

2 Osnove delovanja VŽPK

VŽPK je pozicijsko občutljiv detektor ionizirajočega sevanja. Sestavljena je iz dveh katodnih ravnin, med kateri je postavljena anodna ravnina. Anodo sestavljajo enakomerno razmaknjene anodne žice. Sestava katodnih ravnin je prilagojena načinu krajevne detekcije in vrsti merjenega ionizirajočega sevanja. Katode so lahko sestavljene iz enakomerno razmaknjenih žic, lahko so prevodne ravnine sestavljene iz različnih površinskih elementov.

Prostor med katodama je napolnjen s plinom. Običajno uporabljamo žlahtni plin (Ar) z dodatkom plina z večatomnimi molekulami ($CO_2, CH_4...$). V času delovanja priključimo elektrode na visoko napetost tako, da je anoda bolj pozitivna kot katodi. Posamezna anodna žica tako tvori s katodnima ravninama proporcionalni števec.

Ko se hitri nabiti delec giblje med katodnima ravninama, ionizira plin v komori, in nastanejo pari elektron-ion. Električno polje loči nastale pare in potiska elektrone proti anodi in ione proti katodama. Potovanje posameznega elektrona je sestavljeno iz trkov z molekulami plina in pospeševanja med trki. Ko elektron pripotuje v področje močnega polja v okolici anodne žice, pridobi med posameznimi trki dovolj energije, da pri ponovnem trku ionizira molekulo plina. Tako se število potujočih elektronov povečuje in nastane elektronski plaz.

Prirastek plazu na določeni poti je odvisen od povprečne proste poti elektronov za ionizacijo molekul plina. Prirastek števila elektronov v gruči na poti ds je sorazmeren s številom elektronov in dolžino poti

$$dN = \alpha(s)Nds .$$

Sorazmernostni koeficient $\alpha(s)$ je obratna vrednost povprečne proste poti in se imenuje prvi Townsendov koeficient. Razvoj gruče, ki začne potovanje z N_0 elektroni pri s_1 , dobimo z integracijo prirastka vzdolž njene poti

$$M = \frac{N}{N_0} = e^{\int_{s_1}^{s_2} \alpha ds} . \quad (1)$$

Gruča je zrastle do števila N pri s_2 in se tako povečala za faktor M . Za izračun pomnoževalnega faktorja M potrebujemo še odvisnost Townsendovega koeficienta od jakosti električnega polja. Aproximacija za odvisnost od električnega polja in tlaka v plinu [1] je

$$\frac{\alpha}{p} = Ae^{-\frac{Bp}{E}} .$$

Koeficienta A in B sta določena eksperimentalno. Proces plazu se nadaljuje, dokler vsi nastali elektroni ne dosežejo anodne žice.

Ker je gibljivost ionov precej manjša od gibljivosti elektronov, je ob koncu elektronskega plazu na njegovem mestu ostala gruča ionov, ki se giblje proti katodama. Težišče te gruče je na začetku potovanja zelo blizu anodni žici, saj je

glavnina plazmu nastala na razdalji manjši od radija žice [1]. Gibanje nabojev v komori povzroči spreminjanje induciranih nabojev na elektrodah in s tem tokove, ki jih s pomočjo predojačevalca spremenimo v zaznavne napetostne sunke.

Ker večina elektronov nastane na majhni oddaljenosti od površine anodne žice, ne prispevajo mnogo k detektiranemu signalu. Tako ne naredimo velike napake, če celotni inducirani naboj opišemo samo z gibanjem ionov od anode h katodama.

Inducirani naboj na posamezni elektrodi lahko izračunamo s pomočjo recipročnosti teorema, ki velja za sistem ozemljenih elektrod in se glasi: *Inducirani naboj na merilni elektrodi, ki ga povzroči enotni naboj v točki \vec{r} , je enak potencialu v točki \vec{r} , ko je na merilni elektrodi enotni potencial in na ostalih elektrodah potencial 0* [4]. Rešitvi tako dobljene potencialne enačbe pravimo utežni potencial (weighting field). Ker nam daje teorem rešitev induciranih nabojev za statični problem, velja izračun induciranih nabojev dokler smo v območju kvazistatičnega približka.

Izračun inducirane naboja se toraj prevede na izračun utežnega potenciala. Za gibajočo gručo ionov s skupnim nabojem q_0 zapišemo spremembo inducirane naboja na merilni elektrodi:

$$q_i(t) = q_0[V_w(\vec{r}(t)) - V_w(\vec{r}(0))] \quad (2)$$

in inducirani tok na merilni elektrodi:

$$i_i(t) = \frac{dq_i(t)}{dt} = q_0 \nabla V_w(\vec{r}(t)) \cdot \vec{v}(t) = q_0 \vec{E}_w(\vec{r}(t)) \cdot \mu \vec{E}(\vec{r}(t)) \quad (3)$$

Količine za električno polje brez indeksa w opisujejo dejansko polje in količine z indeksom w utežno polje. Uporabili smo zvezo med potovalno hitrostjo ionov in električnim poljem,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \mu \vec{E}(\vec{r}) \quad (4)$$

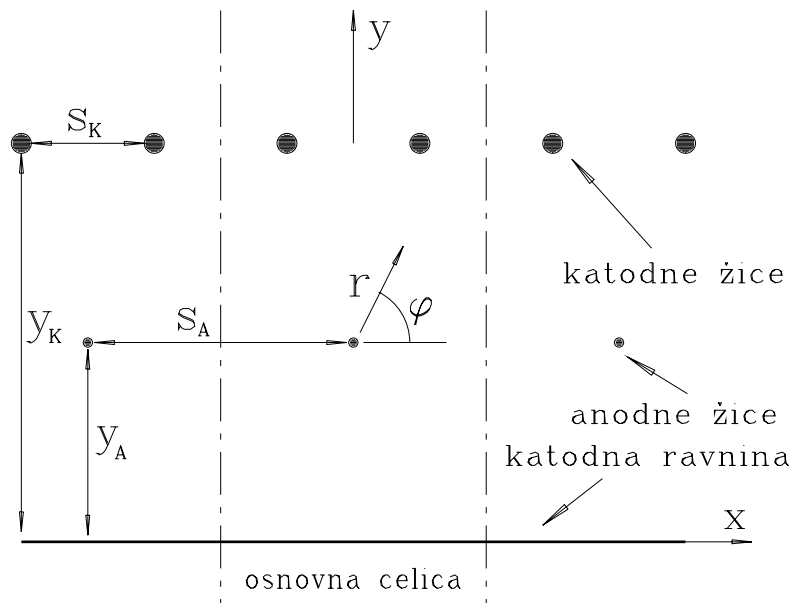
s pomočjo katere dobimo tudi časovni potek gibanja ionov vzdolž električnih silnic. Koeficient μ je gibljivost ionov v nosilnem plinu.

Za nadaljni izračun induciranih signalov potrebujemo izraz za električno polje v komori. Izračun bomo naredili za komoro, kjer imamo eno katodo sestavljeno iz žic, druga pa je prevodna ravnina. Katodnih žic je dvakrat toliko kot anodnih in so postavljene vzporedno z anodnimi. Vsaka anodna žica leži na sredini med dvema katodnima žicama in tvori z njima osnovno celico naše komore, ki je prikazana na sliki 2.

Pri računanju polja v VŽPK obravnavamo žice v komori kot linearne naboje, ki ležijo v središču žic. Električni potencial linearne naboja, ki leži na premici $x = 0$, $y = y_j$ je enak

$$V(\vec{r}) = -Q \ln \frac{(x^2 + (y - y_j)^2)}{r_z} + V_z$$

$$Q = \frac{q_i}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \quad ,$$



Slika 2: Shematski prikaz dela komore. Posebaj je označena osnovna celica, ki vsebuje dve katodni in eno anodno žico. Označeni so tudi vsi parametri, ki jih uporabljam v enačbah.

kjer je q_l dolžinska gostota naboja na premici. r_z je radij žice, katere potencial opisujemo z linearnim nabojem, in V_z je potencial na površini žice.

Vpliv prevodnih ravnin na potencial izračunamo s pomočjo metode zrcaljenja. Potential linearnega naboja na premici $x = 0$, $y = y_j$ ob prevodni ravnini $y = 0$ izračunamo tako, da seštejemo prispevka linearnega naboja in nasprotno enakega linearnega naboja, katerega lego dobimo z zrcaljenjem preko prevodne ravnine

$$V(\vec{r}) = -Q \ln \frac{x^2 + (y - y_j)^2}{x^2 + (y + y_j)^2} + V_0 \quad (5)$$

V_0 je potencial na prevodni ravnini.

Potencial v komori izračunamo tako, da seštejemo prispevke vseh žic v komori in njihovih zrcalnih slik

$$V(\vec{r}) = - \sum_{j=1}^n Q_j \ln \frac{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2}{(x - x_j)^2 + (y + y_j)^2} + V_0 \quad (6)$$

Pri tem smo zanemarili člene, ki opišejo spremembo potenciala zaradi končne debeline žic. Tak približek velja dobro, če je radij žice precej manjši od oddaljenosti žice do prevodne ravnine in medsebojnih razdalj med žicami.

Kot robni pogoj za določitev naboja na posamezni žici predpišemo vrednost potenciala na površinah žic. Za približek električnega potenciala na površini žice vzamemo vsoto lastnega prispevka žice in njene zrcalne slike v približku radialnega polja

$$V(r) = -2Q \ln \frac{r}{2y_k}$$

in prispevke ostalih žic in njihovih zrcalnih slik v centru žice. Tako dobimo sistem linearnih enačb

$$V_k = - \sum_j \alpha_{kj} Q_j \quad \alpha_{kj} = \begin{cases} j \neq k; & \ln \frac{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2}{(x_k - x_j)^2 + (y_k + y_j)^2} \\ j = k; & \ln \frac{r_k}{2y_k} \end{cases}, \quad (7)$$

katerega rešitev so linearni naboji posameznih žic.

Pri računanju silnic električnega polja v komori si pomagamo z analitičnimi funkcijami. Če opiše realni del analitične funkcije električni potencial, potem so ekvipotencialne ploskve imaginarnega dela silnice električnega polja. Analitična funkcija, ki opiše potencial žice nad prevodno ravnino, je

$$f_k(z) = -2Q_k \ln \frac{z - z_k}{z - z_k^*},$$

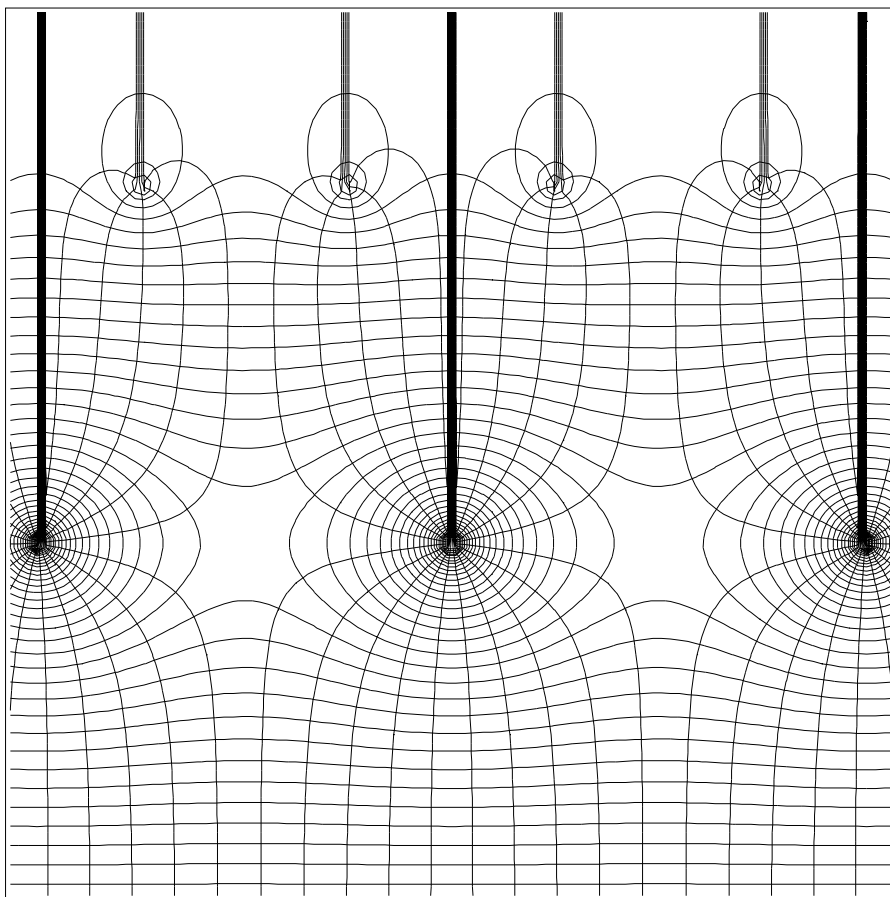
kjer je $z = x + iy$ kompleksna spremenljivka in $z_k = x_k + iy_k$ lega žice v kompleksni ravnini. Realni del je potencial električnega polja (5), imaginarni del, katerega ekvipotencialne ploskve so silnice, pa je enak

$$S_k = \text{Im}(f_k(z)) = -2Q_k \arctan \frac{2y_k(x_k - x)}{(x - x_k)^2 + y^2 - y_k^2}. \quad (8)$$

Izračun električnega potenciala se poenostavi, če nas ne zanimajo efekti na robovih komore. Privzamemo lahko, da je komora sestavljena iz neskončnega števila ponovitev osnovne celice in da so vse žice iste elektrode priključene na enak potencial. Zaradi simetrije pri naši komori (slika 2) nosijo v tem primeru vse anodne žice enak naboj in enako velja tudi za katodne žice. Električni potencial iz enačbe (6) nam tako določata le dva parametra Q_A in Q_K in je

$$V(x, y) = -Q_A \sum_{j=-\infty}^{\infty} \ln \frac{(x - js_A)^2 + (y - y_A)^2}{(x - js_A)^2 + (y + y_A)^2} - \\ -Q_K \sum_{j=-\infty}^{\infty} \ln \frac{(x - (j - \frac{1}{2})s_K)^2 + (y - y_K)^2}{(x - (j - \frac{1}{2})s_K)^2 + (y + y_K)^2}. \quad (9)$$

Sistem enačb (7) se z uporabo robnih pogojev skrči na dve enačbi z dvema neznankama Q_A in Q_K . Neskončne vsote seštejemo numerično do zadovoljive natančnosti in tako dobimo potencial v vsaki točki komore. Tako izračunan potencial za našo komoro je prikazan na sliki 3.



Slika 3: Prikazane so silnice in ekvipotencialne črte v komori z enakim odmikom obeh katod do anode. Potencial je numerično izračunan z uporabo enačbe (9) in shranjen v dvodimenzionalni histogram. Nato je s programskim paketom PAW, ki sam poišče ekvipotencialne linije, narisana slika. Silnice so narisane s pomočjo imaginarnega dela potenciala.

Z znanim električnim poljem v komori lahko sedaj izračunamo inducirane naboje na elektrodah. Čas potreben za potovanje ionov od anode proti katodi je velikostnega reda $10\mu s$. Z elektronskim sistemom opazujemo signal le prvih $100ns$ in v tem času se gruča ionov oddalji ≈ 10 radijev od anodne žice. Tako lahko v približku za razvoj signala upoštevamo le prvi člen električne poljske jakosti pri razvoju v cilindričnih koordinatah, ki ima samo radialni del

$$E(r) = -\frac{a}{r}, \quad a = -2Q_A . \quad (10)$$

Z združitvijo enačb (10) in (4) izračunamo časovni potek oddaljevanja ionov od anodne žice, katere radij je r_A , in dobimo

$$r(t) = r_A \sqrt{1 + \frac{2\mu a t}{r_A^2}} = r_A \sqrt{1 + \frac{t}{t_0}} .$$

Časovni potek oddaljevanja ionov od anodne žice vstavimo v enačbi (2) in (3) in dobimo inducirani naboj

$$q_i(t) = \frac{1}{2} q_0 a_w \ln\left(1 + \frac{t}{t_0}\right)$$

in tok

$$i_i(t) = -\frac{q_0 \mu a_w a}{r_A^2 \left(1 + \frac{t}{t_0}\right)} = \frac{i_0}{1 + \frac{t}{t_0}} . \quad (11)$$

Za utežno polje smo pravtako uporabili radialni približek (10) in konstanto utežnega polja a označili z indeksom w .

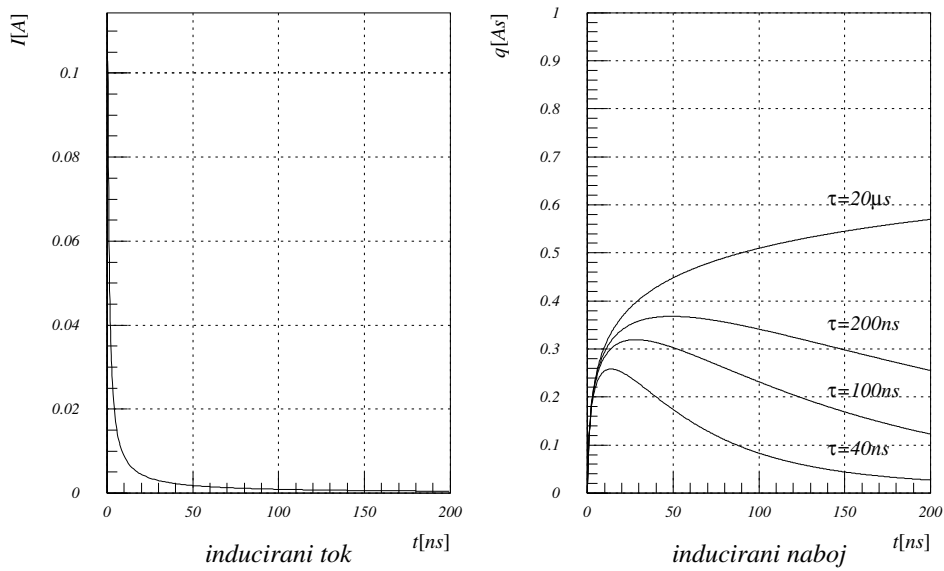
V radialnem približku se utežna polja posameznih elektrod razlikujejo le po faktorju a_w , zato je časovni potek inducirane signala na vseh elektrodah enak. Časovna odvisnost toka je prikazana na sliki 4. Naboj, ki se zbere na nabojno občutljivem predojačevalcu, je odvisen še od časovne konstante predojačevalca $\tau = RC$ [7] in je enak

$$q_P(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t i_i(t) e^{\frac{t}{\tau}} dt = e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t \frac{i_0}{1 + \frac{t}{t_0}} e^{\frac{t}{\tau}} dt .$$

Z uvedbo nove spremenljivke $x = \frac{t_0}{\tau} \left(1 + \frac{t}{t_0}\right)$ dobimo integral

$$q_P(x) = i_0 t_0 e^{-x} \int_{\frac{t_0}{\tau}}^x \frac{e^x}{x} dx , \quad (12)$$

ki je rešljiv le numerično. Nekaj rešitev je prikazanih na sliki 4, kjer lahko vidimo, da je pri detekciji izkoriščen le del naboja gručice ionov.



Slika 4: Leva slika prikazuje časovno odvisnost toka na elektrodi (enačba 11), na desni je prikazan inducirani naboj, ki se nabere na nabojnoobčutljivem predojačevalcu pri različnih časovnih konstantah ($\tau = 40ns$, $100ns$, $200ns$ in $20\mu s$) (enačba 12). $t_0 = 0.38ns$. Naboj gibajoče gruče je $1As$, tako da nam maksimum pri induciranem naboju kaže delež naboja, ki ga izkoristimo za napetostni sunek.