

4 Viskozimeter s padajočo kroglico

NALOGA

Določi koeficient viskoznosti tekočine z merjenjem časa padanja kovinskih kroglic.

RAZLAGA

Na kroglico, ki pada v tekočini, delujejo tri sile: gravitacijska sila, vzgon in upor tekočine. Pri dovolj počasnem gibanju kroglice je upor tekočine pretežno posledica viskoznosti. Plast tekočine ob kroglici se prilepi ob površino kroglice in se giblje skupaj z njo. Sosednje plasti tekočine se tudi gibljejo, njihova hitrost pa se manjša z oddaljenostjo od kroglice. Sila upora je torej posledica trenja med sosednjimi plastmi tekočine. Pri dovolj počasnem gibanju kroglice je sila upora v neomejeni tekočini podana s Stokesovo enačbo:

$$F_u = 6\pi r \eta v, \quad (4.1)$$

kjer je η koeficient viskoznosti, v je hitrost kroglice, r pa njen polmer. Zapišimo Newtonov zakon za padanje kroglice v neomejeni tekočini:

$$m\vec{a} = \vec{F}_g + \vec{F}_{vzg} + \vec{F}_u = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \vec{g} - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' \vec{g} - 6\pi r \eta \vec{v}, \quad (4.2)$$

kjer je ρ gostota snovi, iz katere je kroglica, ρ' je gostota tekočine, g pa gravitacijski pospešek. Vse tri sile na desni strani enačbe leže na navpičnici: gravitacijska sila je usmerjena navzdol, vzgon in Stokesova sila upora pa navzgor (glej sliko 4.1). Zaradi viskoznosti preide v začetku pospešeno gibanje kroglice prej ali slej v enakomerno. Tedaj so vse tri sile v ravnovesju in velja:

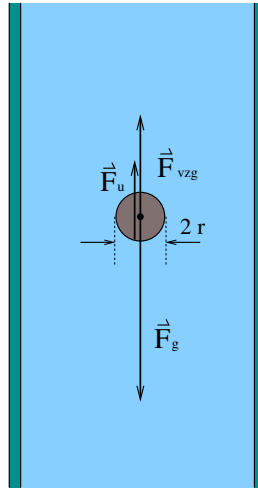
$$6\pi r \eta v = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho') g, \quad (4.3)$$

odtod pa lahko izračunamo viskoznost:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{g(\rho - \rho') r^2}{v}. \quad (4.4)$$

Enačbo (4.4) moramo še popraviti zaradi končne hitrosti kroglice, zaradi končnega premera in končne višine tekočinskega stolpca. Področji veljavnosti Stokesove enačbe (linearni zakon upora) in enačbe za dinamični upor (kvadratni zakon upora) v grobem razmejimo z Reynoldsovim številom Re :

$$Re = \frac{2r\rho'v}{\eta}. \quad (4.5)$$



Slika 4.1: Sile, ki delujejo na padajočo kroglico v tekočini.

Kadar je $Re \ll 1$, velja Stokesov linearni zakon upora, pri zelo velikem Reynoldsovem številu, $Re \gg 1$, pa prevladuje dinamični upor. V vmesnem področju so razmere zapletene, zato si pomagamo s približki. Do vrednosti $Re \simeq 1$ tako računamo s popravljeno Stokesovo enačbo (4.1), v kateri s faktorjem

$$f_1 = 1 + \frac{3}{16}Re \quad (4.6)$$

upoštevamo prispevek dinamičnega upora. Viskoznost, izračunana z enačbo (4.4) je torej prevelika, zato jo moramo deliti s faktorjem (4.6).

Naslednji popravek je potreben zaradi končnega premera valja, v katerem pada kroglica. Kroglica v resnici pada počasneje, kot predvideva Stokesov zakon, tako da je viskoznost navidez povečana za faktor:

$$f_2 = 1 + 2,1 \frac{2r}{2R}, \quad (4.7)$$

če je $2R$ notranji premer valja. Viskoznost v enačbi (4.4) je zato treba deliti tudi s faktorjem (4.7).

Na merjeno viskoznost η vpliva še višina stolpca tekočine, v kateri pada kroglica. Tudi zaradi tega efekta je viskoznost navidezno povečana, tokrat za faktor:

$$f_3 = 1 + 3,3 \frac{r}{H}, \quad (4.8)$$

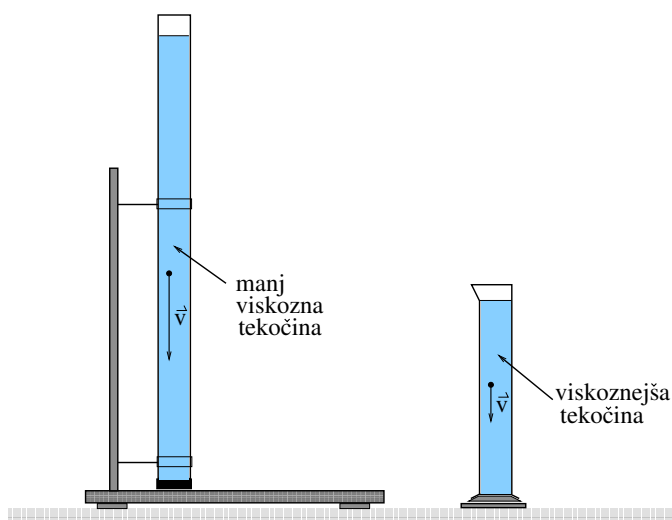
kjer smo s H označili višino tekočinskega stolpca.

Končno enačbo za izračun viskoznosti tako dobimo z upoštevanjem izraza (4.4) in vseh treh popravkov (4.6-4.8):

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{g(\rho - \rho')r^2}{v} \frac{1}{1 + \frac{3}{16}Re} \frac{1}{1 + 2,1 \frac{2r}{2R}} \frac{1}{1 + 3,3 \frac{r}{H}}. \quad (4.9)$$

IZVEDBA

Izmeriti moraš viskoznost dveh tekočin, manj viskozna je v visokem valju, viskoznejša pa v nizkem (glej sliko 4.2). Za poskus izberi tri kroglice različnih velikosti in z mikrometrom izmeri njihov premer. Izmeri tudi razmik med oznakama na valju, notranji premer valja in višino tekočinskega stolpca. Vsako od kroglic nato spusti tik nad gladino tekočine, tako da pade čim bliže osi valja. S štoparico izmeri čas, v katerem kroglica pade od zgornje do spodnje oznake na valju. Meritev za vsako kroglico ponovi trikrat. Tako boš za vsak valj dobil 9 različnih meritev časa. Meritve časa povpreči za vsako kroglico posebej.



Slika 4.2: Shema eksperimenta.

Koeficient viskoznosti izračunaš tako, da najprej iz enačbe (4.4) izračunaš η za vsako kroglico posebej. S tako dobljenim koeficientom viskoznosti izračunaj nato ustrezna Reynoldsova števila (enačba (4.5)). Na koncu iz enačbe (4.9) izračunaj popravljene koeficiente viskoznosti. Za vsako tekočino poišči povprečno vrednost viskoznosti iz rezultatov za vsako od treh kroglic in oceni napako meritve.