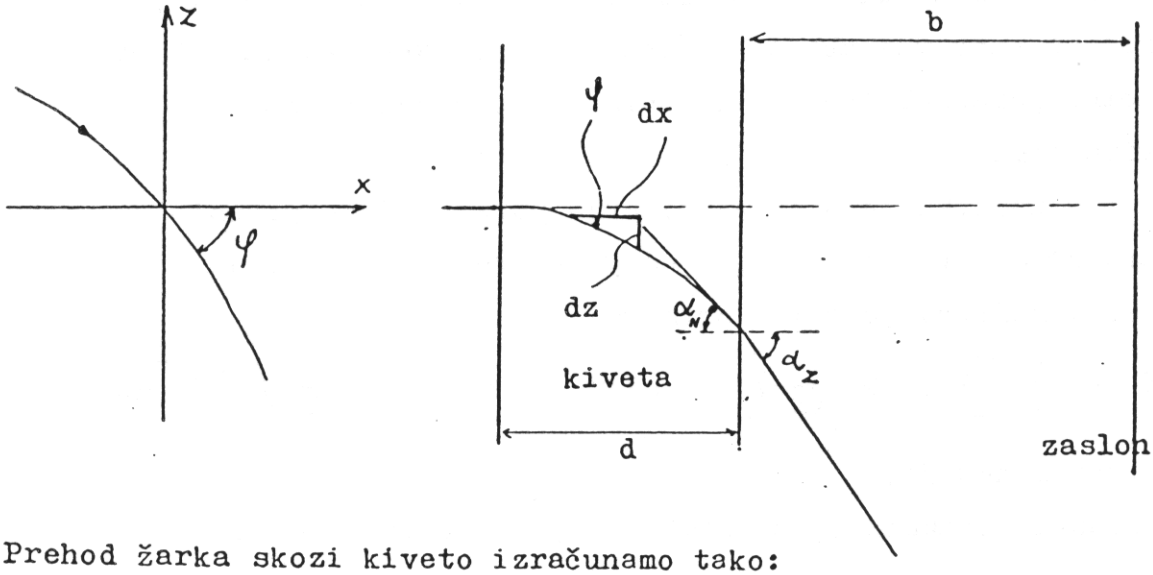
D I F U Z I J A T E K O Č I N

Pot žarka v nehomogenem, plastovitem sredstvu:

Sredstvo naj bo iz planparalelnih plasti, tako da zavisi lomni količnik le od ene koordinate (višine z). Lomni zakon

$$\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

se posploši na sredstvo z zvezno spremenljivim lomnim količnikom: $\cos\varphi = \frac{konst}{n(z)}$



Prehod žarka skozi kiveto izračunamo tako:

$$d(\log\cos\varphi) = -d(\log n) \qquad \text{ali}$$

$$\frac{\sin\varphi\, d\varphi}{\cos\varphi} = \frac{dn}{n}\ ; \quad \cancel{tg\varphi}\ \frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{n}\frac{dn}{dz}\cancel{\frac{dz}{dx}}; \quad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{n}\frac{dn}{dz}$$

Žarek se torej v kiveti odkloni za kot $\alpha_N = \frac{d}{n}\frac{dn}{dz}$

Po izstopu iz kivete se odklon še poveča $\alpha_Z = n\,\alpha_N = d\,\frac{dn}{dz}$

Na zaslonu dobimo potem odmik $Y = b\,d\,\frac{dn}{dz}$. Iz izpeljave se vidi, da velja izračunani odklon le za majhne kote ($\alpha \approx \sin\alpha$) in za $d \ll b$, Če obsvetimo kiveto z ravninskim snopom žarkov, nagnjenim za 45°, dobimo na zaslonu krivuljo. Le če je sredstvo homogeno, dobimo na zaslonu premico.

Difuzija

Koncentracija difundirajoče snovi f je funkcija kraja in časa. Difuzijski tok je sorazmeren gradientu koncentracije: $\vec{Q} = - D \text{ grad } f$. Upoštevamo še kontinuitetno enačbo

$$\text{div } \vec{Q} = - \frac{\partial f}{\partial t} \quad \text{in dobimo} \quad D \nabla^2 f = \frac{\partial f}{\partial t}$$

ali v našem primeru $D \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\partial f}{\partial t}$. Osnovna rešitev te enačbe je $f = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}}$ (preizkusi !) in predstavlja porazdelitev v primeru, ko je v času t = 0 difundirajoča snov vsa zbrana na mestu z = 0. Rešitev za poljubno začetno porazdelitev snovi dobimo iz osnovne rešitve z integriranjem.

Primer : V začetku je snov enakomerno porazdeljena po polprostoru $z > 0$ $f = f_o = 1$, v polprostoru $z < 0$ pa je $f(z) = 0$. Rešitev je v tem primeru

$$f = \frac{f_o}{2} \left[1 + \Theta\left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}}\right) \right] \quad , \text{ kjer je } \Theta(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\eta^2} d\eta$$

tabelirana funkcija.

Pri opisanem poizkusu so začetni pogoji prav taki. Če vzamemo, da je lomni količnik linearna funkcija koncentracije, velja tudi

$$n(z) = \frac{n_o + n_1}{2} + \frac{n_1 - n_o}{2} \Theta\left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}}\right)$$

in iz prej navedenega sledi:

$$Y = b\, d \frac{dn}{dz} = b\, d\, (n_1 - n_o) \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(- \frac{z^2}{4\, Dt}\right)$$

Ploščina pod krivuljo je od časa neodvisna:

$$S = y\, dz = k\, b\, d\, (n_1 - n_o) \qquad k = \frac{a + b}{a}$$

kjer je k povečava, a pa razdalja med izvorom divergentnega snopa žarkov in kiveto.

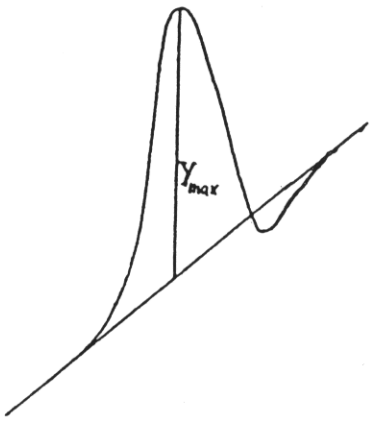
Maksimalni odmik je sorazmeren $t^{-1/2}$

$$Y_{max} = b\, d \frac{n_1 - n_o}{(4\pi Dt)^{1/2}} = \frac{S}{k\,(4\pi Dt)^{1/2}}$$

Navodilo

Postavi laser okoli 180 cm od zaslona, kiveto na jezdecu pa na sredo med njiju tako, da bo laserski žarek padal preko sredine kivete na spodnji del zaslona z milimetrskim papirjem. Zaradi rahlo divergentnega snopa postavi pred laser zbiralno lečo. Med lečo in kiveto pritrdi še stekleno paličico, nagnjeno pod kotom 45°, ki ima nalogo razpršiti žarek v ravninski snop žarkov. S premikanjem paličice in leče moraš doseči, da bo na kiveto padal čim ostrejši snop, ki bo obsvetil ravno celo širino kivete. Ker je v naši postavitvi a razdalja med paličico in kiveto, si s tem dosegel največjo možno povečavo k.

Natoči v kiveto do polovice alkohola , nato pa s kapilarnim lijakom vodo na dno. Natakaj zelo previdno in počasi, da se tekočini med seboj ne pomešata. Na zaslonu moraš videti krivuljo, kot jo približno kaže slika.



V začetku zarisuj višino Y_{max} vsakih 10 - 15 min, kasneje v daljših intervalih. Večkrat nariši tudi celotno krivuljo. Ne pozabi izmeriti razdalj a, b in debeline d !

Nariši diagram: na absciso čas, na ordinato pa kvocient $\frac{1}{4\pi k^2}\left(\frac{S}{Y_{max}}\right)^2$. Dobiti moraš premico, katere strmina je enaka konstanti D. Ploščino S izmeri na risbi in primerjaj z izračunano vrednostjo po formuli. Ali so ploščine krivulj enake?

Podatek : $n_{met\ alk} - n_{H2O} = 0{,}029$