Naravoslovnotehniška fakulteta,
Ljubljana, 28.03.2006

3. Kolokvij iz fizike

1. Za koliko bi se dvignila morska gladina zaradi temperaturnega raztezanja vode, če bi se vsi oceani na Zemlji segreli v povprečju za 1°C?
   Povprečna globina oceanov na Zemlji je 3,79 km, njihova skupna površina pa 361 10^6 km^2. Prostorninski koeficient temperaturnega raztezka vode je 2 10^{-5} /K.

2. V posodi toplotne kapacitete 500 J/K je 1 liter vode pri temperaturi 60°C. V vodo dodamo $0,3$ kg ledu pri temperaturi 0°C. Kolikšna je ravnovesna temperatura?
   Posoda je toplotno izolirana od okolice. Specifična toplota vode je 4200 J/kgK, talilna toplota ledu pa 336 kJ/kg.

3. V dveh ogljiščih enakostraničnega trikotnika s stranico 10 cm sta elektrčna naboja velikosti $e_1 = 3,0\ 10^{-9}$ As in $e_2 = -1,0\ 10^{-9}$ As. Kolikšna sila deluje na naboj $e_3 = 2,0\ 10^{-9}$ As, ki ga postavimo v tretje ogljišče trikotnika?

   Naboj e_3 spustimo, da se začne prosto gibati. Kolikšna bo njegova kinetična energija po dolgem času?

4. Idealni plin segrejemo pri konstantni prostornini. Pri tem se mu tlak poveča na dvakratno vrednost. Nato ga adiabatno razpnemo tako, da se mu tlak zniža na začetno vrednost. Nazadnje ga pri konstantnem tlaku stisnemo na začetno prostornino. Kolikšen je toplotni izkoristek takega stroja? Specifična toplota idealnega plina pri konstantnem volumnu je $c_v = \frac{3R}{2M}$, pri konstantnem tlaku pa $c_p = \frac{5R}{2M}$.

Rešitve nalog

1. Prostornina oceanov bi se povečala za $\Delta V = \beta V \Delta T$, zaradi česar bi se morska gladina dvignila za

$$\begin{aligned}\Delta h &= \frac{\Delta V}{S} = \frac{\beta V \Delta T}{S} = \\ &= \frac{\beta S h \Delta T}{S} = \beta h \Delta T = 7,6\,\mathrm{cm}.\end{aligned}$$

2. Označimo $C = 500\,\mathrm{J/K}$, $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$, $T_1 = 60°\mathrm{C}$, $m_2 = 0,3\,\mathrm{kg}$ in $T_2 = 0°\mathrm{C}$. Končna temperatura zmesi naj bo T. Sistem je toplotno izoliran od okolice, zato led prejme toliko toplote, kolikor je posoda vode odda.

$$\begin{aligned}m_1 c_p (T_1 - T) + C(T_1 - T) &= m_2 q_t + m_2 c_p (T - T_2) \\ T &= \frac{(m_1 c_p + C)T_1 + m_2 c_p T_2 - m_2 q_t}{m_2 c_p + m_1 c_p + C} = 30,4°\mathrm{C}\end{aligned}$$

3. Električna sila na tretji naboj je $F = e_3 E$, kjer je E skupno električno polje prvih dveh nabojev, ki ju je treba sešteti vektorsko. Koti v enakostraničnem trikotniku so $\alpha = 60°$.

$$\begin{aligned}E_{1(2)} &= \frac{|e_{1(2)}|}{4\pi\epsilon_0 a} \\ E_x &= E_1 \cos\alpha + E_2 \cos\alpha \\ E_y &= E_1 \sin\alpha - E_2 \sin\alpha \\ E^2 &= E_x^2 + E_y^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)\end{aligned}$$

Izračunamo $E_1 = 2,7\,\mathrm{kV/m}$ in $E_2 = 0,90\,\mathrm{kV/m}$. Sledi $E = 2,4\,\mathrm{kV/m}$ in $F = e_3 E = 4,8\,10^{-6}\mathrm{N}$.

V drugem delu naloge upoštevamo, da se skupna energija tretjega naboja ohranja, torej je vsota spremembe kinetične in elektrčne potencialne razlike enaka $\Delta W_k + \Delta W_e = 0$. Na začetku naboj miruje in je zato njegova kinetična energija enaka 0. Električna potencialna energija naboja e_3 v električnem polju nabojev e_1 in e_2 je enaka

$$W_e = e_3\,(U_1 + U_2) = e_3 \left(\frac{e_1}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + \frac{e_2}{4\pi\epsilon_0 r_{23}}\right)\ ,$$

kjer sta r_{12} in r_{13} ustrezni razdalji med naboji. Po dolgem času je $r_{13(23)} \to \infty$ in zato električna potencialna energija enaka 0. Sledi, da je kinetična energija na koncu enaka potencialni energiji na začetku.

$$\begin{aligned} W_k &= W_e = e_3\ (U_1 + U_2) = e_3 \left(\frac{e_1}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{e_2}{4\pi\epsilon_0 a} \right) \\ &= \frac{e_3\ (e_1 + e_2)}{4\pi\epsilon_0 a} = 0,36\,10^{-6}\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

4. Za plin v vsakem trenutku velja plinska enačba:

$$pV = \frac{mRT}{M}$$

Pri adiabatni spremembi velja tudi $pV^\kappa = \text{konst}$, kjer je $\kappa = c_p/c_v = 5/3$. Naj ima na začetku plin temperaturo T_1, volumen V_1 in tlak p_1. Nato ga pri konstantni prostornini segrejemo na dvakratno temperaturo, torej je $T_2 = 2T_1$ in $V_2 = V_1$. Iz plinske enačbe $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$ sledi $p_2 = 2p_1$. Pri adiabatnem segrevanju uporabimo enačbo $p_2V_2^\kappa = p_3V_3^\kappa$. Ker je $p_3 = p_1$ sledi $V_3 = 2^{1/\kappa}V_2$ in nato iz plinske anačbe $T_3 = 2^{1/\kappa-1}T_2$.
Pri adiabatnem razpenjanju plin opravi delo, ki je po velikosti enako spremembi notranje energije

$$A_1 = mc_v(T_3 - T_2) = m\frac{3R}{2M}(2^{1/\kappa-1} - 1)2T_1 = \frac{mRT_1}{M}\ 3(2^{1/\kappa-1} - 1)$$

Pri izobarnem stiskanju moramo opraviti delo

$$A_2 = -p\Delta V = p_1(V_3 - V_1) = p_1(2^{1/\kappa} - 1)V_1 = \frac{mRT_1}{M}\ (2^{1/\kappa} - 1)$$

V zadnjem koraku smo spet uporabili plinsko enačbo.
Pri prvi spremembi plinu dovedemo toploto

$$Q = mc_v(T_2 - T_1) = mc_vT_1 = m\frac{3R}{2M}T_1 = \frac{mRT_1}{M}\ \frac{3}{2}$$

Izkoristek je definiran kot

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{|A_1| - A_2}{Q} = \frac{3(1 - 2^{1/\kappa-1}) - (2^{1/\kappa} - 1)}{3/2} \\ &= \frac{8 - 5 \cdot 2^{1/\kappa}}{3} = 0,14 \end{aligned}$$

Faktor $\frac{mRT_1}{M}$ je enak v vseh treh členih in se pokrajša.