

9 Meritev magnetnega polja Zemlje po Gauss-u

NALOGA

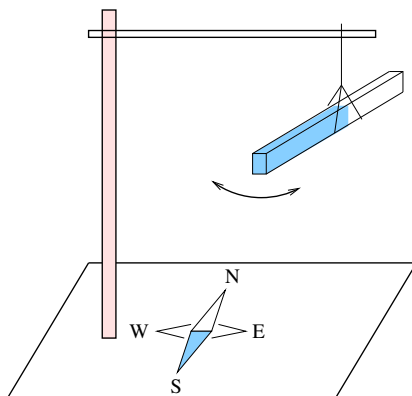
Izmeri vodoravno komponento zemeljskega magnetnega polja in magnetni moment paličastega magneta.

RAZLAGA

V homogenem magnetnem polju deluje na magnetni dipol, ki ga predstavlja magnetnica ali paličasti magnet, navor:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}, \quad (9.1)$$

kjer je $\vec{p}_m$ magnetni moment dipola, $\vec{B}$ pa gostota magnetnega polja. Navor vrtil magnetni dipol okoli osi, ki je hkrati pravokotna na magnetni dipolni moment $\vec{p}_m$ in na smer magnetnega polja. Prosto gibljiva magnetnica se zato postavi tako, da vektorja $\vec{p}_m$ in $\vec{B}$ sovpadata. Tedaj navor na magnetni dipol izgine ($\vec{p}_m \times \vec{B} = 0$).



Slika 9.1: Magnetni dipol niha okoli zemeljskega magnetnega polja v vodoravni smeri. Nihajni čas tega nihanja je odvisen od vodoravne komponente gostote zemeljskega magnetnega polja.

Poglejmo, kaj se zgodi, če magnetni dipol, vrtljiv okoli navpične osi, ki gre skozi težišče magneta, izmaknemo iz ravnovesne lege v vodoravni smeri (glej sliko 9.1). Dipol zaniha, ker ga v ravnovesno lego sili navor:

$$M' = |\vec{p}_m \times \vec{B}| = p_m B' \sin \phi, \quad (9.2)$$

pri čemer je $\vec{B}'$ tista komponente gostote magnetnega polja, ki leži v ravnini vrtenja magnetnice kompasa. Za kot ϕ med $\vec{p}_m$ in $\vec{B}'$ smemo pri dovolj majhnih amplitudah nihanja uporabiti približek: $\sin \phi \approx \phi$. Če zapišemo Newtonov

zakon za vrtenje togega telesa okoli nepremične osi, dobimo naslednjo diferencialno enačbo:

$$J^* \frac{d^2 \phi}{dt^2} + p_m B' \phi = 0. \quad (9.3)$$

Ko zgornjo enačbo zapišemo kot enačbo nihanja:

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} + \omega_0^2 \phi = 0, \quad (9.4)$$

lahko iz nje preberemo lastno krožno frekvenco nihanja magnetnega dipola:

$$\omega_0^2 = \sqrt{\frac{p_m B'}{J^*}} \quad (9.5)$$

in ustrezni lastni nihajni čas:

$$t_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J^*}{p_m B'}}. \quad (9.6)$$

Z meritvijo nihajnega časa lahko torej določimo produkt $p_m B'$, če poznamo J^* – vztrajnostni moment magnetnega dipola glede na os vrtenja. Za dolg in tanek paličasti magnet vztrajnostni moment določimo s tehtanjem in merjenjem dolžine magnetu l , saj velja:

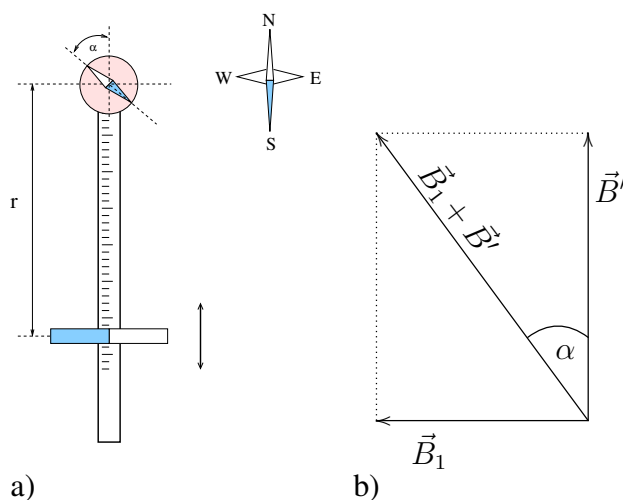
$$J^* = \frac{ml^2}{12}. \quad (9.7)$$

Da bomo lahko izmerili p_m in B' , potrebujemo poleg nihajnega časa (9.6) še eno neodvisno meritev. V ta namen namestimo paličasti magnet tako, da kaže vektor $\vec{p}_m$ pravokotno na smer vodoravne komponente zemeljskega magnetnega polja, v primerni razdalji od paličastega magnetu pa postavimo magnetnico (glej sliko 9.2 a). Magnetnica naj bo vrtljiva v vodoravni smeri okoli svojega težišča. Paličasti magnet lahko obravnavamo kot točkasti magnetni dipol, če je razdalja med njim in magnetnico velika v primerjavi z razsežnostmi magnetu. Vodoravna komponenta gostote magnetnega polja, ki jo na mestu magnetnice povzroči paličasti magnet, je v tem primeru:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{p}_m}{r^3}, \quad (9.8)$$

če je r razdalja med težiščema magnetnice in paličastega magnetu. Pod vplivom magnetnih polj $\vec{B}'$ in $\vec{B}_1$ se magnetnica postavi v smer rezultante obeh polj (glej sliko 9.2 b), tako da velja:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_1}{B'} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \frac{p_m}{B'}. \quad (9.9)$$



Slika 9.2: a) Zaradi približevanja paličastega magneta se magnetnica zasuka okoli navpične osi in odkloni od smeri sever–jug. b) Magnetnica se postavi v smeri rezultante magnetnih polj Zemlje in paličastega magneta.

Z izmerjenim kotom α torej lahko izračunamo kvocient p_m/B' :

$$\frac{p_m}{B'} = \frac{4\pi r^3}{\mu_0} \operatorname{tg} \alpha. \quad (9.10)$$

Meritvi nihajnega časa paličastega magneta in kota α lahko torej preko enačb (9.6) in (9.10) uporabimo za to, da istočasno določimo magnetni moment paličastega magneta in velikost vodoravne komponente gostote magnetnega polja na mestu magnetnice.

NAVODILO

Na tanko nit obesi paličasti magnet, tako da lahko niha v vodoravni ravnini, kot je to prikazano na sliki 9.1. Ko se magnet umiri, ga za majhen kot izmakni iz ravnovesne lege, tako da prične nihati v vodoravni legi. Nihajni čas izmeri s štoparico za deset nihajev skupaj. Meritev večkrat ponovi in določi povprečno vrednost. Na koncu še stehtaj paličasti magnet in izmeri njegovo dolžino, tako da boš lahko izračunal vztrajnostni moment (9.7). Iz enačbe (9.6) izračunaj povprečno vrednost produkta $p_m B'$ in napako.

V drugem delu vaje naravnaj merilo ob podstavku z magnetno iglo točno v smer sever-jug (glej sliko 9.2). Pred to nastavitvijo odnesi magnet dovolj daleč stran. Nato postavi paličasti magnet na jahača na merilu. Izberi največjo razdaljo med paličastim magnetom in magnetnico. Pri tej legi magneta je odklon magnetnice od ravnovesne lege komaj še zaznaven. Odčitaj odklon magnetne igle (kot α) in

razdaljo r med težiščema paličastega magneta in magnetnice. V korakih po 5 cm približuj paličasti magnet magnetnici in odčitaj ustrezne odklonske kote. Napravi vsaj deset meritev in nato za vsako od njih iz enačbe (9.10) izračunaj razmerje p_m/B' . Tudi tokrat povpreči vse izmerjene vrednosti in oceni napako.

Vodoravno komponento zemeljskega magnetnega polja B' in dipolni moment paličastega magneta p_m dobiš z deljenjem in množenjem obeh povprečij izmerjenih količin: $\langle p_m \cdot B' \rangle$ in $\langle p_m/B' \rangle$. Pri obeh končnih rezultatih moraš navesti tudi napako.