

Vaje pri predmetu Eksperimentalne metode v fiziki jedra in osnovnih delcev

Andrej Studen

March 25, 2014

Abstract

Seznam vaj (in nekaterih rešitev pri predmetu Eksperimentalne metode v fiziki jedra in osnovnih delcev, v jesenskem semestru leta 2013. Snov zavzema nekatere posebnosti iz fizike pospeševalnikov, lastnosti dolgoživih delcev pri prehodu skozi snov, njihove interakcije in s tem tudi lastnosti snovi, ki jih uporabljamo za zaznavo delcev. Sledi še kratek povzetek opisa zajemanja signalov, analogno in digitalno procesiranje in uporaba celotnega sklopa pri zaznavi osnovnih delcev v fiziki visokih energij in medicinski fiziki.

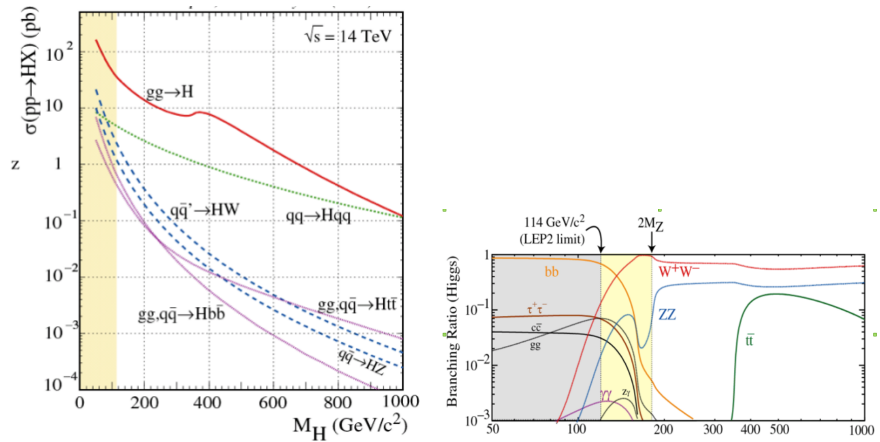
25. oktober 2013

1 Nekaj zanimivosti iz sveta pospeševalnikov

- Določi maso najtežjega delca, ki ga še lahko dobimo v pospeševalniku, ko:
 1. s curkom (energija delcev E) streljamo na mirujočo tarčo
 2. trkamo dva curka z energijo E med sabo.
- Za pospeševalnik KEKB (tovarno mezonov B) z energijama curkov $8 (e^-)$ oz. $3.5 \text{ GeV} (e^+)$ določi najtežji delec, ki lahko nastane. Seveda, to je resonanca mezona $\Upsilon(4S)$, ki razpade na dva mezona B^0 . Zaradi asimetrije energije curkov se nastala mezona gibljeta v laboratorijskem sistemu. Kako daleč od interakcijske točke prideta preden razpadeta, če je razpadni čas B^0 1.5 ns ? Kako natančno moramo poznati lego razpada (iz sledi nastalih delcev), da lahko določimo razpadni čas na ps natančno? Pomembno za določanje kršitve CP v standardnem modelu.
- Luminoznost eksperimenta je merilo za pogostost trkov, in jo določimo kot:

$$\mathcal{L} = \frac{N_1 N_2}{4\pi\sigma_x\sigma_y} f \quad (1)$$

Iz podatkov za eksperiment LHC: število delcev v gruči $N_1=N_2=11.5 \times 10^{10}$, presek curka v prečni smeri na gibanje curka $\sigma_x=\sigma_y=16.6 \mu\text{m}$, čas med trki $\tau=24.95 \text{ ns}$ določi luminoznost trkalnika LHC.



- Kako dolgo časa mora (v povprečju) delovati LHC, da bo med nastalimi produkti Higgsov bozon (10 pb)? Koliko časa pa mora delovati, da zaznamo Higgsa v kanalu $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4$ leptoni? 10^{-1}

2 Prehodi delcev skozi snov: nabiti delci

- Določi maksimalen prenos energije W_{max} za delec z energijo E in maso M , ki trči z elektronom z maso m . Posebej za masivne delce ($M \gg m$) in elektrone ($M=m$)!
- Primerjaj energijske izgube (samo ionizacijske) elektronov in mionov kot MIP v plinskem detektorju (Ar, $Z=18$, $A=39,9$, $\rho=1.66 \times 10^{-3}$ g/cm³) oziroma NaI (Na: $Z=11$, $A=22,9$; I: $Z=53$, $A=126,3$; $\rho=3.67$ g/cm³)!

29.november 2013

- Ločujemo $K(493 \text{ MeV})$ in $p(938 \text{ MeV})$ z gibalno količino (glede na ukrivljenost sledi) $1 \text{ GeV}/c$. dE/dx vzorčimo s tankim $300 \mu\text{m}$ debelim silicijevim detektorjem (za katerega lahko predpostavimo Landauovo porazdelitev merjenih energijskih izgub). Koliko vzorcev moramo izmeriti na sledi, da bomo na podlagi meritev izgub ločili med kaoni in protoni? Porazdelitev po Landau: najverjetnejša izguba Δ_p s parametrom ζ ;

$$\zeta = \frac{K Z x}{2 A \beta^2} \quad (2)$$

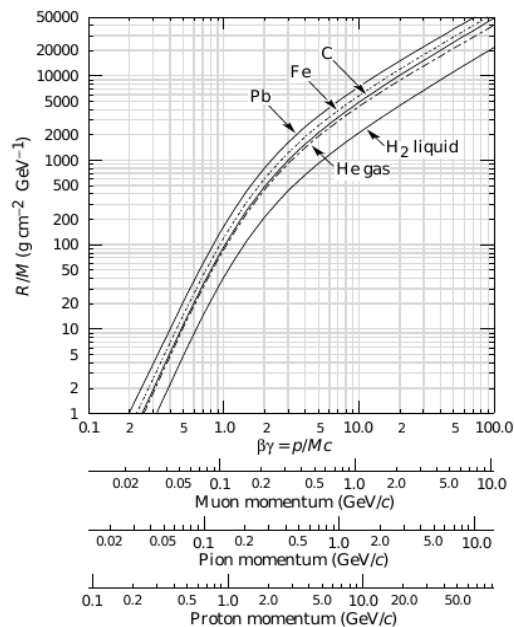
z $K=0,3 \text{ MeV cm}^2/\text{g}$ in x debelino v enotah g/cm^2 ; potem

$$\Delta_p = \zeta \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) + \ln \frac{\zeta}{I} + \text{popravki} \dots \right] \quad (3)$$

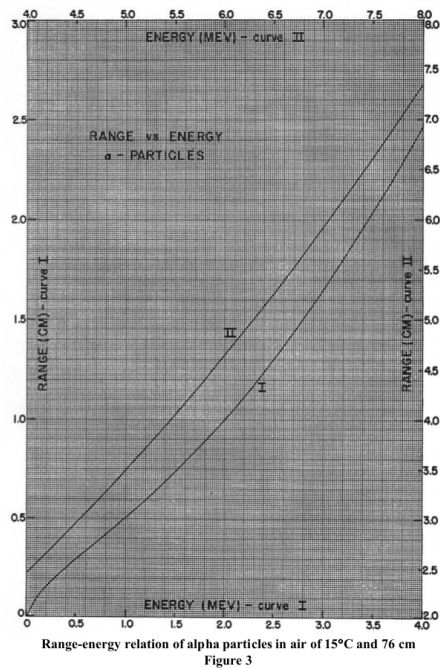
in širina porazdelitve

$$w = 4\zeta \quad (4)$$

- Kako debel absorber iz svinca moramo vzeti, da bo ustavil čurek protonov s kinetično energijo 10 GeV?



- Določi doseg delcev α iz ^{241}Am z energijo 5.6 MeV v vodi in zraku. Koliko energije pusti delec α v 100 μm debelem silicijevem detektorju 5 mm od izvora?



3 Radiacijska dolžina, kritična energija

- Kakšna bo radiacijska dolžina v LSO (Lu_2SiO_5) z gostoto $\rho=7,4 \text{ g/cm}^3$?
Za posamezno snov je

$$X_0 = \frac{716 \text{ g cm}^{-2}}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})} \quad (5)$$

Za spojino pa določimo

$$\frac{1}{X_0} = \sum \frac{w_j}{X_j} \quad (6)$$

kjer je w_j utežni delež elementa v spojini.

- Kakšna je kritična energija za elektrone v zraku ($V(\text{N}_2)/V(\text{O}_2)=4$), siliciju ($Z=14$) in svincu ($Z=82$)?

$$E_c = \frac{610 \text{ MeV}}{Z+1,24} \quad \text{trdne snovi, kapljevine} \quad \frac{710 \text{ MeV}}{Z+0,92} \quad \text{plini} \quad (7)$$

4 Interakcije fotonov

- Določi razmerje med absorpcijskim koeficientom kosti in ostalega tkiva za
 - rentgenske žarke z energijo okrog 100 keV
 - anihilacijske (γ) fotone z energijo 511 keV.

Sestavo kosti približno popišemo s sestavo mineralnega gradnika (hidroksiapatita, $\text{Ca}_{10}\text{P}_6\text{O}_{26}\text{H}_2$), sestavo tkiva pa kot vodo.

Absorpcijski koeficient je vsota koeficienta za Comptonso sipanje in fotoabsorbcijo. Za fotoabsorbcijo lahko zapišemo:

$$\mu_{PE} \propto \frac{\rho Z^{4-5}}{A E^{2.5-3.5}} \quad (8)$$

za Comptonso sipanje pa velja

$$\mu_C \propto \frac{\rho Z}{A} \quad (9)$$

Za molekule bo

$$\mu = \sum_j w_j \mu_j \quad (\text{Braggovo pravilo}) \quad (10)$$

kjer je w_j težni delež elementa j ; $w_j = a_j A_j / A_m$; $A_m = \sum a_j A_j$, kjer je a_j število atomov elementa j v molekuli, A_j pa atomska masa elementa j . Zaradi $E^{2.5-3.5}$ pri fotonih γ prevlada μ_C , pri rentgenu pa μ_{PE} .

5 20. december 2013

- Kakšno bo razmerje med Comptonso sipanimi in foto-absorbiranimi anihilacijskimi fotoni z energijo 511 keV v LSO (Lu_2SiO_5)?

http://physics.nist.gov/cgi-bin/Xcom/xcom3_2

E(keV)	LSO	
	μ_C [cm^2/g]	μ_{PE} [cm^2/g]
100	0.1133	2.874
150	0.1065	0.9570
200	0.0996	0.4362
300	0.08839	0.1465
400	0.07998	0.0695
500	0.07345	0.03996
600	0.06821	0.02593
800	0.06015	0.01362
1000	0.05419	0.008552

- Običajne gama kamere uporabljajo za zaznavanje fotonov $^{99\text{m}}\text{Tc}$ z energijo 140.5 keV kristale NaI z gostoto 3.67 g/cm^3 in debelino okrog 1 cm. Kolikšen delež fotonov zaznajo taki kristali, ko zaznavajo fotone iz ^{131}I z energijo 364 keV, oziroma anihilacijske fotone z energijo 511 keV?

http://physics.nist.gov/cgi-bin/Xcom/xcom3_2

E(keV)	NaI	
	μ_C [cm^2/g]	μ_{PE} [cm^2/g]
100	0.1144	1.462
150	0.1071	0.4592
200	0.1	0.2019
300	0.08860	0.06481
400	0.08009	0.02987
500	0.07351	0.01684
600	0.06822	0.01079
800	0.06012	0.005588
1000	0.05413	0.003491

- Kakšen bo doseg elektronov nastalih pri Comptonskem sipanju astronomskih fotonov v siliciju? Fotoni imajo energijo med 1 in 30 MeV.

<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ESTAR.html>

Si	
Kinetic Energy [MeV]	CSDA Range [g/cm ²]
1.000E-01	1.822E-02
1.500E-01	3.561E-02
2.000E-01	5.646E-02
3.000E-01	1.054E-01
4.000E-01	1.606E-01
5.000E-01	2.197E-01
6.000E-01	2.812E-01
8.000E-01	4.086E-01
1.000E+00	5.386E-01
1.500E+00	8.652E-01
2.000E+00	1.188E+00
3.000E+00	1.812E+00
4.000E+00	2.412E+00
5.000E+00	2.991E+00
6.000E+00	3.551E+00
8.000E+00	4.624E+00
1.000E+01	5.642E+00
1.500E+01	7.992E+00
2.000E+01	1.011E+01
3.000E+01	1.383E+01

6 Ionizacijski detektorji

- Kakšna bo energijska ločljivost običajnih ionizacijskih detektorjev? Vzemi napako za MIP (2 MeV/(g/cm²), običajen pritisk in magični plin (Q₁=75 % Ar, ρ₁=1.66 g/m³, Q₂=25% izobutan (C₄H₁₀, ρ₂=2.5 g/m³) in d=10 cm celico.

$$\langle E_1 \rangle = Q_1 \rho_1 d \frac{dE}{dx} = 25 \text{ keV}$$

$$\langle E_2 \rangle = Q_2 \rho_2 d \frac{dE}{dx} = 12 \text{ keV}$$

$$N_1 = \frac{\langle E_1 \rangle}{\eta_1} = 960$$

$$N_2 = \frac{\langle E_2 \rangle}{\eta_2} = 520$$

$$\sigma_{N,1} = \sqrt{F_1 N_1} = 14$$

$$\sigma_{N,2} = \sqrt{F_2 N_2} = 10$$

$$\sigma_N = \sqrt{\sigma_{N,1}^2 + \sigma_{N,2}^2} = 17$$

$$\frac{\sigma_N}{N} = 1.1\%$$

Table 6.1. Excitation and ionization characteristics of various gases

	Excitation potential [eV]	Ionization potential [eV]	Mean energy for ion-electron pair creation [eV]
H ₂	10.8	15.4	37
He	19.8	24.6	41
N ₂	8.1	15.5	35
O ₂	7.9	12.2	31
Ne	16.6	21.6	36
Ar	11.6	15.8	26
Kr	10.0	14.0	24
Xe	8.4	12.1	22
CO ₂	10.0	13.7	33
CH ₄		13.1	28
C ₄ H ₁₀		10.8	23

Table 6.2. Measured Fano factors for various gas mixtures

Gas	F	Ref.
Ar 100%	$0.2^{+0.01}_{-0.02}$	[6.4]
	$<0.40 \pm 0.03$	[6.5]
Ar + 80% Xe	$<0.21 \pm 0.03$	[6.5]
Ar + 24% Xe	$<0.23 \pm 0.02$	[6.5]
Ar + 20% Xe	$<0.16 \pm 0.02$	[6.5]
Ar + 5% Xe	$<0.14 \pm 0.03$	[6.5]
Ar + 5% Kr	$<0.37 \pm 0.06$	[6.5]
Ar + 20% Kr	$<0.12 \pm 0.02$	[6.5]
Ar + 79% Kr	$<0.13 \pm 0.02$	[6.5]
Xe 100%	$<0.15 \pm 0.01$	[6.6]
	$<0.15 \pm 0.03$	[6.5]
Kr 100%	$<0.23 \pm 0.01$	[6.6]
	$<0.19 \pm 0.02$	[6.5]
Kr + 1.3% Xe	$<0.19 \pm 0.01$	[6.6]
Kr + 20% Xe	$<0.21 \pm 0.02$	[6.6]
Kr + 40% Xe	$<0.22 \pm 0.01$	[6.6]
Kr + 60% Xe	$<0.21 \pm 0.01$	[6.6]
Kr + 95% Xe	$<0.21 \pm 0.01$	[6.6]

- Kakšen bo izkoristek 10 cm debele celice za anihilacijske fotone?

Skaliramo z učinkovitosti silicija (samo Compton, Z/A približno enak za vse elemente, razen H!)

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Si}} &= 2\%/mm \\ \mu_{\text{Ar}} &= \frac{\rho_{\text{Ar}}}{\rho_{\text{Si}}} \mu_{\text{Si}} = 0.0014\%/mm \\ \mu_{\text{C}_4\text{H}_{10}} &= \frac{\rho_{\text{C}_4\text{H}_{10}}}{\rho_{\text{Si}}} \mu_{\text{Si}} = 0.002\%/mm \\ \mu &= Q_1 \mu_{\text{Ar}} + Q_2 \mu_{\text{C}_4\text{H}_{10}} = 0.0016\%/mm \\ \epsilon &= 1 - e^{-\mu d} \sim \mu d = 0.16\%\end{aligned}$$

- Kakšna bo oblika signala z VŽPK po prehodu skozi CR diferenciator?

Napetost na žici:

$$V(t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l} \ln \left[1 + \frac{t}{t_0} \right] \quad \text{z} \quad t_0 = \frac{a^2 \pi \epsilon \epsilon_0}{\mu C V_0}$$

(tipično $t_0 \sim 1$ ns).

7 Polprevodniški detektorji

- *Kakšen tok povzroči gibajoči se naboj (hitrost \mathbf{v}) na izbrani elektrodi?*

Ramov teorem¹ povezuje tok z elektrode in gibanje naboja. Postopek izpeljave enačbe gre takole:

1. Definicije

Elektron je posplošeno ime za kos gibajočega se naboja, čeprav gre lahko za poljubno enoto naboja porazdeljeno na poljuben način – sama oblika ne vpliva na postopek izpeljave.

Elektrode so kosi kovine poljubne oblike na danih električnih potencialih, ki jih zagotavlja množica napetostnih generatorjev vezanih med elektrode.

2. Vzemimo množico ozemljenih elektrod. Ozemljitev ne predstavlja kake posebne ovire, saj so naboji, polja in potenciali aditivne količine in gledamo samo prispevek k naboju na ploščah zaradi gibajočega se delca z nabojem.

Ko bomo v prostor med elektrode vstavili elektron, se bo porazdelitev naboja na ploščah spremenila. Porazdelitev bo bistveno odvisna od lege elektrona. Ob premikanju elektrona se bo zato spreminjala porazdelitev naboja, ta sprememba pa bo sprožila tok med elektrodami. Omejimo se na eno samo elektrodo, A, množico E ostalih elektrod pa vzemimo le kot opazovalce. Ko bomo določili tok na elektrodi A, lahko izberemo novo elektrodo iz množice E in po istem postopku izračunamo tudi tok zanjo.

Objemimo elektrode s ploskvami, ki se karseda tesno prilegajo elektrodam (tako A kot vsa E). Objemimo še elektron z drobno kroglico. V prostoru, omejenem s temi ploskvami, ni nabojev, torej bo za električni potencial ϕ veljalo

$$\nabla^2 \phi = 0$$

Tej situaciji priredimo situacijo, ko naboj odstranimo. Ko spet izrišemo vse ploskve, vključno s kroglico na mestu odsotnega elektrona, bo za prirejeni potencial ϕ' prav tako veljalo:

$$\nabla^2 \phi' = 0$$

Greenova enačba pravi (za izbrani prostor \mathcal{P} kot izbran zgoraj in njegov rob $\delta\mathcal{P}$):

$$\int_{\mathcal{P}} \left[\phi' \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \phi' \right] dV = \oint_{\delta\mathcal{P}} \left[\phi' \nabla \phi - \phi \nabla \phi' \right] d\mathbf{S}$$

Ob zgornjem bo leva stran enačbe enaka 0. Rob prostora razdelimo na rob kroglice δK , rob izbrane elektrode A δA in rob ostalih elektrod δE . Ploskve se tako tesno prilegajo elektrodam, da jih lahko

¹Simon Ramo: Currents Induced by Electron Motion, Proceedings of the I. R. E., September 1939, stran 584

štejemo za ekvipotencialne ploskve na potencialu enakem potencialu elektrod. Začeli smo z množico ozemljenih elektrod, elektrodo A pa v primeru brez naboja odlikujemo s potencialom ϕ_A , medtem ko ostale elektrode iz E pustimo ozemljene. Torej imamo:

$$\begin{aligned} 0 &= \phi'_K \oint_{\delta K} \nabla \phi \, d\mathbf{S} - \phi_K \oint_{\delta K} \nabla \phi' \, d\mathbf{S} \\ &\quad \phi'_A \oint_{\delta A} \nabla \phi \, d\mathbf{S} - \phi_A \oint_{\delta A} \nabla \phi' \, d\mathbf{S} \\ &\quad \phi'_E \oint_{\delta E} \nabla \phi \, d\mathbf{S} - \phi_E \oint_{\delta E} \nabla \phi' \, d\mathbf{S} \end{aligned}$$

Ob zgornjih predpostavkah bo $\phi_E = \phi'_E = \phi_A = 0$ in v izrazu ostanejo le prvi trije členi. Vemo še, da je $\mathbf{E} = -\nabla \phi$ in še $\mathbf{D} = -\varepsilon \varepsilon_0 \nabla \phi$. V izrazu $\oint \nabla \phi \, d\mathbf{S}$ prepoznamo Gaussov izrek:

$$\oint \nabla \phi \, d\mathbf{S} = -\frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \oint \mathbf{D} \, d\mathbf{S} = -\frac{Q}{\varepsilon \varepsilon_0}.$$

kjer je Q objeti naboj, torej Q_K za elektron, Q'_K ko elektron odstranimo in Q_A na elektrodi. Greenovo enačbo množimo z $\varepsilon \varepsilon_0$ in dobimo:

$$0 = \phi'_K Q_K - \phi_K Q'_K + \phi'_A Q_A$$

Upoštevati moramo še, da smo v prirejenem primeru odstranili naboj, torej $Q'_K = 0$. Potem lahko izrazimo dodaten naboj na elektrodi A, ki ga povzroči (influencira, ang. induce) elektron z nabojem Q_K :

$$Q_A = -\frac{\phi'_K}{\phi'_A} Q_K \quad (11)$$

Naboj je odvisen od razmerja med potencialom v legi elektrona in potencialom na elektrodi, *ko elektron odstranimo, ostale elektrode pa ozemljimo*. Vpeljemo relativni, **utežni** potencial $\phi_W = \phi'(\mathbf{r})/\phi'_A$, ki ga dobimo z Laplaceovo enačbo:

$$\nabla^2 \phi_W = 0$$

z robnimi pogoji - potencialom na izbrani elektrodi 1, ostale elektrode iz E pa so ozemljene. Če torej označimo lego elektrona z \mathbf{r}_K , bo naboj:

$$Q_A = -\phi_W(\mathbf{r}_K) Q_K \quad (12)$$

3. Tok, ki bo stekel, dobimo z odvodom:

$$I_A = \frac{dQ_A}{dt} = -Q_K \frac{d\phi_W(\mathbf{r}_K)}{dt},$$

saj se naboj elektrona med gibanjem ne spreminja. Odvajati moramo posredno:

$$I_A = -Q_K \nabla \phi_W \frac{d\mathbf{r}_K}{dt} = Q_K \mathbf{E}_W \mathbf{v}_K,$$

kjer smo vpeljali **utežno polje** $\mathbf{E}_W = -\nabla\phi_W$ in hitrost elektrona $\mathbf{v}_K = d\mathbf{r}_K/dt$. Hitro lahko vidimo, da gibanje naboja ne bo vedno povzročilo tokovnega sunka - če bosta utežno polje in hitrost pravokotna, toka ne bo. Utežno polje je mera za občutljivost elektrode - v delih prostora z majhnim poljem elektroda ne bo dajala signalov. Za določitev nabojev na preostalih elektrodah preprosto spremenimo robne pogoje pri računanju utežnega polja - zdaj bo samo nova izbrana elektroda na potencialu 1, ostale, vključno z A, pa bodo ozemljene. Tako lahko določimo tok na vseh elektrodah, ki obdajajo naš gibajoč se elektron.

- Določi utežni potencial ϕ_W in utežno polje \mathbf{E}_W za ploščati kondenzator!
- Recimo, da je kondenzator iz diamanta ($\varepsilon=5.7$, $\mu_e=0.28 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_h=0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$). Določi časovni potek signala v 0.3 mm debelem vzorcu na napetosti 100 V , za par elektron-vrzel kreiran na sredi vzorca!
- Recimo, da je kondenzator iz silicija ($\varepsilon=11.9$, $\mu_e=0.15 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_h=0.05 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $U_{FD}=50 \text{ V}$, $d=0.3 \text{ mm}$, $U=100\text{V}$). Določi potek signalov za par elektron-vrzel kreiran sredi detektorja.

8 Zaznavanje žarkov gama, nevtronov in nevtrinov

- Primerjaj učinkovitost, energijsko ločljivost in delež foto-absorbiranih fotonov iz ^{99m}Tc , 140 keV v Si (polprevodnik, $\eta=3.6 \text{ eV/e-h}$), scintilatorju (Lu_2SiO_5 , $\text{gain}=32 \text{ photons/MeV}$) in ionizacijskem detektorju (Ar, $\rho=1 \text{ g/m}^3$, ostalo glej zgoraj)?

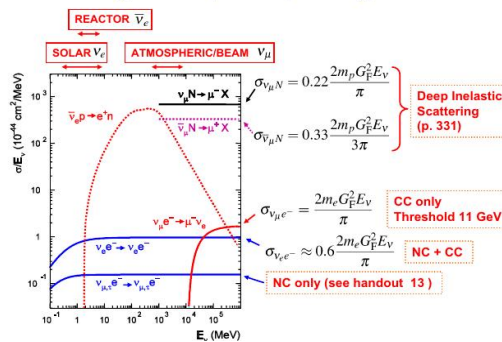
E(keV)	Si	
	$\mu_C [\text{cm}^2/\text{g}]$	$\mu_{PE} [\text{cm}^2/\text{g}]$
100	1.432E-01	2.498E-02
150	1.309E-01	6.806E-03
200	1.207E-01	2.736E-03
300	1.055E-01	7.882E-04
400	9.475E-02	3.409E-04
500	8.663E-02	1.849E-04
600	8.019E-02	1.156E-04
800	7.050E-02	5.854E-05
1000	6.340E-02	3.639E-05

Ar		
E(keV)	μ_C [cm ² /g]	μ_{PE} [cm ² /g]
100	1.280E-01	5.564E-02
150	1.176E-01	1.544E-02
200	1.087E-01	6.280E-03
300	9.518E-02	1.832E-03
400	8.554E-02	7.979E-04
500	7.822E-02	4.345E-04
600	7.244E-02	2.721E-04
800	6.369E-02	1.381E-04
1000	5.730E-02	8.587E-05

- Določi število potrebnih sipanj, da znižamo energijo nevtrona z 1 MeV do termične energije (1/40 eV) v vodi! Kako daleč od mesta nastanka bo segala porazdelitev njegove lege?
- Oцени število zaznanih dogodkov v detektorju IceCube (1 km³ ledu na Antarktiki) zaradi sončnih nevtrinov ($j=6 \times 10^{10}/\text{cm}^2/\text{s}$, $E=2$ MeV, delež visoko energijskih približno 0,02 %, $\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$, glej sliko)!

Neutrino Detection

★ The detector technology/interaction process depends on type of neutrino and energy



9 Identifikacija delcev

- Pokaži, da je za konstantno napako pri meritvi (tj. neodvisno od odložene energije delca) in gausovo porazdelitev napak pri posamezni meritvi, natančnost meritve odvisna le od dolžine sledi v detektorju in ne od števila vzorcev!
- Pione ($m_\pi=140$ MeV) in kaone ($m_K=494$ MeV) z gibalno količino 1 GeV/c ločujemo z merilnikom časa preleta (TOF) s časovno ločljivostjo 0.5 ns FWHM (=0.21 ns RMS) na razdalji preleta 3 m. Kakšna bosta učinkovitost (efficiency) in čistost vzorca (purity), če si za prag ločevanja izberemo čas preleta 10,36, 10,57 oz. 10,78 ns? Kako narišemo krivuljo opazovalca (reciever operator curve, ROC) za ta test?

Nomenklatura in namigi

	Delci z lastnostjo	Delci brez lastnosti	
Pozitiven test	Pravilno izbrani (true positive, TP)	Napačno izbrani (false positive, FP)	$PPV = \frac{TP}{TP+FP}$
Negativen test	Napačno zavrjnjeni (false negative, FN)	Pravilno zavrjnjeni (true negative, TN)	$NPV = \frac{TN}{FN+TN}$
	Učinkovitost, občutljivost, $SENS = \frac{TP}{TP+FN}$	Specifičnost, $SPEC = \frac{TN}{TN+FP}$	

Čistost = PPV; navadno navajamo delež napačno označenih (False Discovery Rate, FDR), ki je $1-PPV$.

Za ROC na eno os nanašamo delež napačno izbranih (False Positive Rate, 1-SPEC), na drugo pa občutljivost. Za izbrane pragove dobimo tri točke na tej krivulji, ki jo nato interpoliramo po občutku.

- Za koliko se razlikujeta polmera Čerenkovih krogov na 1 m oddaljenem zaslonu, če je razlika v masah delcev 300 MeV pri masi 0,5 GeV ($K-\pi$) in gibalni količini 1 GeV? Za koliko se razlika zmanjša, če imata delca gibalno količino 2 GeV? Sevalnik ima lomni količnik 1,2!
- Izberi lomni količnik druge plasti sevalnika (radiator), ki je 2 cm za prvo plastjo z lomnim količnikom n_1 , da se bodo Čerenkovi obroči, ki jih bo pustilo sevanje ob prehodu hitrega delca ($\beta \approx 1$) prekrivali na $L=1$ m oddaljenem zaslonu!

10 Kalorimetrija, scintilatorji/detektorji svetlobe

- Določi obliko signala iz fotopomnoževalke preko RC člena, če je:
 - $\check{R}C$ manjši od časa razvoja svetlobe v scintilatorju τ !
 - RC večji od τ !

Vzemi, da je tok iz fotopomnoževalke oblike:

$$I(t) = \frac{Q}{\tau} e^{-t/\tau}$$

- Primerjaj časovno ločljivost BGO ($\tau=300$ ns, $L=8/\text{keV}$) in LYSO detektorjev ($\tau=42$ ns, $L=32/\text{keV}$)!
- Kakšna je največja energija fotona/elektrona, ki jo še lahko zazna EM kalorimeter eksperimenta ATLAS (tekoči ^{18}Ar , $X_0=19.55$ gcm^{-2} , $\rho=1.4$ gcm^{-3} + ^{82}Pb , $X_0=6.27$ gcm^{-2} , $\rho=11,3$ gcm^{-3})? Kako razsežen je v prečni meri plaz pri taki energiji vhodnega delca?

Nekaj uporabnih formul:

$$t_{max} = \frac{\ln(E/E_C)}{\ln 2}$$

$$t_{95\%} = t_{max} + 0.08Z + 9.6$$

$$E_C^{trd,tek} = \frac{610\text{MeV}}{Z + 1,24}$$

$$R_M = \frac{21\text{MeV}}{E_C} X_0$$

•