  ( $E_0=0.54$  MeV), ampak tudi njegov potomec  $^{90}\text{Y}$  (slika 1.4). Maksimalna energija žarkov  $\beta$  pri razpadu tega izotopa je okrog 2 MeV. Natančno vrednost določi iz meritve. Za analizo uporabi izmerjeni spekter iz področja kinetične energije elektronov nad 0.5 MeV.

## 1.5 Potek dela

### 1.5.1 Potrebščine:

- Geigerjeva cev
- števec sunkov
- radioaktivna izvora  $^{204}\text{Tl}$  ( $^{204}\text{Tl} \rightarrow ^{204}\text{Pb} + e^-$ ) in  $^{90}\text{Sr}$
- Računalnik s programom za zajemanje podatkov

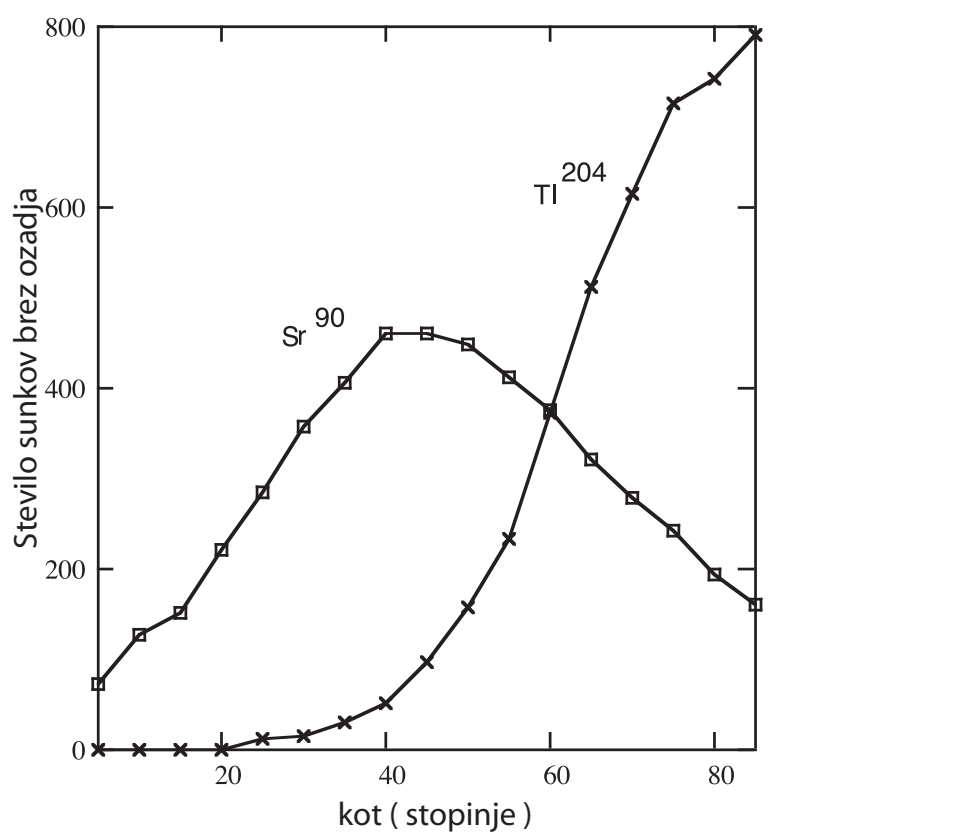
### 1.5.2 Potek:

1. Namesti izvor na vrtljivo ročico aparature v ravnino z odprtino v svinčenem absorberju. Za meritev z aparaturo sta primerna dva radioaktivna izvora  $^{204}\text{Tl}$  in  $^{90}\text{Sr}$ . Energija delcev beta iz izvora  $^{14}\text{C}$ , ima na žalost prenizko energijo. Delci se v magnetnem polju odklonijo, še preden dosežejo Geigerjevo cev.

2. Previdno namesti Geigerjevo cev v odprtino na zadnji strani aparature. Pazi, da se odprtina cevi ne dotika konca odprtine. S pomočjo plastičnega vijaka na vrhu aparature cev pritrdi tako, da se ne premika.
3. Priključi koaksialni kabel Geigerjeve cevi na BNC konektor na števcu sunkov.
4. Vklopi števec v zvezni način delovanja (CONTINUOUS). V tem načinu je števec stalno aktiven in mora pokazati nekaj sunkov iz izvora oziroma ozadja.
5. Preveri, da so vse povezave pravilne. Najlažje to storiš s pomočjo izvora gama (npr.  $^{137}\text{Cs}$ ), ki ga usmeriš proti stranski steni Geigerjeve cevi. To bo povzročilo, da bo cev začela šteti.
6. Za začetek meritve odstrani iz oklice aparature vse, kar bi lahko vplivalo na ozadje meritve. Zavrti ročico za  $90^0$  na desno. Nastavi števec na 0 in s pomočjo stoparice izmeri število zadetkov v treh minutah. Izmeri še število zadetkov, če zavrtiš ročico  $90^0$  na levo. Število zadetkov, ki ju izmeriš na eni in na drugi strani, sta različni. Določi smer v katero se odklanjajo beta delci iz izvora. Ugotovi predznak naboja beta delcev.
7. Magnetno polje določimo s pomočjo merilca magnetnega pretoka s pomočjo Hallove sonde. Z njim izmeri vrednost magnetnega polja na nekaj mestih, za preračun v kinetično energijo pa uporabi povprečno vrednost.
8. Pripravno je meriti število sunkov v korakih po  $5^0$ . Manjši koraki so že znotraj ločljivosti aparature in izguba časa, večji koraki pa bi nam dali premalo točk v grafu.
9. Postavi ročico v lego, kjer dobiš največjo intenziteto in izmeri število zadetkov v 5 minutah.
10. Izmeri kotno odvisnost števila sunkov. Število sunkov se bo znatno spreminjalo. Za manjšo napako meritve lahko pri nizkih pogostostih sunkov meriš dlje časa.
11. Izmeri še prispevek ozadja. Pazi, da ga pri rezultatih odšteješ od meritve.

## 1.6 Uporaba programa za zajemanje štetje sunkov

- Najprej priklopi števec sunkov preko USB vmesnika na računalnik
- poženi program Daedalon Geiger Tube s klikom na ikona na omizju.
- V meniju View izberi prikazovanje napetost GM cevi na zaslonu (Show Voltage).
- Nastavi napetost na GM cevi na 1100 V



Slika 1.5: Meritev števila zadetkov kot funkcija odklonskega kota.



- V meniju Measure Measure Interval nastavi čas stetja sunkov na 60 s
- Za začetek meritve pritisni gumb (puščica)
- Po koncu meritve lahko rezultate shraniš v tekstovno datoteko (File -> Export ASCII)
- Pripravneje je 5 meritev kar šesteti in si v zvezek narediti tabelo!



# Literatura

- [1] H. Frauenfelder, E.M. Henley, Subatomic Physics, Prentice Hall, 1974, New Jersey
- [2] C.S.Wu, S.A.Moszkowski, Beta Decay, Interscience Publishers, New York 1966
- [3] W.R.Leo, Techniques for nuclear and particle experiments, Springer- Verlag Berlin, Heidelberg 1987
- [4] Particle Data Group, S. Eidelman et al., Review of Particle properties, Phys. Lett. B592, 1 (2004)

