

# PLINI, KAPLJEVINE, TRDNA SNOV

plini

$$\rho \sim \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\bar{l} \gg r$$

$$W_n \sim \sum W_{ki}$$

$$\bar{l} \sim 10^{-7} \text{ m}$$
 (pri sobni temperaturi)
$$\tau = \frac{r}{v} \sim 10^{-10} \text{ s}$$
 čas med trtki
$$v \sim 10^{-3} \text{ m/s}$$

Kapljevine

$$\rho \sim 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\tau \sim 10^{-12} \text{ s}$$

$$\bar{l} \sim 10^{-9} \text{ m}$$

$$W_n: W_k, W_p$$
 (prispevata približno isti red velikosti)
 
$$\nwarrow$$
 interakcija
 izotropne (ne useljene: tekoči kristali)

trdne snovi

$$\rho \sim 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
 nekajkrat
$$W_n \sim W_p$$
 (delci se zelo malo premikajo)
 določena struktura
 

- kristali (urejena)
- stekla (neurejena)

## KRISTALI

periodična struktura



translacijska simetrija

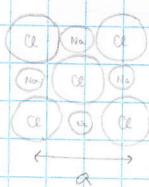
$$\Delta \vec{r} = m_1 \vec{a} + m_2 \vec{b} + m_3 \vec{c} \quad m_1, m_2, m_3 \in \mathbb{Z}$$

kubična kristalna mreža:  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| \quad \vec{a} \perp \vec{b} \quad \vec{b} \perp \vec{c} \quad \vec{c} \perp \vec{a}$   
 triklinska rešetka:  $|\vec{a}| \neq |\vec{b}| \neq |\vec{c}|$  poljubni koti

Vezi v kristalih:

- ionská
- kovalentna
- van der Waalsova

ionski kristal, primer: kuhinjska sol NaCl  
 kubična rešetka



$$W_{\text{Na}^+} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (\frac{a}{2})} \cdot \left( -6 \underbrace{\frac{12}{\sqrt{2}}}_{\text{na na } \frac{a\sqrt{2}}{2}} - \underbrace{\frac{8}{\sqrt{3}}}_{\text{na na } \frac{a\sqrt{2}}{2}} + \dots \right)$$

$$- \alpha_M = -1.75$$

Energija vseh Na+ ionov v kristalu:

$$W = \frac{N}{2} W_{\text{Na}^+}$$

$$W_{\text{par}} = \frac{2 \cdot W}{N} \sim 10 \text{ eV}$$
 ker so pari

Madelungova konstanta

$$W_{\text{Na}^+} = - \alpha_M \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \frac{a}{2}}$$

Energija, ki jo potrebujem da par Na+, Cl- dobimo ven iz kristala.

$$10 \text{ eV} - (5-2) \text{ eV} = 8 \text{ eV}$$

(ionizacija in sprejetje el.)

## ELEKTRONI V KRISTALIH

6 ionov, 1 elektron



$$\Psi = \sum_{i=1}^6 c_i \Phi(\vec{r} - \vec{R}_i)$$

spomnimo se:



$$\Psi = A(\Phi(\vec{r} - \vec{R}_1) \pm \Phi(\vec{r} - \vec{R}_2))$$

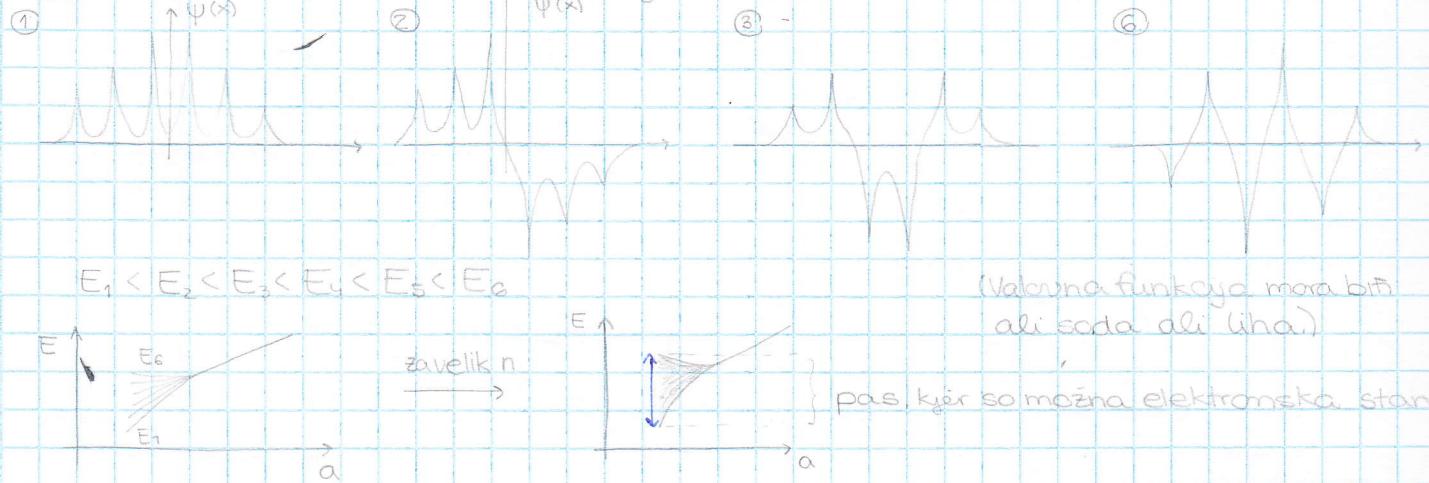
$$E_{\text{sm}} < E_{\text{ANTISIM}}$$

simetrična



anti-simetrična

za 6 izmeh: 6 različnih lin. kombinacij (8 različnih?)



## E(k)

Valovanje:  $\omega = \omega(k)$   
poseben primer  $\omega = V_k k$

$E = E(k)$  energija elektrona v kristalu  
poseben primer

prost elektron:  $\frac{p^2}{2m}$   
masa elektrona.

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

efektiuna masa.

1. primer: Kronig - Penneyev model kristala

(izpeljana: uaje)

$$\cos ka = \cos K a + \frac{m A}{\hbar k a} \sin K a$$

$$K = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$ka \ll 1$   $Ka \ll 1$ :

$$1 - \frac{(ka)^2}{2} = 1 - \frac{(Ka)^2}{2} + \frac{m A}{\hbar k a} \cdot Ka$$

$$K^2 = k^2 + \frac{m A}{\hbar k a} \frac{2}{a^2}$$

$$\frac{2mE}{\hbar^2} = k^2 + \frac{m A}{\hbar k a} \frac{2}{a^2}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{m A}{\hbar^2 a^2}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \text{konst.}$$

v tem primeru in v tej limiti

$$m^* = m$$

2. primer: Približek tesne vezi

$$E = W_1 - 2J \cos ka$$

konst

J... koeficient tesnosti vezi

za  $ka \ll 1$

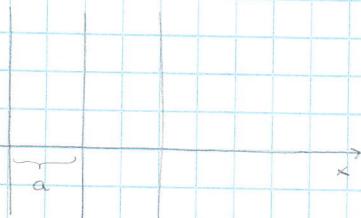
$$E = \text{konst} - 2J \left(1 - \frac{(ka)^2}{2}\right)$$

$$E = k^2 a^2 J + \text{konst.}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \rightarrow \frac{\hbar^2}{2m^*} = a^2 J$$

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2Ja^2}$$

# PRIBLIŽEK SKORAJ PROSTIH ELEKTRONOV



$$\psi = A e^{i(kr - \omega t)}$$

$$\psi = A e^{i(kx - \omega t)}$$

elektron - ravnival, ki potuje skozi kristal

če  $ka \neq n\pi$

odbiti valovi destruktivna interferirajo; samo val v ena smer

$$ka = n\pi$$

$$\Psi_{\rightarrow} = A e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\Psi_{\leftarrow} = A e^{i(-kx - \omega t)}$$

$$\Psi = \Psi_{\rightarrow} \pm \Psi_{\leftarrow}$$

$$= A(e^{i(kx - \omega t)} \pm e^{i(-kx - \omega t)})$$

$$\Psi_{\pm} = \frac{A}{2}(e^{i(\frac{n\pi}{a}x - \omega t)} \pm e^{i(-\frac{n\pi}{a}x - \omega t)})$$

$$\Psi_{+} = A \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \cdot e^{-i\omega t}$$

$$\Psi_{-} = iA \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \cdot e^{-i\omega t}$$

Normiramo na [0,1]:

$$1 = \int_0^a |\Psi|^2 dx$$

$$\begin{aligned} A^2 \int_0^a \cos^2\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx &= A^2 \frac{1}{2} \int_0^a (1 + \cos(2\frac{n\pi}{a}x)) dx = \frac{A^2}{2} \cdot a \\ A^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx &= \frac{A^2}{2} \cdot a \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} A^2 = \frac{2}{a} \\ A = \sqrt{\frac{2}{a}} \end{array} \right.$$

Pričakovana vrednost potencialne energije:

$$\langle V_{KR+} \rangle = \int_0^a \Psi_{+}^*(x) V_{KR}(x) \Psi_{+}(x) dx$$

$$\langle V_{KR-} \rangle = \int_0^a \Psi_{-}^*(x) V_{KR}(x) \Psi_{-}(x) dx$$

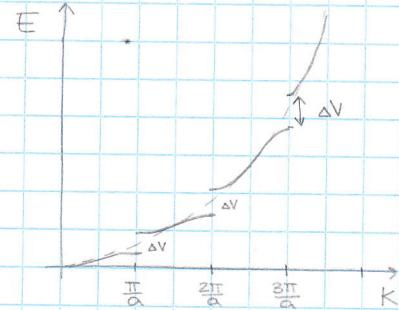
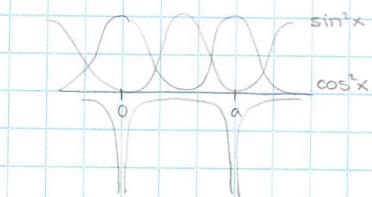
$$\langle V_{KR+} \rangle = \frac{2}{a} \int_0^a \cos^2 \frac{n\pi}{a} x V_{KR}(x) dx$$

$$\langle V_{KR-} \rangle = \frac{2}{a} \int_0^a \sin^2 \frac{n\pi}{a} x V_{KR}(x) dx$$

$$0 > \langle V_{KR-} \rangle > \langle V_{KR+} \rangle$$

prosti elektron  $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$   
pri  $k = \frac{n\pi}{a}$   $E(k)$  odstopa od te parabole

$$\Delta V = \langle V_{KR-} \rangle - \langle V_{KR+} \rangle$$



Presekoki, nezveznici, umesni možni stanji.

## ELEKTRONI V ZUNANJEM POLJU

$$\text{prost e} \quad V = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$W_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\frac{dW_k}{dk} = \frac{2\hbar^2 k}{2m} = \hbar \cdot V \quad V = \frac{1}{\hbar} \frac{dW_k}{dk}$$

grupna hitrost pri valovanju  $v_g = \frac{dw}{dk}$

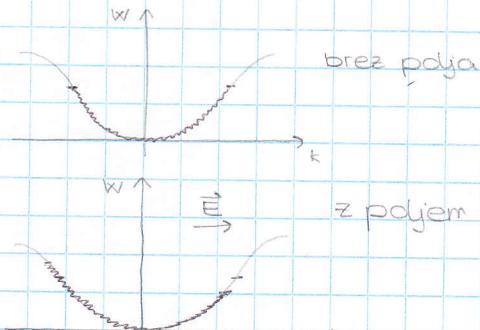
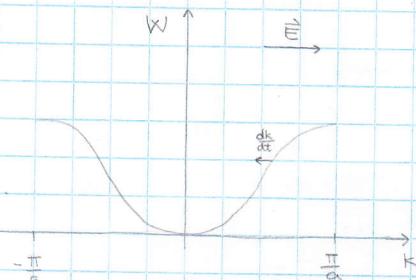
fazna hitrost:  $v_p = \frac{\omega}{k}$

na e<sup>-</sup> deluje zunanjega sila:  $dW_k = F dx = F \cdot v dt = F \frac{1}{\hbar} \frac{dW_k}{dk} dt$

$$dk = \frac{F}{\hbar} dt$$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} F$$

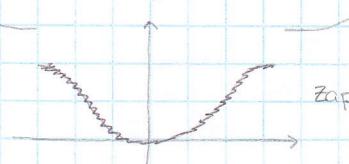
Newtonov zakon za elektron



Povprečje k ni več 0: steče električni tok.

! To je možno le v kovinah.

V izolatorjih:



zapolnjeni par, tudi če uključimo  $\vec{E}$  se ne morejo povečati.

## SPECIFIČNA PREVODNOST (ELEKTRIČNI TOK V KOVINAH)

obračnavamo povprečja

$$\frac{d\langle p \rangle}{dt} = -e_0 E - \frac{\langle p \rangle}{\tau}$$

druženje

$T$  menilo zato kako pogosto se  $e^-$  "zaleti" v nepravilnost v kristalu

Zanima nas stacionarno stanje:

$$\frac{\langle p \rangle}{\tau} = -e_0 E$$

$$\langle v \rangle = -\frac{e_0 \tau}{m} E$$

$\beta_e$  ( $\mu_e$ ) ... gibljivost

$$j_e = -e_0 n_e \langle v \rangle = e_0^2 n_e \frac{\tau}{m} E$$

$$\langle v \rangle = -\beta_e E$$

$$\beta_e = \frac{e_0 \tau}{m}$$

gibljivost

$$j = G \cdot E$$

$$G = \frac{e_0^2 \tau \cdot n_e}{m} = e_0 n_e \beta_e$$

specifična prevodnost

primer: Na

$$G = 2.4 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{cm}^2}$$

$$n_a = 2.65 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} = n_e \quad (\text{1 elektron na 1 atom})$$

$$T = \frac{m \cdot G}{e_0^2 n_e} = 3.2 \cdot 10^{-14} \text{ s}$$

$$\text{Če } j_e = 1 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}: \langle v \rangle = \frac{j_e}{n_e e_0} = 2.4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{l} = T \cdot V_F \quad \text{tipična hitrost}$$

$$\bar{l} = \frac{1}{G_s n} = \frac{1}{\pi R_t^2 n_a}$$

$G_s$  ... presek za sisanje

$$\langle v \rangle \ll V_F$$

hitrost  $e^-$   
na vložku paša  
= Fermijeva hitrost

Mnoga redov velikosti  
manj kot so hitrosti  
samih elektronov.

R<sub>t</sub><sup>2</sup> ... povprečen kvadrat odmika od mirene lege

predpostavimo: 1D:  $\overline{|x|} = \frac{1}{2} k_B T$

(doudaj visoko T)

$$= \frac{1}{2} M \overline{v^2} = \frac{1}{2} M \underbrace{w_D^2}_{\text{masa atoma}} \underbrace{R_t^2}_{\text{tipična frekvenca krat amplituda nihanja}} \approx \frac{1}{2} M w_D^2 R_t^2$$

ws.. Debyeova  
frekvenca

$$R_t^2 = \frac{k_B T}{M w_D^2}$$

$$\bar{l} = \frac{M w_D^2}{\pi n_a k_B T}$$

$$\text{specifična upornost: } \xi = \frac{1}{G} = \frac{m}{e_0^2 n_e T} = \frac{V_F m \pi k_B T n_a}{e_0^2 n_e M w_D^2} \quad \xi \propto T$$

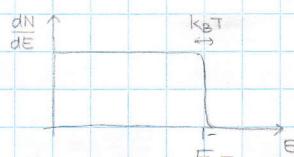
Upoštevali smo  $m^*$  = melektrona.

## TOPLOTNA PREVODNOST V KOVINAH

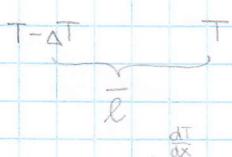
$$\Delta T = \frac{dT}{dx} \cdot \bar{l} \quad \text{zakaj } 1 \cdot k_B T(?)$$

$$j_Q = -\overline{J_{ne}} \underbrace{k_B \Delta T}_{\text{čr. e- koliko energije pripravijo}} \cdot V_F \underbrace{n_e}_{\text{rjihova hitrost}}$$

$$\overline{J_{ne}} \sim n_e \frac{k_B T}{E_F}$$



Fermijeva energija



$$j_Q = -n_e \frac{k_B T}{E_F} k_B \Delta T V_F = -\frac{2n_e k_B^2 T \Delta T}{m v_F}$$

$$j_Q = -\frac{2n_e k_B^2 T \cdot \bar{l}}{m} \frac{dT}{dx}$$

$$j_Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$\lambda = \frac{2n_e k_B^2 T \cdot \bar{l}}{m}$$

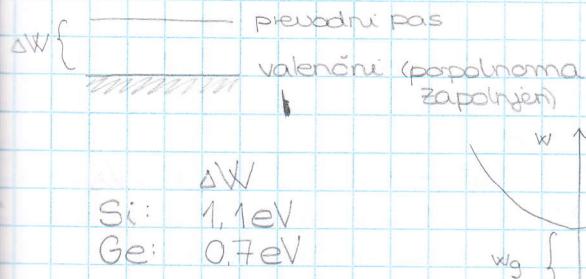
$$\Delta T = \frac{dT}{dx} \cdot T \cdot V_F$$

$$\frac{\lambda}{G} = \frac{2\pi e k_B^2 T \epsilon}{m} \cdot \frac{m}{e_0^2 - \epsilon m} = \frac{2 k_B^2 T}{e_0^2} \quad \frac{\lambda}{G} = \frac{2 k_B^2 T}{e_0^2}$$

neodvisno  
od snovi

## POLPREVODNIKI

= izolatorji, pri katerih je energijska špranja med valenčnim pasom in prevodnim pasom majhna



električni tok:

$$j = j_e + j_v \\ j = -e_0 \cdot n_e \langle v_e \rangle + e_0 n_v \langle v_v \rangle = e_0 n_e \beta_e E + e_0 n_v \beta_v E$$

$$\beta_e = 0.16 \frac{m^2}{Vs} \quad \beta_v = 0.04 \frac{m^2}{Vs}$$

$$W_F = \frac{W_g}{2} \text{ če } m_e^* = m_v^*$$

Pokažemo to:

$$N_e = N_v \quad N_e = \int f(w) dw$$

$$dw = \frac{4\pi (2m_e^*)^{1/2}}{n_2} \sqrt{w - W_g} dw$$

$$f(w) = \frac{n_2}{e^{\beta(w-W_F)} + 1}$$

$$1 - f(w) = \frac{e^{\beta(w-W_F)}}{e^{\beta(w-W_F)} + 1} = \frac{1}{1 + e^{-\beta(w-W_F)}}$$

$$N_e = A_v \int_{W_g}^{\infty} \frac{1}{e^{\beta(w-W_F)} + 1} dw$$

$$N_v = A_v \int_{-\infty}^0 (1 - f(w)) \cdot \sqrt{-w} dw = A_v \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + e^{\beta(w-W_F)}} \sqrt{w} dw \quad w' = -w$$

$$N_e = A_p \int_0^{\infty} \frac{1}{e^{\beta(w+W_g-W_F)} + 1} \sqrt{w} dw \quad w'' = w - W_g$$

$$A_v \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + e^{\beta(w+W_g-W_F)}} \sqrt{w} dw = A_p \int_0^{\infty} \frac{1}{e^{\beta(w+W_g-W_F)} + 1} \sqrt{w} dw$$

$$1) m_e^* = m_v^* \quad A_v = A_p : \quad W' + W_F = W' + W_g - W_F$$

$$W_F = \frac{W_g}{2} \quad \text{če } m_e^* = m_v^*$$

$$2) m_e^* \neq m_v^* : \quad A_p \frac{1}{e^{\beta(w+W_g-W_F)} + 1} = A_v \frac{1}{e^{\beta(w+W_F)} + 1}$$

$$\beta = \frac{1}{k_B T} \quad k_B T = \frac{1}{10} eV \ll W_g \quad e^{\beta(W' - W_F)} \gg 1$$

$$A_p e^{-\beta(W' + W_g - W_F)} = A_v e^{-\beta(W' + W_F)}$$

$$\ln A_p - \beta(W' + W_g - W_F) = \ln A_v - \beta(W' + W_F)$$

$$\ln \frac{A_p}{A_v} = -\beta(-W_g + 2W_F)$$

$$W_g - 2W_F = k_B T \ln \frac{A_p}{A_v}$$

$$W_F = \frac{W_g}{2} - \frac{1}{2} k_B T \ln \frac{A_p}{A_v}$$

$$W_F = \frac{W_g}{2} - \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_e^*}{m_v^*}$$

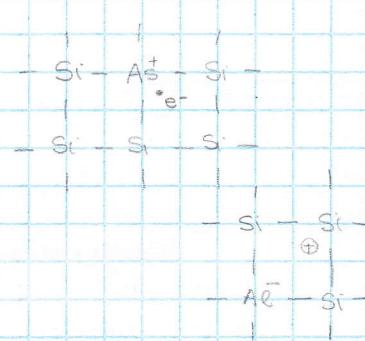
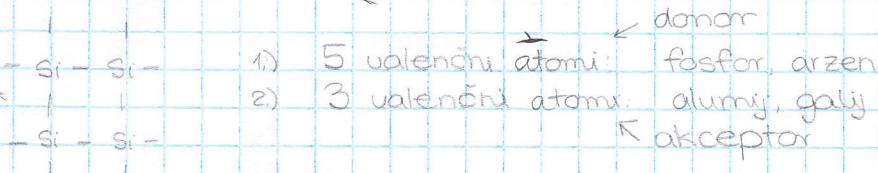
Pri neničelni temperaturi pride zaradi termičnih eksitacij do preskoka majhnega dela elektronov v prevodni pas

$$W_e = W/g + \frac{1}{2} \frac{\pi^2 k^2}{2m^*} \quad (\text{blizu dna zapisemo kot parabola})$$

$$W_v = -\frac{1}{2} \frac{\pi^2 k^2}{2m^*}$$

v splošnem:  $m^* \neq m_e^*$

# POLPREVODNIKI S PRIMESMI



$$W_0 = - \frac{e^4 m}{32 \pi^2 \epsilon_0^2 h^2} = - \frac{1}{2} \alpha^2 m c^2$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$$

$$1) \Delta W_d = - \frac{e^4}{32 \pi^2 h^2} \frac{m^*}{(\epsilon \epsilon_0)^2} = \frac{1}{2} \alpha^2 m^* c^2 \frac{1}{\epsilon^2} = W_0 \frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon^2}$$

v snovi

$$\Delta W_d = W_0 \frac{m^*/m}{\epsilon^2}$$

$$Si: \epsilon = 10$$

$m^*$  nekaj desetnik m

$$\Delta W_d \approx 10^{-3} W_0$$

$$za As u Si: \Delta W_d = -0.05 eV$$

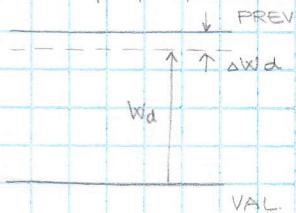
elektron je zelo  
šibko vezan

$$2) \Delta W_a = W_0 \frac{m^*/m}{\epsilon^2}$$

$$za Al u Si: \Delta W_a = 0.06 eV$$

n-tip polprevodnika

p-tip polprevodnika



večinski nosilci toka: elektroni

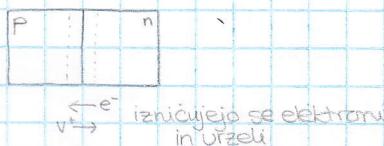
vrzeli

Fermijev nivo za n-tip (p-tip)

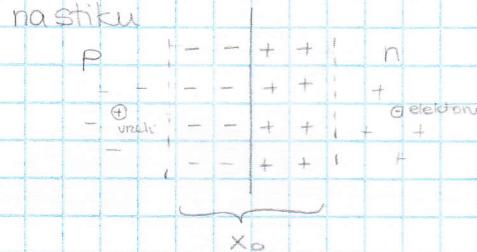
$$N_e = N_v + N_d (1 - f(W_d)) \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\text{nezasedena}}_{\text{donorska stanja}}$$

n-tip:  $W_F \rightarrow$  blizu  $W_d$   
p-tip:  $W_F \rightarrow$  blizu  $W_a$

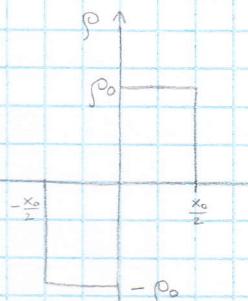
## p-n stik



$e^-$  izničujejo se elektroni  
in vrzeli



nastalo električno  
polje preprečuje  
zdrževanje  
elektron - vrzel,  
vzpodbudi se  
stacionarna stanje



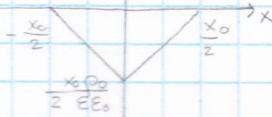
$$n(x) = \begin{cases} p_0 & 0 < x < \frac{x_0}{2} \\ -p_0 & -\frac{x_0}{2} < x < 0 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

$$\vec{V} \cdot \vec{E} = \frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$E(x) = \int \frac{p_0 dx}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$E(x) = \begin{cases} \frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) & 0 < x < \frac{x_0}{2} \\ -\frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0} \left( x + \frac{x_0}{2} \right) & -\frac{x_0}{2} < x < 0 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

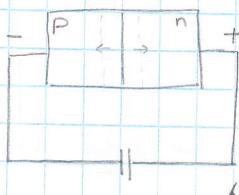
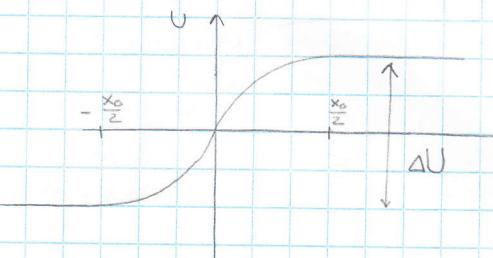


$$U = - \int E(x) dx = \begin{cases} 0 & 0 < x < \frac{x_0}{2} \\ -\frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0} \left( x - \frac{x_0}{2} \right) dx & -\frac{x_0}{2} < x < 0 \\ \frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0} \left( x + \frac{x_0}{2} \right) dx & \end{cases} = -\frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0} \left( \frac{1}{2} x^2 - \frac{x_0}{2} x \right)$$

$$-\frac{x_0}{2} < x < 0: E = \int -\frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0} dx = -\frac{p_0}{\epsilon \epsilon_0} \left( x + \frac{x_0}{2} \right) = -\frac{p_0 x_0}{\epsilon \epsilon_0} - \frac{p_0 x_0}{2 \epsilon \epsilon_0}$$

$$\frac{x_0}{2} > x > 0: E = -\frac{p_0 x_0}{2 \epsilon \epsilon_0} + \frac{p_0 x}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$U = \begin{cases} -\frac{\rho_0}{2\varepsilon\varepsilon_0}(x-x_0)x & 0 < x < \frac{x_0}{2} \\ \frac{\rho_0}{2\varepsilon\varepsilon_0}(x+x_0)x & -\frac{x_0}{2} < x < 0 \end{cases}$$



napetost v zaporni smeri:  
poveča oskrbomašeno plast

dioda

uporaba: zaznavanje svetlobe preko fotoefekta  
⇒ fotodiode

## UVOD V FIZIKO JEDRA IN OSNOVNIH DELCEV

odkritev elektrona: katodna cev (Thompson)

Rutherfordov postrek: sisanje delcev  $\alpha$  na Au folji

Atomni so iz majhnega jedra in razmazanih elektronov.

Kazneje odkritje je še neutrino, kar razloži maso in naboj jedra.

Kaj drži skupaj jedro, da se zaradi elektrostatičnega oddaja ne razletijo?

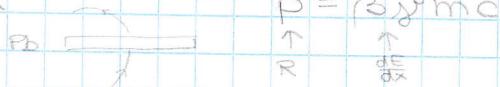
H. Yukawa:  $V(r) \propto \frac{e^{-ra}}{r}$   
 $a = \frac{\hbar}{mc}$  doseg

Nosilec močne sile je pion  $\pi$   
 $m_\pi c^2 \sim 1 \text{ GeV}$

Detekcija delcev: preko interakcije delca s sredstvom detektanja.  
neglična celica

Izum delcev: radioaktivni izotopi (nizke energije)  
kozmični delci  
pospeševalniki

Odkritev pozitrona



Odkritev muona:  $m \sim 0.1 \text{ GeV}$

ne čuti: jedrske sile

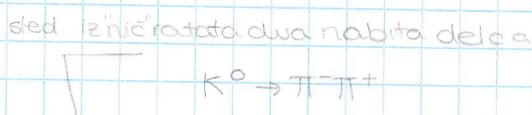
Odkritev piona (Powell)

počasnejši delci izgubljajo več energije,  
puščajo debelejšo sled

$\mu^-$  (hitrejši kot  $\pi^-$  iz katerega je nastal)

$\rightarrow e^-$  (se hitrejši)

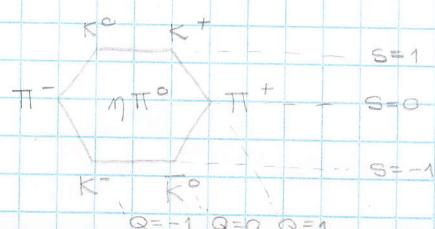
Odkritev kaona



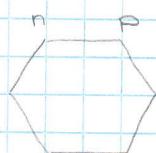
Kaoni so primer čudnih delcev. Zelo radi nastanejo, razpadajo pa počasni.

Čudni delci nastanejo le v pari: za nastanek je odgovorna močna interakcija, ki ohranja čudnost S.

Mezoni:



Barioni:



"Periodni" sistem multipleti hadronov  
spin, čudnosc, naboj  
 $\hookrightarrow \frac{1}{2}, 0, \frac{3}{2}, 1$

Ta struktura natazuje, da so delci sestavljeni.

hadroni = mezoni + bariomi

kvarki:	u	$g = \frac{2}{3}$
	d	$g = -\frac{1}{3}$
	s	$g = -\frac{1}{3}$

primer:  $p = uud$  } bariom =  $3 \times$  kvark

$n = udd$

$\pi^+ = u\bar{d}$

$K^+ = u\bar{s}$

$K^- = \bar{u}s$

Odkritje delca  $J/\psi$ : vezano stanje kvarka c in anti-kvarka c.

$J/\psi \sim 3.1 \text{ GeV}/c^2$

masa kvarka c  $\sim 1.5 \text{ GeV}/c^2$

Nato odkritje še kvarka b

masa kvarka b  $\sim 5 \text{ GeV}/c^2$

Še kvark t  $\sim 200 \text{ GeV}/c^2$

Standardni model:

2 vrsti osnovnih delcev: leptoni in kvanti

3 vrste interakcij: močna, šibka, elektromagnethna

Osnovni delci interagirajo med sabo preko nosilcev sile.

Doseg sile je odvisen od mase nosilca.

kvarki	u,d	s,c
leptoni	$e^-, \nu_e$	

sila: nosilci sile

elektromag fotonji

šibka

močna gluonji

doseg:

$\infty$

zelo kratki

kratki

- Šibka interakcija: pretvorba enega kvarka v drugiščega.

- matrica VCKM, verjetnost za prehode

Ohranitveni zakoni:

- četverec gibalne količine

- 

- 

- 

- 

- 

- 

Dva načina trkov:

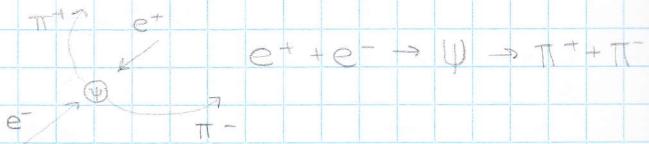
- sfiksno tarčo

- 

Gell-Mann: hadroni so sestavljeni iz kvarkov

bariom =  $3 \times$  kvark

} mezon = kvark + antikvark



# JEDRSKA FIZIKA

## Velikost jedra

Rutherfordov postans:  $r_j <$  dimenzija atoma

$\text{AmO} \downarrow d$  če  $\lambda \gg d$  ne moremo izvedeti dosti saj se sijaly izotropno

Pripravna valovanja:  $\gamma^*$ , e<sup>-</sup>, n, p



$$\frac{\Delta N}{\Delta S} (\theta) \rightarrow \frac{dG}{ds} (\theta) \quad \text{diferencialni sijalni presek}$$

$$r_j \sim 1 \text{ fm} \quad \text{če } \lambda = d: \quad P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{d} = \frac{hc}{dc} = \frac{2\pi hc}{dc}$$

$$hc \doteq 200 \text{ eV nm} = 200 \text{ MeV fm}$$

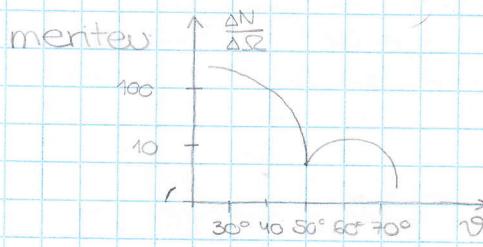
$$E = \sqrt{(800 \text{ MeV})^2 + (0.5 \text{ MeV})^2} = 800 \text{ MeV}$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$mc^2 = 0.51 \text{ MeV}$$

Primer:

$$P = 420 \text{ MeV/c}, \text{ elektroni na jedru } {}^{12}\text{C}$$



Uklon na okrogli reži:

$$1. \text{ minimum: } \sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

$$d = \frac{1.22}{\sin \theta} \cdot \frac{h}{P}$$

$$\Rightarrow d \sim 2 \text{ fm}$$

$$A = Z + N \quad A: \text{število nuklearov}$$

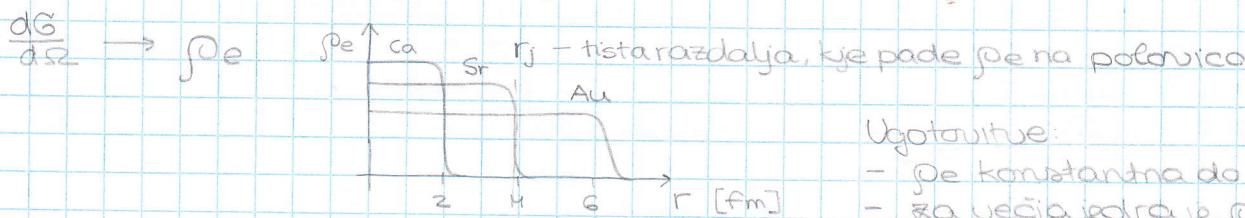
$$\# p^+ \# n^0$$

Postans ponovimo na velikem številu jedra, rezultat:

$$r_j = r_0 A^{1/3} \quad r_0 = 1.1 \text{ fm} \quad \text{To pomeni } V \propto A.$$

Postans z  $\lambda < d \Rightarrow$  porazdelitev naboja v jedru

Elektroni se naumreč sijojo skoraj samo na protonih.

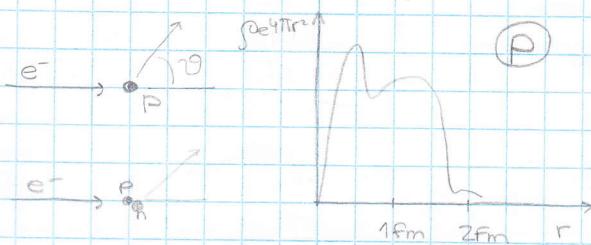


Ugotovitve:

- $\rho_e$  konstantna do  $r_j$
- za večja jedra je  $\rho_e$  manjša

$$\rho_e = \frac{\rho_0}{e^{-\frac{(r-r_0)}{s}} + 1} \quad s \approx 0.55 \text{ fm}$$

Porazdelitev naboja v p in n



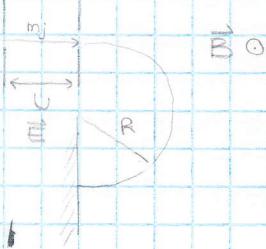
(n)

$$\int \rho_e dV = e_0 \text{ za } p^+$$

$$\int \rho_e dV = 0 \text{ za } n^0$$

# Masa jedra

masni spektrometer



$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{tipično } v \ll c)$$

$$m \frac{v^2}{R} = eV/B \quad V = \sqrt{\frac{zeU}{m}}$$

$$R = \frac{mv}{eB} = \frac{m}{eB} \sqrt{\frac{zeU}{m}} = \sqrt{\frac{2mU}{eB^2}}$$

$$m = \frac{eB^2 R^2}{2U}$$

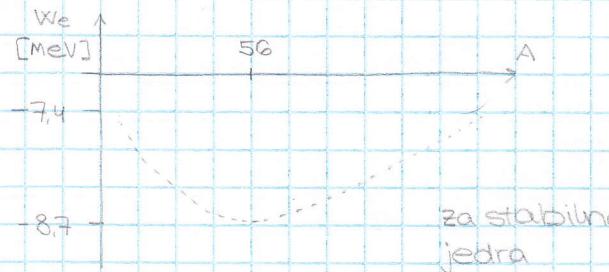
$$m_j < Z \cdot m_p + N m_n \quad \text{pogoj za vezan sistem}$$

$$mpc^2 = 938,27 \text{ MeV}$$

$$m_nc^2 = 939,57 \text{ MeV}$$

$$W_v = m_j c^2 - Zmpc^2 - (A-Z)m_nc^2 \quad \text{vezavna energija}$$

$$w_v = \frac{w_v}{A} \quad \text{specifična vezavna energija}$$



$$W_v \propto A$$

$$\downarrow$$

Nukleoni

čutijo le sozede.

$$\downarrow$$

$$W \propto Z^2$$

Presenostvijo, ker elektrostatika sila:  $W \propto Z^2$

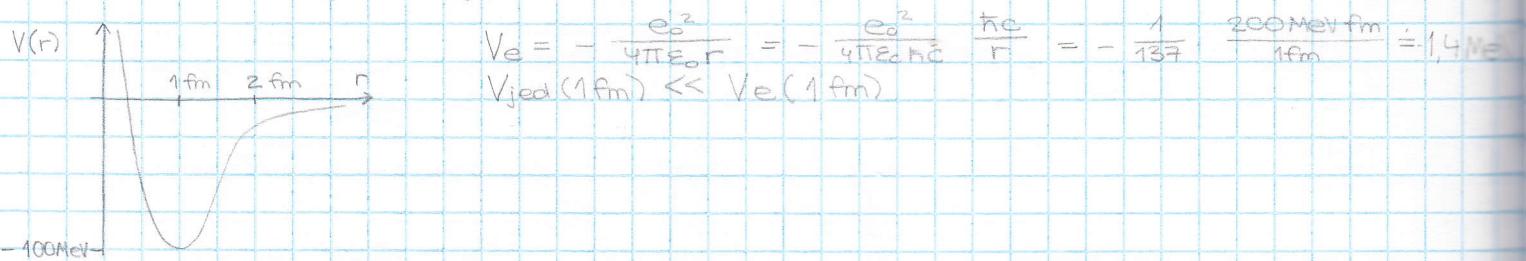
Us nobož se čutijo med sabo



1 Potencial jedrske sile je kratkega dosegja

Iz nenterjih sijanje p-p, p-n, n-n:

→ Potencial nedovesen od vrste nukleona (če izločimo prispevek elektromagnethnega potenciala).

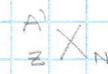


$$V_e = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \frac{\hbar c}{r} = -\frac{1}{137} \frac{ze0 \text{ MeV fm}}{1 \text{ fm}} = 14 \text{ MeV}$$

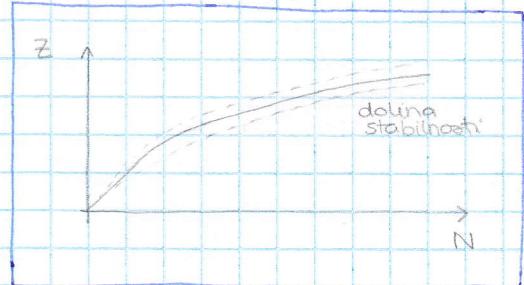
$$V_{\text{jed}}(1 \text{ fm}) \ll V_e(1 \text{ fm})$$

## Stabilna jedra

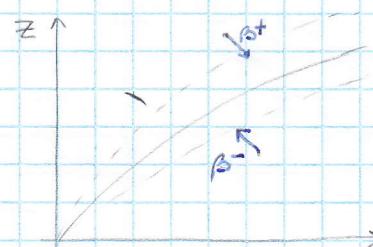
pri danem  $Z$  jedra z različnimi  $N$ :



izotopa istega elementa



majhni  $Z$ :  $Z \approx N$   
veliki  $Z$ :  $N > Z$



Daj jedro postane bolj stabilno:  $(Z+N = \text{konst})$   
 $Z \downarrow N \uparrow$



# Kapljični model semiempirična masna formula (Weizsäcker)

$$W_{se}(A, Z) = -w_0 A + \underbrace{w_1 A^{2/3}}_{\text{vsak dvojček prispovek sreden}} + \underbrace{w_2 \frac{Z^2}{A^{1/3}}}_{\text{površina nukleoni imajo manj sreden}} + \underbrace{w_3 \frac{(A-Z)^2}{A}}_{\text{elektrostatiki za stabilnost } Z=N} + w_4 \underbrace{\frac{\bar{J}_{ZN}}{A^{3/4}}}_{\text{sodost liho}}$$

enakomerno nabita krogla:  $W = \frac{3Z^2 e_0^2}{20\pi \epsilon_0 r_j} \propto \frac{Z^2}{r_j} \propto \frac{Z^2}{A^{1/3}}$

Še den, ki poskrbi za stabilnost pri  $Z = N$ :

$$A w_3 \frac{(1-\frac{Z}{N})^2}{(1+\frac{Z}{N})^2} = w_3 \frac{(N-Z)^2}{(N+Z)^2} A = w_3 \frac{(A-2Z)^2}{A^2} A$$

Večina jeder ima p sodoo, n liho, le 4 jedrasta p liho, n liho.

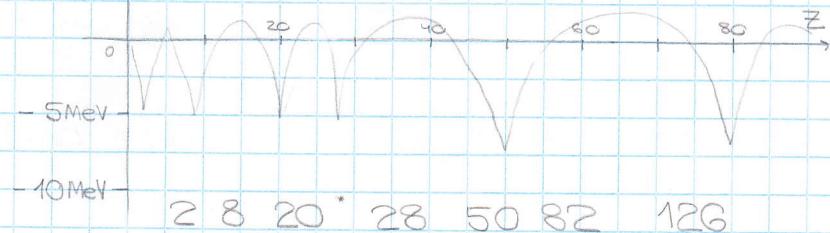
$$\bar{J}_{ZN} = \begin{cases} +1 & \text{liho liho} \\ -1 & \text{sodo sodo} \\ 0 & \text{sodo liho, liho sodo} \end{cases}$$

Vzorcu izmerjenih jeder prilagodimo konstante:

$$\begin{aligned} w_0 &= 15,6 \text{ MeV} \\ w_1 &= 17,3 \text{ MeV} \\ w_2 &= 0,70 \text{ MeV} \\ w_3 &= 23,3 \text{ MeV} \\ w_4 &= 33,5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Primerjava z izmerjenimi vrednostmi vezavne energije

$$W_{izm} - W_{se}$$

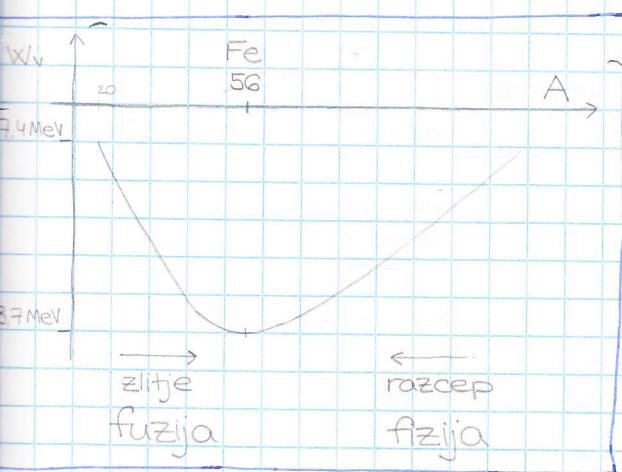


Podobna slika za  $W_{izm} - W_{se}$  v odvisnosti od  $N$ .

magična števila: 2, 8, 20, 28, 50, 82, in 126

\* Poglej pravo sliko u Strnodu, sliki 57, 58.

Prinekaterih  $Z$  in  $N$  so jedra bolje vezana.



Poddobno kot so žlahtni pluni.

Tudi na sliki doline stabilnosti pri nekaterih  $N$  in nekaterih  $Z$  je več stabilnih kot sicer.

LUPINSKI MODEL

# Vrtilna količina jedra

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$\mu_B = \frac{e\sigma\hbar}{2me} \quad \mu_J = \frac{e\sigma\hbar}{2mp} \quad \dots \text{jedrski magneton}$$

$$\mu_J = \mu_B \cdot \frac{m_e}{m_p} = \mu_B \cdot \frac{1}{1836} = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Am}^2$$

$$\mu_J = \frac{e\sigma\hbar c}{2mpc^2} = e_0 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{200 \text{ MeV fm}}{940 \text{ MeV}} = \frac{3}{84} \cdot 10^7 \frac{e \cdot \text{m}^2 \text{V}}{\text{J}} = 3 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{eV}}$$

e:  $\mu_z = -g_m s \mu_B \quad g = 2$

p:  $\mu_z = g_p m_s \mu_J \quad g_p = 5,586$

n:  $\mu_z = g_n m_s \mu_J \quad g_n = -3,826$

$$\mu_p = 2,793 \mu_J$$

$$\mu_n = -1,913 \mu_J$$

$$(\mu_z)_{M_J} = g \cdot M_J \mu_J \quad g \text{ zajedno ne moremo preprosto izračunati}$$

$$W_{M_J} = -(\mu_z)_{M_J} \cdot B \quad \vec{B} = (0, 0, B)$$

$$W_{M_J} = -g \cdot M_J \mu_J \cdot B$$

$2J+1$  nivojev

$$\left\{ \begin{array}{l} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right.$$

$$\downarrow \Delta W = W_{M_J} - W_{M_J+1} = g \cdot \mu_J B$$

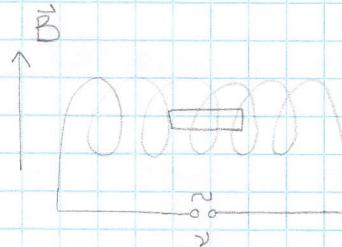
z zunanjim izmeničnim EM poljem vzbudimo

$$M_J+1 \rightarrow M_J$$

$$h\nu = g \mu_J B$$

Magnetni moment jedra:  $(\mu_z)_{M_J=J} = g \cdot J \mu_J (= \frac{h\nu}{B} J)$

mentevi z katere dobčimo g



- spremnjam ν

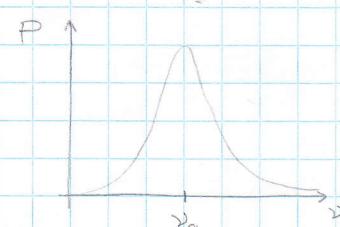
- ν = konst., spremnjam B

⇒ dosegemo resonančni pogoj

$$h\nu = g \mu_J B$$

P... moč kise troši na tuljavi

$$\nu_0 = \frac{g \mu_J B}{h}$$

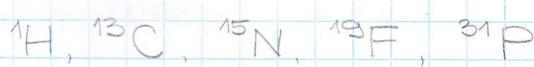


Za  ${}^1H = p$ :  $\nu = \frac{g_p \mu_J}{h} \cdot B = 42,6 \text{ MHz}$        $\lambda = 7 \text{ m}$   
 $B = 1 \text{ T}$   
 tipično

Na ta način so izmerili g za veliko število jedra.

Z NMR (jedrsko magnetno resonanco) preučujemo strukturo kristalov, molekul (B odvisen od okolice jedra).

↳ KEMIJSKI PREMIK



↓  
organiske molekule

Medicinsko slikanje MRI (slikanje z magnetno resonanco).

# Lupinski model

Lupinske značilnosti:

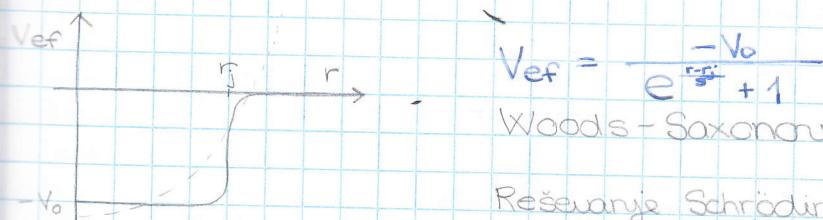
- Pri magičnih številih so vezane energije največje, največ je stabilnih izotopov.
- Zadnji nukleon (najvišje ležeči) najslabše vezan pri magično število +1

Zgodobnost z atomi (2, 10, 18, 36, 54)

zapolnjena stanja l pri nekem n.

Razlika: v jedru ni nekoga osrednjega polja.

## EFEKTIVNI JEDRSKI POTENCIJAL



Reševanje Schrödingerjeve enačbe za  $V_{\text{eff}}$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 R(\vec{r}) + V_{\text{eff}}(r) R(\vec{r}) = W \cdot R(\vec{r})$$

Ker ne moremo analitično rešiti, vzamemo za približek kar harmonski potencial:  $V(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + z^2)$

$$R(\vec{r}) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \quad \text{množenek}$$

$$\nabla^2 R = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) X(x) Y(y) Z(z)$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} (X''YZ + XY''Z + XYZ'') + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + z^2) XYZ = EXYZ$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} \right) + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + z^2) = E$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} \frac{X''}{X} + \frac{1}{2} m \omega^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{Y''}{Y} + \frac{1}{2} m \omega^2 y^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{Z''}{Z} + \frac{1}{2} m \omega^2 z^2 = E_x + E_y + E_z$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} \frac{X''}{X} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 - E_x = 0 \quad \text{in enako za } Y \text{ in } Z$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} X'' + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 X = E_x \cdot X$$

Naučen harmonski oscilator,  
poznamo rešitve!

$$E_x = \hbar \omega \left( n_x + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_y = \hbar \omega \left( n_y + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_z = \hbar \omega \left( n_z + \frac{1}{2} \right)$$

$$\rightarrow E = \hbar \omega \left( n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2} \right)$$

$$n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots$$

$n_x$	$n_y$	$n_z$	št. stanj.	s spinom	$n_x + n_y + n_z$
0	0	0	1	2	0
1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	3	1
0	0	1	1	3	1
2	0	0	1	6	1
0	2	0	1	6	1
0	0	2	1	6	1
1	1	0	1	12	2
1	0	1	1	12	2
0	1	1	1	12	2
0	0	0	1	1	1
3	0	0	1	1	1
0	3	0	1	1	1
0	0	3	1	1	1
1	2	0	1	10	2
1	0	2	1	10	2
0	1	2	1	10	2
0	0	1	1	10	2

$n_x + n_y + n_z$	št. stanj	s spinom	$\Sigma$ stanj s spinom
0	1	2	2
1	3	6	8
2	6	12	20
3	10	20	40
4	15	30	70
5	20	42	112
$n$			$(n+1)(n+2)$

Magična števila:

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126  
✓ ✓ ✓ ?

Schrödingerjevo enačbo lahko rešujemo tudi z drugim nastankom:  
 $R(R) = R(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \phi)$

Dobimo rešitev (lastna stanja):  $n_{\text{rad}} \dots$  radialno kvantno število  
 $l \dots$  orbitalno kvantno število

Velja  $n = 2n_{\text{rad}} + l + 1$   $E = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$

$n$	$n_{\text{rad}}$	$l$	oznake
1	0	0	sodi s
2	0	1	litri p
3	1	0	sodi d
	0	2	$l=3: f$
4	0	3	litri f
	1	1	$l=4: g$
5	2	0	sodi e
	0	4	$l=5: h$
	1	2	$l=6: i$

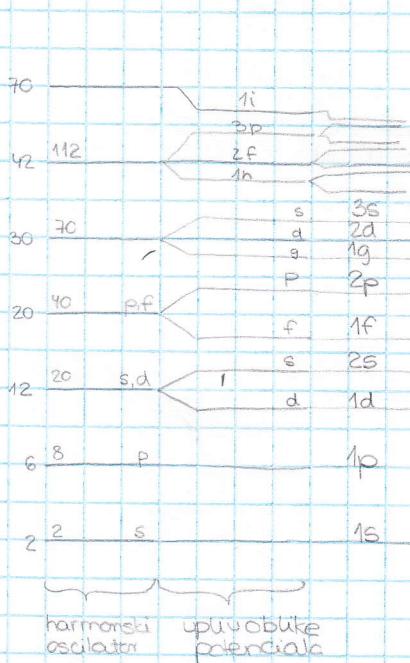
Težave načega rezultata:

- pri velikih  $R$  nači potencial močno odstopa od pravega
- ↓

Stanja dolēč so v resnici bolj vezana.



Stanja z večjim  $l$  bodo v resnici imela nizjo energijo

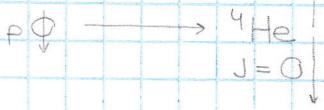


Sklopitev spin-tri:  $V_{\text{es}} \propto -\frac{dV}{dr} \hat{\vec{l}} \cdot \hat{\vec{s}}$

prispevek bo zaradi odravatomin velik

št stanj	$\Sigma$	(DN)
44	126 ✓	
32	82 ✓	
22	50 ✓	
8	28 ✓	
12	20 ✓	
6	8 ✓	
2	2 ✓ Magična števila!	

Merjenje  $V_{\text{es}}$ :



Potencial je močnejši za  $\uparrow l \uparrow s$  kot za  $\downarrow l \uparrow s$ .

$$\hat{\vec{l}} + \hat{\vec{s}} = \hat{\vec{j}}$$

$$\begin{aligned} j &= l + \frac{1}{2} && \text{močneje vezan} \\ j &= l - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Lastna stanja v potencialu ki vsebujejo še člen  $V_{\text{es}}$

$$\langle l, l_2, S, S_2 | \hat{\vec{l}} \cdot \hat{\vec{s}} | l, l_2, S, S_2 \rangle \rightarrow \langle l_1, l_2, S, S_2 |$$

niso več dobra kvantna števila

$$\langle j, j_2, S, S_2 | \hat{\vec{l}} \cdot \hat{\vec{s}} | j, j_2, S, S_2 \rangle =$$

$$\hat{\vec{l}}^2 = (\hat{\vec{l}} + \hat{\vec{s}})^2 = \hat{\vec{l}}^2 + 2\hat{\vec{l}} \cdot \hat{\vec{s}} + \hat{\vec{s}}^2$$

$$\hat{\vec{l}} \cdot \hat{\vec{s}} = \frac{1}{2} (\hat{\vec{j}}^2 - \hat{\vec{l}}^2 - \hat{\vec{s}}^2)$$

$$(l + \frac{1}{2})(l + \frac{3}{2}) - l(l+1) =$$

$$= l^2 + 2l + \frac{3}{4} - l^2 - l = l + \frac{3}{4}$$

$$(l - \frac{1}{2})(l + \frac{1}{2}) = l^2 + \frac{1}{4} - l^2 - l - \frac{3}{4}$$

$$\langle \hat{\vec{l}} \cdot \hat{\vec{s}} \rangle = \frac{1}{2} \hbar^2 (j(j+1) - l(l+1) - S(S+1)) = \begin{cases} \frac{\hbar^2}{2} l & j = l + \frac{1}{2} \\ \frac{\hbar^2}{2} (-l-1) & j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$j = \ell + \frac{1}{2} \quad \langle V_{es} \rangle \propto -\frac{\ell}{z}$$

$$j = \ell - \frac{1}{2} \quad \langle V_{es} \rangle \propto \frac{\ell}{z} + \frac{1}{2}$$

Po energiji:

	1 f $\frac{7}{2}$
1	d $\frac{3}{2}$
2	s $\frac{1}{2}$
1	d $\frac{5}{2}$
8	p $\frac{1}{2}$
2	p $\frac{3}{2}$
2	s $\frac{1}{2}$

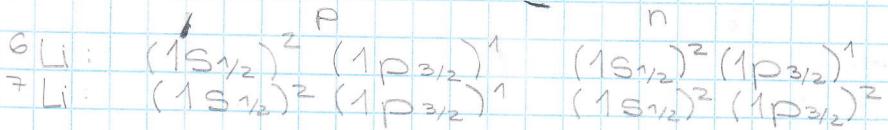
Število stanj

$$\boxed{j = \ell + \frac{1}{2} \quad 2\ell + 2}$$

$$j = \ell - \frac{1}{2} \quad 2\ell$$

Te ljudine se polnijo ločeno za protone in neutrone

Primeri:



Pari protonov in pari neutrонov v istem stanju se sklopijo v skupno uravnovesno količinu.

Spin: če sodobno št. protonov in lihko število neutrónov  
 $\Rightarrow$  neutrón z največjo energijo določa spin

Parnost:  $P = (-1)^{\ell}$

opisuje, kako se valovna funkcija spremeni pri obratu protona.

$$P: \vec{r} \rightarrow -\vec{r}$$

$$P\Psi = \begin{cases} \Psi & \Psi \text{ ima pozitivno parnost,} \\ -\Psi & \Psi \text{ ima negativno parnost,} \end{cases}$$

soda-lina in lino-soda jedra: J določen z zadnjim lihkim nukleonom

primer  ${}^{17}\text{O}_8$  9. neutrón v stanju  $1d_{5/2}$   $J = \frac{5}{2}$

$$\Psi_{9,n} = R(r) Y_{\ell,m}(\theta, \phi)$$

$$\hat{P} \Psi_{9,n} = R(r) \hat{P} Y_{\ell,m}(\theta, \phi) = R(r) \cdot \Psi_{\ell,m}(-\theta, -\phi) = R(r) (-1)^{\ell} \Psi_{\ell,m}(\theta, \phi)$$

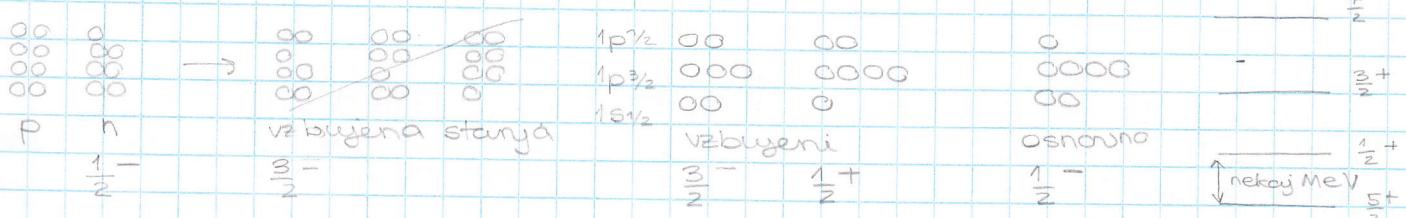
$$P = (-1)^{\ell} \quad J^P = \frac{5}{2}^+$$

## Vzbujena stanja jader

Nukleom preskoči na višji (prazen) nivo  $\rightarrow$  enonukleomska  
 Vzbujena stanje M. št. n in M. št. p + 1 nukleom

primer:  ${}^{17}\text{O}_8$  8p 8n + 1n ostančna stanje  $J^P = \frac{5}{2}^+$  preskočil na nivo  
 $\downarrow 2s_{1/2}, 1d_{3/2}, 1f_{7/2} \dots$

primer:  ${}^{17}\text{O}_7$  8p, 7n (8-1)



## Rotacijska vzbujena stanja

Možna samo v primeru jader, ki niso sfenčno simetrično → daleč od magičnih števil



M. število

daleč od M. števil

$$W = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}$$

I... vztrajnostni moment okoli osi rotacije

$^{226}\text{Ra}$	$\uparrow$	$0,416\text{ MeV}$	$6^+$	$42$	
		$\Delta E_3$			
		$0,240\text{ MeV}$	$4^+$	$20$	
		$\Delta E_2$			
		$0,068\text{ MeV}$	$2^+$	$6$	
		$\Delta E_1$			
			$0^+$	$0$	
			$J^P$	$J(J+1)$	

Izmerjene:

$$\frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} = 3,1$$

$$\frac{\Delta E_3}{\Delta E_1} = 6,2$$

$$\frac{20}{6} = 3,3$$

$$\frac{42}{6} = 7$$

## Vibracijska vzbujena stanja ekvidistantna v energiji

$^{102}\text{Ru}$	$4^+$	$1,03\text{ MeV}$
		$0,48\text{ MeV}$
	$2^+$	
		$0^+$

jedra blizu magičnih števil

Kolektivna vzbujena stanja:  
sodelujejo tudi nuklearni v sredici

npr. dipolna veleresonanca  $\sim 20\text{ MeV}$ .

## RAZPADI JEDER

### Razpad $\gamma$

$$X^* \rightarrow X \gamma$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\omega_{12}^2 k \vec{p}_{e12} \gamma l^2}{3\pi \epsilon_0 c^3 \hbar}$$

v atomski fiziki:

$$E \sim 10\text{ eV}$$

$$\tau \sim 10^{-9}\text{ s}$$

$$d \sim 0,05\text{ nm} = 5 \cdot 10^{-15}\text{ m}$$

v jedrski fiziki:

$$E \sim 1\text{ MeV}$$

$$d \sim 5\text{ fm}$$

$$\frac{1}{T_A} \sim E_A^3 d_A^2$$

$$T \sim 10^{-9}\text{ s} \left( \frac{10\text{ eV}}{10^6\text{ eV}} \right)^3 \left( \frac{5 \cdot 10^{-15}\text{ m}}{5\text{ fm}} \right)^2 = 10^{-16}\text{ s}$$

$$\tau_J = T_A \left( \frac{E_A}{E_J} \right)^3 \left( \frac{d_A}{d_J} \right)^2$$

$$\Psi_J(\vec{r}) \rightarrow \Psi_{J'}(\vec{r})$$

$$\vec{p}_{e12} = \int \Psi_{J'}^*(\vec{r}) \cdot \vec{e} \vec{r} \Psi_J(\vec{r}) d^3r$$

Izbirna pravila:

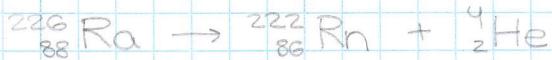
valorne funkcije lastnih stanje so vedno sode ali lrene

①  $P \rightarrow -P$  (parnosti se mora spremeniti)

$$\textcircled{2} \quad J' - J = \pm 1, 0 \quad (\text{če } J=0, \text{ potem } \Delta J \text{ ne more biti } 0) \\ J' = J + \pm 1$$

Če  $\vec{p}_{\alpha} = 0$ , potem duspni prehodni možen, sa pomožni višji električni prehodi (kvadrupolni itd.).

### Razpad $\alpha$



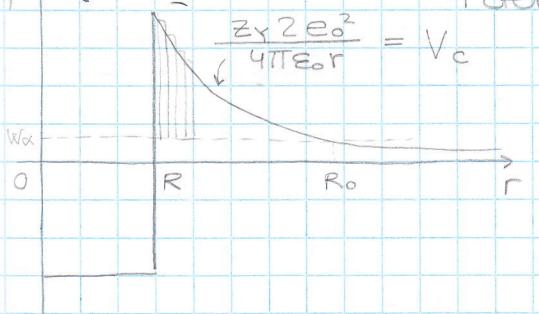
$$(M_{Ra} - M_{Rn} - M_{He})c^2 = 4,87 \text{ MeV} \quad (\text{mogmo u primjeru z } M_x)$$

$$\Delta E = M_x c^2 - M_y c^2 - M_\alpha c^2$$

nerelativistično:  $\Delta E = \frac{1}{2} M_Y V_Y^2 + \frac{1}{2} M_\alpha V_\alpha^2$   
 $M_Y V_Y = - M_\alpha V_\alpha$

$$W_k(\alpha) = \frac{1}{2} m_\alpha V_\alpha^2 = \frac{\Delta E}{1 + \frac{m_\alpha}{M_Y}} \sim \Delta E$$

Potencial, kigačuti delec  $\alpha$ .

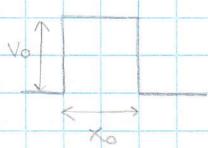


$$V_c = C \frac{2(z-2)}{r}$$

$$C = \frac{e_0^2}{4 \pi \epsilon_0} = 1,44 \text{ MeV fm}$$

$$R = 9,9 \text{ fm} \quad V_c(R) = \frac{1,44 \text{ MeV fm} \cdot 2 \cdot 222}{9,9 \text{ fm}} \sim 65 \text{ MeV} \Rightarrow W_k(\alpha)$$

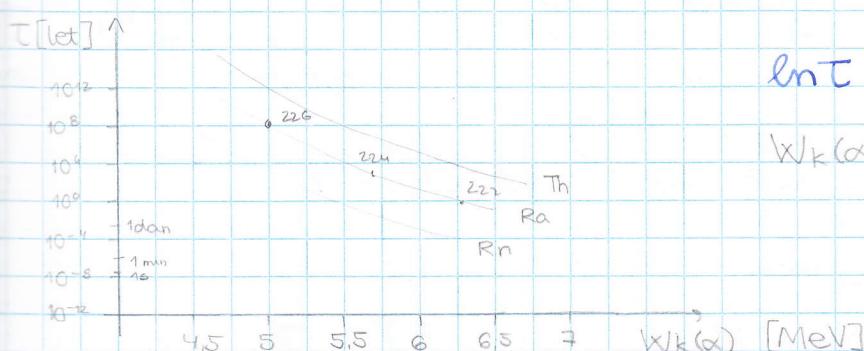
Da pride do razpada mora delec  $\alpha$  iztunelirati!



$$T = \frac{1}{1 + \frac{1}{16} \left( \frac{K}{k} + \frac{k}{K} \right)^2 (e^{Kx_0} - e^{-Kx_0})^2}$$

$$K = \sqrt{2m W_k} \frac{1}{\hbar} \quad K = \sqrt{2m (V_0 - W_k)} \frac{1}{\hbar}$$

$$T = \prod_i T_i \quad (\text{razrežemo na tanki plasti, skupna prepustnost je zmnožek})$$



$$\ln T = \frac{a}{\sqrt{W_k}} + b$$

$$W_k(\alpha): 4 \text{ MeV} - 8 \text{ MeV}$$

manj tako  
velik cas da  
stabilna jedra

več: nestabilna  
jedra

$$V_c(R_0) = W_k = \frac{(z-2)2e_0^2}{4\pi e_0 R_0}$$

$$R_0 = \frac{(z-2)2e_0^2}{4\pi e_0 W_k} = C \frac{(z-2)2}{W_k}$$

v našem pohrnu:  $R_0 = 52$  fm

$$T_i = \frac{1}{1 + \frac{1}{16} \left( \frac{K}{R} + \frac{K^2}{R^2} \right) (e^{-K\bar{r}} - e^{K\bar{r}})^2} = B e^{-2K\bar{r}}$$

zanemammo  
zanemammo  
tačen

$$T = T_i T_0 \quad \ln T = \sum_i \ln T_i = B' - 2 \sum_i K_i \Delta r$$

$$\ln T = B' - \int_R^{R_0} K_i(r) dr / 2$$

$$\ln T = B' - 2 \int_R^{R_0} \frac{1}{\pi} \sqrt{2m(V_c(r) - W_k)} dr$$

$$V_c(r) - W_k = W_k \left( \frac{V_c(r)}{W_k} - 1 \right) \quad \frac{V_c(r)}{W_k} = \frac{1}{u} = \frac{C(z-2)2}{W_k} \frac{1}{r} = \frac{R_0}{r}$$

$$\ln T = B' - \frac{2}{\pi} \int_R^{R_0} \sqrt{2mW_k} \int_1^{\frac{R_0}{r}} \sqrt{\frac{R_0}{r} - 1} dr \quad du = \frac{1}{R_0} dr$$

$$\ln T = B' - \frac{2}{\pi} \int_R^{R_0} \sqrt{2mW_k} R_0 \int_{\frac{1}{R_0}}^{\frac{1}{u}} \sqrt{\frac{1}{u} - 1} du$$

$$\int_{\frac{1}{R_0}}^1 \sqrt{\frac{1}{u} - 1} du = \int_0^1 \sqrt{u-1} du - \int_0^{\frac{1}{R_0}} \sqrt{\frac{1}{u} + 1} du$$

$$u = \sin^2 \varphi \quad \int_0^1 \sqrt{u-1} du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin \varphi \cos \varphi d\varphi \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \varphi} - 1} = \\ du = 2 \sin \varphi \cos \varphi d\varphi \quad = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} d\varphi = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi d\varphi = 2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1}{u} + 1} du \approx \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{u}} du = 2 \sqrt{\frac{R}{R_0}}$$

$$\ln T = B' - \frac{2}{\pi} \sqrt{2mW_k} R_0 \left( \frac{\pi}{2} - 2 \sqrt{\frac{R}{R_0}} \right) =$$

$$= B' - \frac{2}{\pi} \sqrt{2mW_k} C \frac{(z-2)2}{W_k} \left( \frac{\pi}{2} - 2 \sqrt{\frac{W_k \cdot R}{C(z-2)^2}} \right)$$

$$= B' + \frac{2}{\pi} \sqrt{2m} \frac{1}{W_k} (z-2) \cdot 2 \cdot C \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi} \sqrt{2m} C (z-2) \cdot 2 \cdot 2 \sqrt{\frac{R}{C(z-2)^2}}$$

$$\ln T = B'' - \frac{\pi}{h} 2(z-2) \cdot C \sqrt{\frac{2m}{W_k}} = B''$$

$$\frac{1}{T} = T \cdot (\text{četvilo postupno na s})$$

$$\rightarrow \left( \frac{2R}{V_\alpha} \right)^{-1} \quad V_\alpha = \sqrt{\frac{2W_k}{m}}$$

četviga postupno od energije do drugega konca

$$T = T^{-1} \cdot \frac{2R}{\sqrt{2W_k m}}$$

$$\ln T = -\ln T + \ln \frac{2R \sqrt{m}}{\sqrt{2W_k}} = -B'' + \frac{(z-2)e_0^2}{2\varepsilon_0 h} \sqrt{\frac{2m}{W_k}} + \ln \frac{2R \sqrt{m}}{\sqrt{2W_k}} \stackrel{\text{zanemammo rednične}}{=} \frac{a}{W_k} + b$$

Pri  $A=140$  so energijsko možni razpadi, vendar jih opazimo šele nad 206, ko so  $W_k$  reda velikosti 4 MeV, dovolj velike, da razpadi niso zelo do daleč.

Tipične vrednosti  $a \approx 340$  (MeV) $^{1/2}$   
 $b \approx$

# Spontani razcep

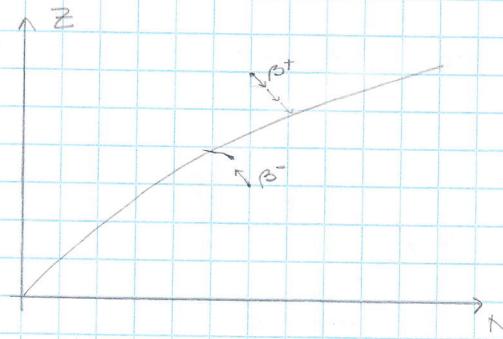
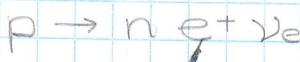
nastaneta 2 približno enako veliki jedri

## Razpad $\beta$

$\beta^-$ :



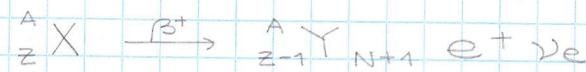
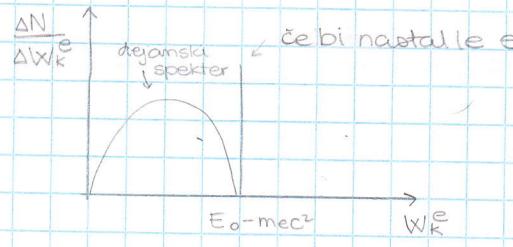
$\beta^+$ :



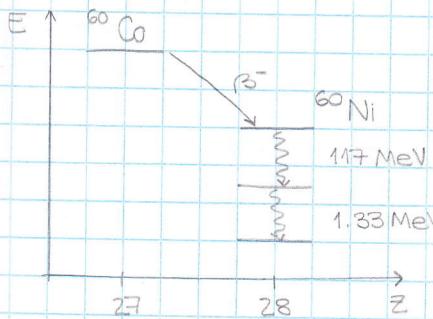
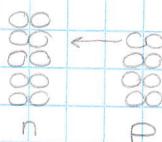
$$m_e = 0,511 \text{ MeV/c}^2$$

$$m_\nu \ll m_e$$

Pri razpadu se sprosti energija  $E_0$ .



Novonastalo jedro je pogosto u uzbujenem stanju.



To se uporablja za obsevanje raka,  
(visokoenergijski γ žarki).



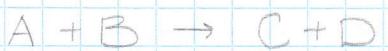
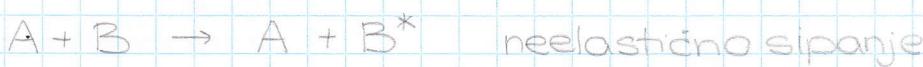
(nastane iz  ${}^{14}\text{N}$  v atmosferi z kozmičnimi delci)

Uporablja se za določanje starosti arheoloških najdb.

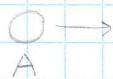
# JEDRSKE REAKCIJE



primer:  $\alpha + \text{Au} \rightarrow \alpha + \text{Au}$



PROJEKTIL



TARČA



Sipalni presek: merilo za verjetnost da reakcija poteče

$$G \quad [\text{m}^2]$$

$$N_x = \frac{N_i}{S} N_i G$$

št. reakcij  $\Rightarrow$  ploskovna gostota jader B v tarči  $\cdot$  št. projektilov  $\cdot$  G

Diferencialni sipalni presek:

$$\frac{dG}{d\Omega} (\theta)$$

$$\Delta N_x = \frac{N_i}{S} N_i \frac{dG}{d\Omega} (\theta) \Delta \Omega$$

Tipična velikost sipalnega preseka v jedrski fiziki:

$$10 \text{ fm} \cdot 10 \text{ fm} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

$= 1 \text{ b}$  (barn)

Primer:  ${}^2\text{H} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + n \quad (+ 17,6 \text{ MeV})$

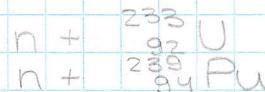


$$\bar{N} = 25$$

termični neutron:  $(\bar{v}_k = \frac{3}{2} k_B T)$

za potek reakcije je dovolj dokaj nizka energija neutriona.

Podebnii reakciji:



## Fisijski reaktor



Wv

A

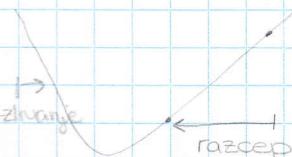
Naravni uran:

G = 550 b (z termičnimi neutroni)  
(zelo veliko!)

-74

G = 5 b za T  $\sim 1 \text{ MeV}$

-84



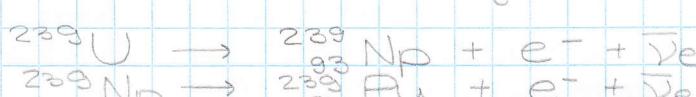
235 U:	0,72%
238 U:	99,27%
234 U:	0,01%



↑ sodo-sodo

T  $\sim 1 \text{ MeV}$

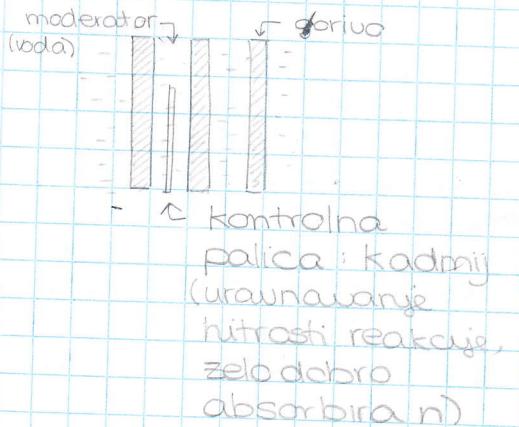
G = 1000 b  
(še več!)



↑ uporaben za fisijo

$\Rightarrow$  Verjetnost, da se reakcija takoj konča je zelo velika.  
Kako to spremenimo?

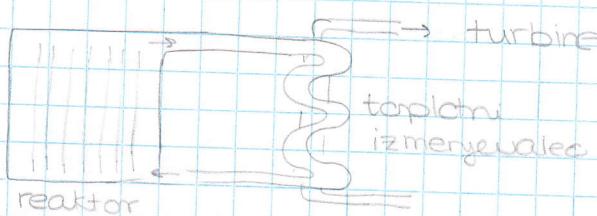
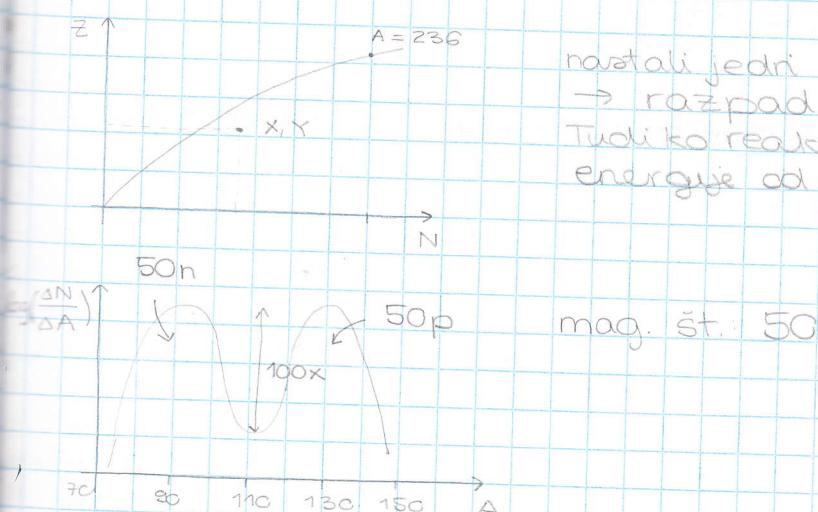
1. obogatanje urana  $^{235}\text{U}$ : 0,72%  $\rightarrow$  3%
  2. upočasniti neutrone (=termalizirati)
    - $\rightarrow$  trki na lahkih jedrih (da prevaramejo več kinetične energije)
    - trki brez absorpcije
- snov: MODERATOR
- voda
  - težka voda ( $^{2}\text{H}$ )
  - grafit



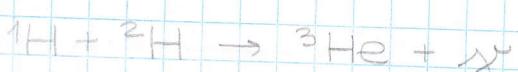
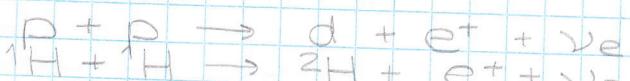
BILANCA:

$$\begin{aligned}
 & 100 \text{ termičnih n} \\
 \rightarrow & 250 \text{ hitrih n} \\
 & \underline{6 \text{ od tega sproži razcep}} \\
 & 259 \text{ hitrih n} \\
 & 13 \text{ od tega vide iz reaktorja} \\
 & 50 \text{ se jih absorbira u } ^{238}\text{U} \\
 & 196 \text{ termaliziranih n} \\
 & 10 \text{ vide} \\
 & 30 \text{ absorbira} \\
 & 50 \text{ ne povzroči razcepa} \\
 & 100 \text{ termičnih n}
 \end{aligned}$$

nastali jedri X, Y imata preveč neutrionov  
 $\rightarrow$  razpad  $\beta^-$   
 Tuoli ko reaktor ugasnejo se sprošča del energije od razpadov  $\beta$ , približno 1% moči.



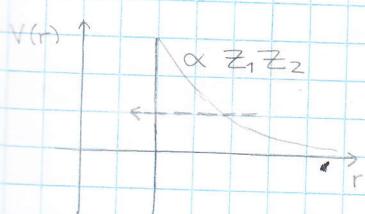
## Fuzija (zlijanje)



$$\Delta E = 0,42 \text{ MeV}$$

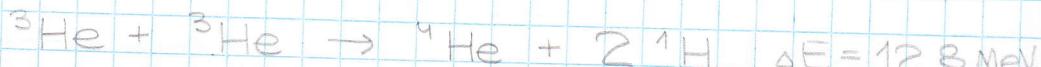
$$\Delta E = 5,5 \text{ MeV}$$

z zlijanjem nastajajo elementi do Fe  
 $\downarrow$   
 naprej:  
 eksplozija supernove

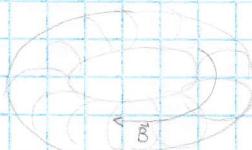


$$T \sim 10^8 \text{ K}$$

do so Wk take, da je verjetnost za reakcijo zadostna



# ITER tokamak



Težave:  
poročala zr plin/plazmo  
segret na  $10^8$  K  
zadostna gostota plina



Fizik:

- a) E, B
- b) laserji

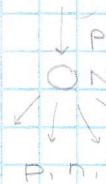
prenese energijo ven iz plazme

## OSNOVNI DELCI

30. leta: p, n,  $e^\pm$ ,  $\nu_e$  vir: radioaktivni razpadci

kozmični delci:

(detektirati na velikih  
nadmorskih višinah)



zaznava s fotografsko emulzijo, film

odkritoje delcev:

$$\begin{array}{lll} \text{mion} & \mu^\pm \rightarrow e^\pm + X & m_\mu = 104 \text{ MeV}/c^2 \\ \text{plon} & \pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + X & m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2 \end{array}$$

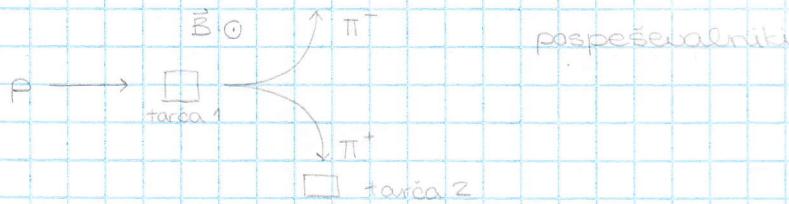
Narava  $\mu$  in  $\pi$  je različna, ker različno interagira s snemjo, muon šteje interagira

Nastanek  $\pi$ :

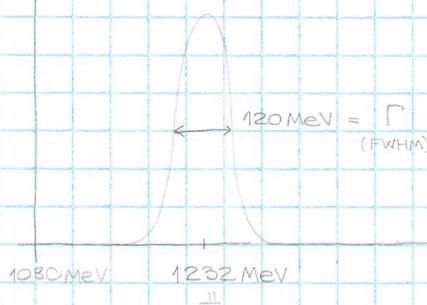
$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^- \\ p + p &\rightarrow p + n + \pi^+ \\ p + p &\rightarrow p + p + \pi^0 \end{aligned}$$

Ugotovitve:

- 1)  $\sum p_n = \text{konst}$   $\rightarrow$  št. pionov skupaj se ohranja
- 2) št. nastalih pionov je poljubno  $\rightarrow$  št.  $\pi$  se ne ohranja
- 3) ohranja se naboj



$G(Mc^2) \uparrow$



$$(Mc^2)^2 = E^2 - \vec{p}^2 c^2$$

invariantna masa

$$(Mc^2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2$$

Pred trkom:

$$p_p = 0 \quad p_\pi = p_0$$

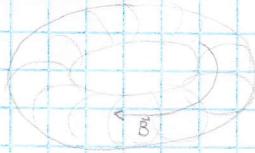
$$E_p = m_p c^2 \quad E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 c^4 + p_0^2 c^2}$$

$$\begin{aligned} (Mc^2)^2 &= (E_\pi + E_p)^2 + p_0^2 c^2 = \\ &= m_\pi^2 c^4 + p_0^2 c^2 + 2 \sqrt{m_\pi^2 c^4 + p_0^2 c^2} m_p c^2 \\ &\quad + m_p^2 c^4 - p_0^2 c^2 \end{aligned}$$

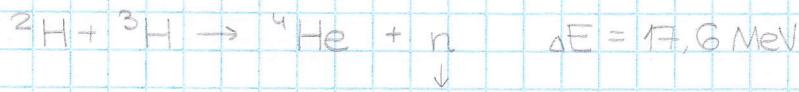
$$Mc^2 = f(p)$$

$$(Mc^2)_{\min} = (m_p + m_\pi) c^2 = 1080 \text{ MeV}$$

# ITER tokamak



Težave:  
poroda za plin/plazmo  
segret na  $10^8 \text{ K}$   
zadostna gostota plina



Fizig:

- a)  $E, B$
- b) laserji

prenese energijo ven iz plazme

## OSNOVNI DELCI

30. leta:  $p, n, e^\pm, \nu_e$  vir: radioaktivni razpad

kozmični delci:  
(detektorji na velikih  
nadmorskih visinah)



ognjava s fotografsko emulzijo, film

odkrite delcev:

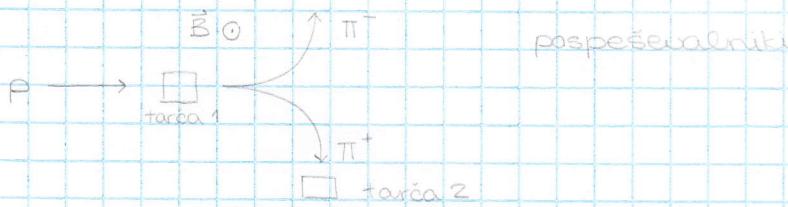
$$\begin{array}{lll} \text{mion} & \mu^\pm \rightarrow e^\pm + X & m_\mu = 104 \text{ MeV}/c^2 \\ \text{plan} & \pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + X & m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2 \end{array}$$

Narava  $\mu$  in  $\pi$  je različna, ker različno interagira s snovjo, muon šteje interagira.

Nastanek  $\pi$ :

$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^- \\ p + p &\rightarrow p + n + \pi^+ \\ p + p &\rightarrow p + D + \pi^0 \end{aligned}$$

- Ugotovitve:
- 1)  $\sum p_i = \text{konst} \rightarrow \text{št. pinn stupaj se ohranja}$
  - 2) št. nastalih promenj je poljubno  $\rightarrow$  št.  $\pi$  se ne ohranja
  - 3) ohranja se naboj



$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$$

$$G(Mc^2) \uparrow$$

$$(Mc^2)^2 = E^2 - \vec{p}^2 c^2$$

invariantna masa

$$(Mc^2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2$$

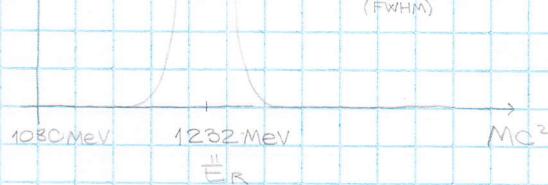
Pred trkom:

$$\begin{aligned} p_p &= 0 & p_\pi &= p_0 \\ E_p &= m_p c^2 & E_\pi &= \sqrt{m_\pi^2 c^4 + p_0^2 c^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (Mc^2)^2 &= (E_\pi + E_p)^2 - p_0^2 c^2 = \\ &= m_\pi^2 c^4 + p_0^2 c^2 + 2 \sqrt{m_\pi^2 c^4 + p_0^2 c^2} m_p c^2 \\ &+ m_p^2 c^4 - p_0^2 c^2 \end{aligned}$$

$$Mc^2 = f(p_0)$$

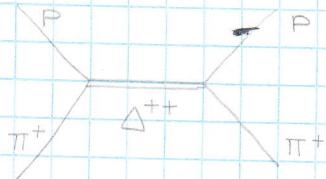
$$(Mc^2)_{\min} = (m_p + m_\pi) c^2 = 1080 \text{ MeV}$$



# Brett - Wicknerjeva formula

$$\tilde{G} = \frac{G_0}{(E - E_R)^2 + \frac{r^2}{4}} \quad \Gamma_{\text{širina na polovični višini}}$$

Analogija z resonanco. Resonanca = kratkoživi delec.



$$\Gamma = \frac{\hbar}{T} \quad \text{ker } \Delta E \Delta t = \hbar$$

$$T = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{200 \text{ MeV fm}}{120 \text{ MeV} \cdot 3 \cdot 10^{23}} \sim 0.6 \cdot 10^{-23} \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \pi^- p &\rightarrow \pi^+ p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^0 n \end{aligned} \quad \Delta^0 \text{ resonanca, enak } G(\text{MeV})$$

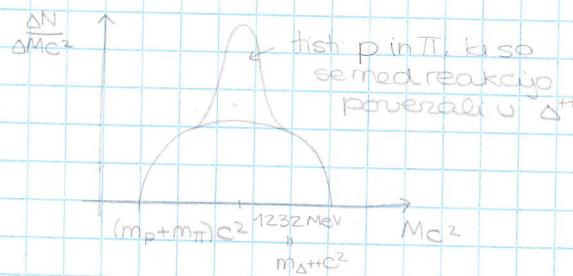
podobno še  $\Delta^+, \Delta^-$  (na neutrino)

4 resonance z isto energijo/maso  $E_R$  in širino  $\Gamma$ :  
 $\Delta^{++}, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^-$

Druž način tvorbe resonanc.

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^-$$

$$(Mc^2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 + p_2)^2 c^2$$



$$\begin{aligned} p, n \\ \pi^+, \pi^0, \pi^- \\ \Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S = \frac{1}{2} & \quad m = \pm \frac{1}{2} \\ S = 1 & \quad m = -1, 0, 1 \\ S = \frac{3}{2} & \quad m = -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \end{aligned}$$

## izospin I

$$\begin{aligned} |p\rangle &= |I= \frac{1}{2}, I_3 = \frac{1}{2}\rangle \\ |n\rangle &= |I= \frac{1}{2}, I_3 = -\frac{1}{2}\rangle \\ |\pi^+\rangle &= |I= 1, I_3 = +1\rangle \\ |\Delta^{++}\rangle &= |I= \frac{3}{2}, I_3 = +\frac{3}{2}\rangle \\ |\Delta^+\rangle &= |I= \frac{3}{2}, I_3 = +\frac{1}{2}\rangle \end{aligned}$$

$$G(\pi^- p \rightarrow \pi^- p)$$

$$G(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) \quad \text{lahko napolnimo na podlagi izospina}$$

# Čudni delci

$$p + p \rightarrow p + p + K^+ + K^- \quad m_K = 500 \text{ MeV}/c^2$$

$$p + p \not\rightarrow p + n + K^+ \quad \text{Toreakcija ne poteče!}$$

Kačni lahko nastanejo samo v parih.

$$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

močna interakcija

šibka interakcija

$$N_{K^+} - N_{K^-} = \text{konst}$$

$$N_{K^+} - N_{K^-} \neq \text{konst}$$

(navzvenek)

(razpad)

čudnosten S

$$S(K^+) = +1$$

$$S(K^-) = -1$$

$$S(K^0) = +1$$

$$S(\bar{K}^0) = -1$$

S je kvantno število, ki se ohranja pri močni interakciji in ne ohranja pri šibki interakciji

Na tej točki so osnovni delci:

LEPTONI  
 $e^\pm, \mu^\pm, \nu_e, \nu_\mu$

HADRONI

BARIJONI  $g_{gg}$   
 $p, n, \Delta$   
# se ohranja

MEZONI  $g_g$

$\pi, K$

# se ne ohranja

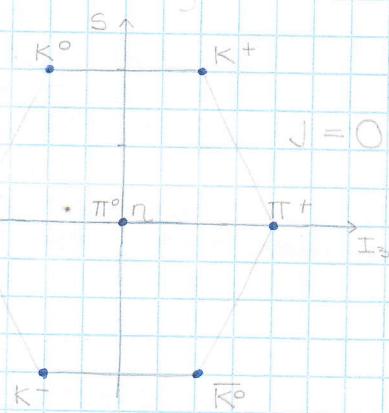
## MEZONI

$$\begin{array}{lll} \pi: & I = 1 & I_3 = -1, 0, 1 \\ K: & I = \frac{1}{2} & I_3 = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \end{array} \quad S = 0 \quad S = \pm 1$$

$$n: \quad I = 0, \quad S = 0$$

$$J = 0 \quad (\text{spin})$$

osem mezonov:  
oktet

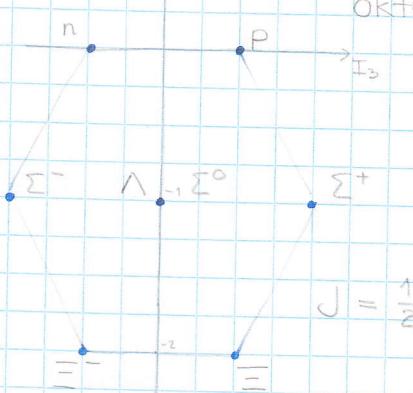


## BARIJONI

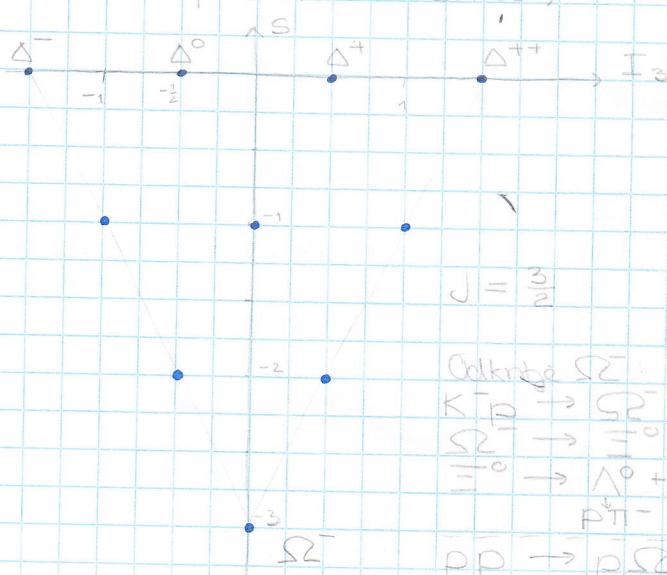
s ↑

$$n \ p \quad I = \frac{1}{2} \quad I_3 = \pm \frac{1}{2} \quad S = 0$$

oktet



dekuplet (desetenica)



$$\Delta: \quad I_3 = \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}$$

Odkrite  $\Sigma^-$ :

$$K^- p \rightarrow \Sigma^- K^0 K^+$$

$$\Sigma^- \rightarrow \Xi^0 \pi^- \quad \text{oblikovanje} \quad s = -$$

$$\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$$

$$P\bar{P} \rightarrow p \Sigma^- \bar{K}^+ \bar{K}^+ K^0 \quad s = 0$$

$$p \bar{P} \rightarrow p \Sigma^- \bar{K}^+ \bar{K}^+ K^0 \quad (\text{tega je bilo težko zaznati})$$

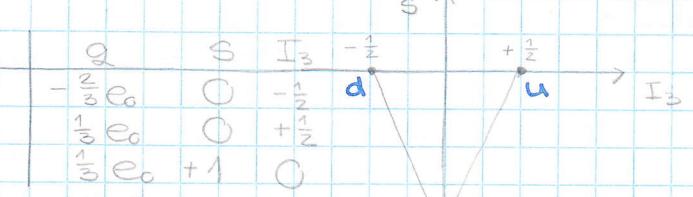
# KVARKI

Gell-Mann

mezon  
barioni

	e	s	$I_3$
u	$\frac{2}{3}e_0$	0	$+\frac{1}{2}$
d	$-\frac{1}{3}e_0$	0	$-\frac{1}{2}$
s	$-\frac{1}{3}e_0$	-1	0

spin =  $\frac{1}{2}$



p: uud

$$Q = 2 \cdot \frac{2}{3}e_0 - \frac{1}{3}e_0 = e_0$$

$$I_3 = +\frac{1}{2}$$

$$S = 0$$

n: udd

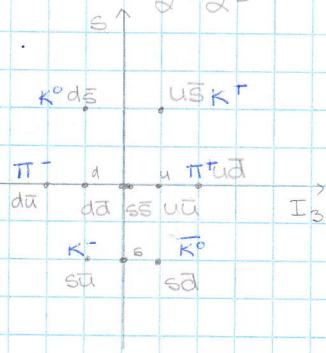
$$Q = \frac{2}{3}e_0 - 2 \cdot \frac{1}{3}e_0 = 0$$

$$I_3 = -\frac{1}{2}$$

$$S = 0$$

$\pi^+$ : ud

mezoni:  $g_1 \bar{g}_2$



$3 \cdot 3 = 9$  različnih kombinacij

V sredini so 3 različna stanja; lineame  $d\bar{d}$ ,  $u\bar{u}$ ,  $s\bar{s}$  kombinacije teh treh stanj.

$$|\eta'\rangle = |u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\rangle$$

singlet

Iz kombinacij  $g_1 \bar{g}_2$  dobimo singlet in oktet, skupaj 9 stanj.

Prehodi med stanji:

$$|S = \frac{1}{2}, S_3 = -\frac{1}{2}\rangle \rightarrow |S = \frac{1}{2}, S_3 = +\frac{1}{2}\rangle$$

Med vsemi stanji utej tabelici lahko prehajamo z nekimi spremembami/zamenjavami kvarkov:

$$K^0 \xrightarrow{d \rightarrow u} K^+$$

$$\pi^- \xrightarrow{d \rightarrow s} K^-$$

7) je potreben, ker ne glede na to kako menjamo kvarke ostane enak.

V sredini okteta dva delci, ki sta ortogonalni na  $|\eta'\rangle$ .

$$|u\bar{u}\rangle = |1\rangle \quad |\eta'\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|1\rangle + |2\rangle + |3\rangle)$$

$$|d\bar{d}\rangle = |2\rangle$$

$$|s\bar{s}\rangle = |3\rangle$$

Vemo da mora biti v sredini  $\pi^0$ , za katerega pričakujemo, da nima s

$$|\pi^0\rangle = A(|1\rangle + a|2\rangle)$$

$$|\eta'\rangle = B(|1\rangle + b|2\rangle + c|3\rangle)$$

## Ortogonalnost:

$$K\eta' |\Pi^0\rangle = 0$$

$$K\eta' |\eta'\rangle = 0$$

$$K\eta' |\pi^0\rangle = 0$$

$$\frac{A}{\sqrt{3}} (\langle 1| + \langle 2| + \langle 3|)(|1\rangle + a|2\rangle) = 0$$

$$\frac{A}{\sqrt{3}} (\langle 1|1\rangle + a\langle 1|2\rangle + \langle 2|1\rangle + a\langle 2|2\rangle + \langle 3|1\rangle + a\langle 3|2\rangle) = 0$$

$$\frac{A}{\sqrt{3}} (1 + a) = 0$$

$$\underline{a = -1}$$

$$|\Pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |2\rangle)$$

$$\frac{B}{\sqrt{3}} (\langle 1| + \langle 2| + \langle 3|)(|1\rangle + b|2\rangle + c|3\rangle) = 0$$

$$\frac{B}{\sqrt{3}} (1 + b + c) = 0$$

$$1 + b + c = 0$$

$$\underline{c = -2}$$

$$AB (\langle 1| - \langle 2|)(|1\rangle + b|2\rangle + c|3\rangle) = 0$$

$$1 - b = 0$$

$$\underline{b = 1}$$

$$|\eta\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (|1\rangle + |2\rangle - 2|3\rangle)$$

$$|\Pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} - d\bar{d}\rangle \quad |\eta\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} |u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\rangle$$

## SPIN

2 delca s spinom  $\frac{1}{2}$ :

$$\begin{array}{lll} J=1: & |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle & J_3 = 1 \\ \uparrow & |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle & J_3 = -1 \\ \text{simetrične} & |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle & |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle \quad J_3 = 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle) \quad J=1 \quad J_3=0$$

$$J=0 \quad |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle \quad |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle \quad J_3=0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle) \quad J=0 \quad J_3=0$$

$\uparrow$   
antsimetrično na zamenjavo 1. in 2. delca

Iz kombinacij  $g_1 g_2 g_3$  dobimo 27 kombinacij:  $10 + 8 + 8 + 1$

Iškanje kvarkov: ali zares obstajajo?

① Inačica Millikanovega poskusa: niso našli kvarkov s  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$  e.m.

② Podrobnejši pogled u proton

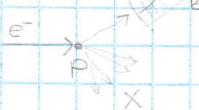
- Globoko neelastično sisanje  $e^-$  na p

elastično sisanje  $e^- p \rightarrow p e^-$

neelastično sisanje  $e^- p \rightarrow e^- \Delta^+ \rightarrow p^- p \Pi^0$

$e^- p \rightarrow e^- X$  globoko neelastično sisanje

$\uparrow$  veliko št. delcev ki nastanejo



izmenje gibalno

količina sisanega elektrona  
in smer.

- smer  $\vec{q}$   $e^-$

- gibalna količina  $e^-$

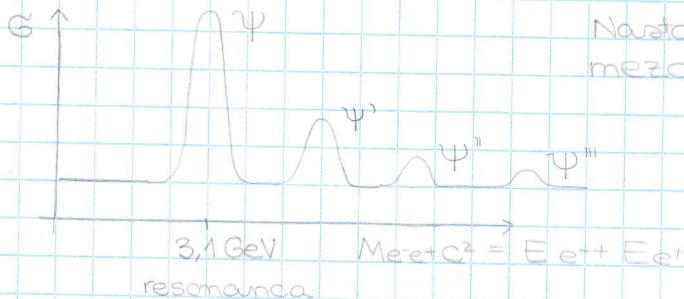
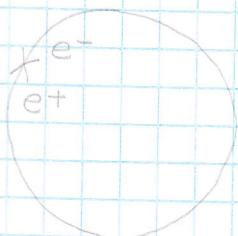
V režimu globokega sisanja se  $e^-$  sipi, kot bi se sopal na točkastih delcih?

V režimu elastičnega sisanja se  $e^-$  sipi, kot na prostoru porazdeljenem naboji (glej: porazdelitev nabojov v protomu).

Prstnih kvarkov ni!

## odkritje kuarkov c

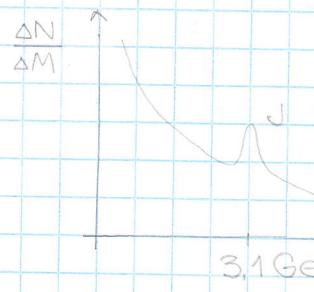
SLAC SPEAR B. Richter



Nastali delec mora bit mezon, ker nastane iz  $e^-e^+$ .

$\Psi'$ ,  $\Psi''$ , ... so radialna uzbujena stanja  $c\bar{c}$ .

BNL S. Ting



Resonanca je ozka  $\rightarrow$  ni neko visoko uzbujeno stanje že poznanih kuarkov.

C charm, čarobni kuark

$$m_c \approx \frac{1}{2} m_{J/\psi}$$

resonanca je  $c\bar{c}$   $J/\psi$

$$m_c \approx 1.5 \text{ GeV}/c^2$$

mezoni D:

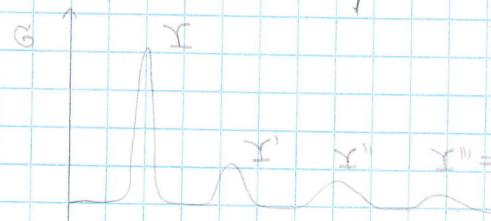
$$\begin{array}{ll} D^+ = c\bar{d} & D^- = \bar{c}d \\ D^0 = c\bar{u} & D^0 = \bar{c}u \\ D_s^+ = c\bar{s} & D_s^- = \bar{c}s \end{array}$$

## Težki kuarki

1974 odkritje kuarka C

1977 odkritje kuarka b

## odkritje kuarkov b



$$\begin{aligned} Y &= Y(1S) \\ Y' &= Y(2S) \\ Y'' &= Y(3S) \\ Y''' &= Y(4S) \end{aligned}$$

$$M/c^2 = E_{e+} + E_{e-}$$

kuarki b:

$$g_b = -\frac{1}{3} g_0$$

$$m_b = 4.5 \text{ GeV}/c^2$$

$$Y = b\bar{b}$$



mezoni B:

$$\begin{array}{ll} B^+ = b\bar{u} & B^- = b\bar{u} \\ B^0 = b\bar{d} & \bar{B}^0 = b\bar{d} \end{array}$$

Tabela kvarkov  $\rightarrow$  pričakujemo še kvark t.

$\frac{2}{3} e_0:$	u	c	t	kvarkovski okusi
$-\frac{1}{3} e_0:$	d	s	b	

### odkritje kvarka t

Fermilab Tevatom

trikalnik  $p\bar{p}$  1TeV + 1TeV

1994 odkritje t

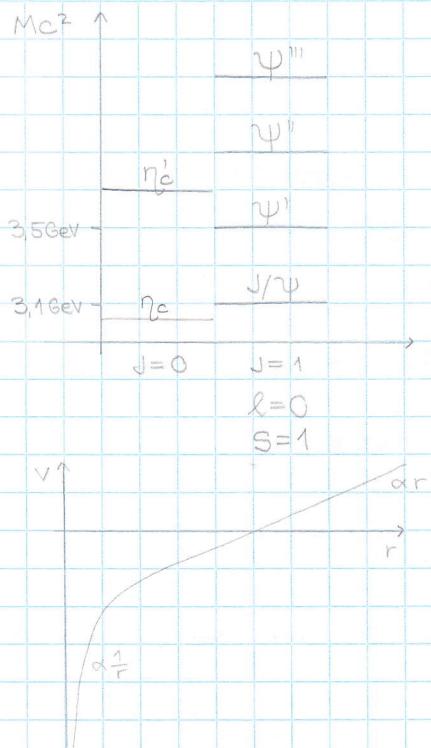
$$t \rightarrow b \mu^+ \nu_\mu \quad m_t = 174 \text{ GeV}/c^2$$

tarazpad so zaznali

$$p\bar{p} \rightarrow t\bar{t} X$$

vezana stanja ne obstaja, hkrat razpade

### Vezana stanja težkih kvarkov - kvarkoniji



Možni razpadi:

$$J/\psi \rightarrow \eta_c \gamma$$

$$\psi' \rightarrow \eta_c \gamma$$

Iz spektra stanj (energije vezanih stanj) sklepamo na obliko potenciala, ki vežle kvarke.

$$V(r) = -\frac{1}{r} \pi c \alpha s^{\frac{1}{3}} + kr$$

$\alpha_s$ ... konstanta močne sklopitve

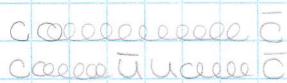
### močna interakcija

sila, ki drži kvarke v bariomih  
bistvena razlika od električnega potenciala:  
na velikih razdaljah je sila konstantna, energija  
pa linearno naravšča.  
to je razlog da prostih kvarkov ni!

nosilci močne interakcije gluoni, g



Če povečujemo razdaljo:



elektrostatski potencial

$$V(r) = -\frac{1}{r} \pi c \alpha$$

"naboj" močne interakcije: barva



Možna so samo "bela" stanja (barvno neutralna):

barvni del valovne funkcije

$$\text{MEZONI: } \frac{1}{3} (|GG\bar{G}\rangle + |BB\bar{B}\rangle + |RR\bar{R}\rangle)$$

$$\text{BARIONI: } \frac{1}{6} (|IRGB\rangle + |GBR\rangle + |BRG\rangle - |GRB\rangle - |RBG\rangle - |BGR\rangle)$$

Zakaj verjam da obstaja barva?

$$\Delta^{++} \quad \text{uuu} \quad \Psi_{\Delta^{++}} = \Psi(F) \Psi_{\text{SPIN}} \Psi_{\text{OKUS}} \quad \text{simetrična}$$

$$J_{\Delta^{++}} = \frac{3}{2} \quad \uparrow \quad \text{simetrična} \quad \uparrow \quad \text{simetrična}$$

$$J_u = \frac{1}{2} \quad J_3 = +\frac{3}{2} \quad |\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle = \Psi_{\text{SPIN}} \quad \text{simetrična}$$

Ker je  $\Delta^{++}$  fermion, mora biti njegova valovna funkcija antisimetrična.

$$\Psi_{\Delta^{++}} = \Psi(F) \Psi_{\text{SPIN}} \Psi_{\text{OKUS}} \Psi_{\text{BARVA}}$$

↑  
antisimetrična (glej barvni del valovne f za barične)

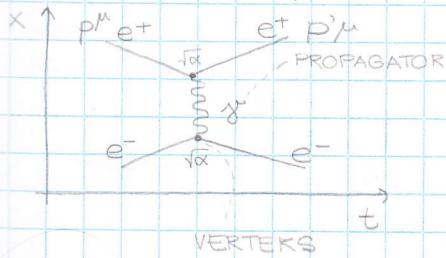
$$e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}$$

Če ne bi upoštevali barve bi bil  $G$  za ta proces 3-krat premajhen.

Verjetnost za proces

$$\Gamma, G \propto |M(i \rightarrow f)|^2 \quad M \dots \text{amplituda za prehod}$$

Feynmannovi diagrami: način izračuna  $M$



$$e^+ e^- \rightarrow e^+ e^-$$

elektromagnetna interakcija:  $\gamma$

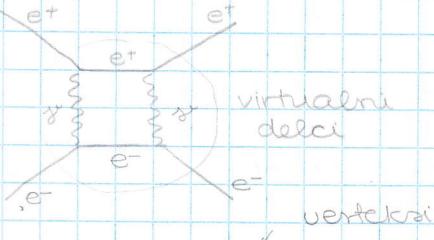
$\alpha$  ... sklopitvena konstanta e.m. interakcije

$$\text{propagator} \sim \frac{1}{q^2 - M^2 c^2}$$

$$q^\mu = p'^\mu - p^\mu \quad \text{masa nosilca interakcije}$$

$$\cdot (m_\gamma = 0)$$

$\gamma$  je virtualen foton! ( $p'^\mu$  pravega fotonja je 0, foton v diagramu pa prenosi  $p^\mu$ )



verteksi propagatorji

$$M \propto \sqrt{\alpha} \sqrt{\alpha} \frac{1}{q^2 - M^2 c^2} = \propto \frac{1}{q^2} \quad (\text{za prvi diagram})$$

$$M \propto (\sqrt{\alpha})^4 = \alpha^2 \quad \text{amplituda za drugi prehod je bistvena manjša}$$

Šibka interakcija pri kuarkih

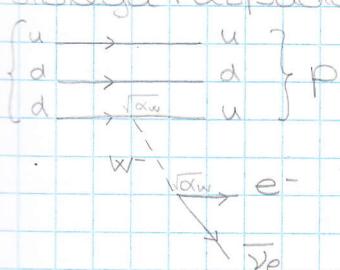
$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

nosilec šibke interakcije

$W^-$  šibki bozon

$$M_W c^2 = 93 \text{ GeV}$$

Feynmannov diagram  
šibkega razpada

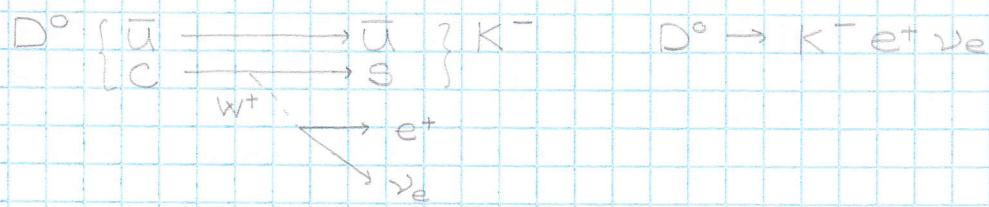


sklopitvena konstanta šibke interakcije

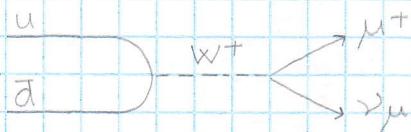
$$\alpha_W$$

$$M \propto (\sqrt{\alpha_W})^2 \frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2} = \alpha_W \frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2}$$

Primeri:



$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$



$$\begin{matrix} u & c & t & + \frac{2}{3} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ d & s & b & - \frac{1}{3} \end{matrix}$$

šibka interakcija

1, 2, 3. generacie

$$D^0 \left[ \begin{array}{l} \bar{u} \\ c \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} \bar{u} \\ s \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} K^- \\ \pi^+ \end{array} \right.$$

$v_{cs}$

$v_{ud}$

$$\left[ \begin{array}{l} \bar{u} \\ c \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} \bar{u} \\ d \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \pi^- \\ \pi^+ \end{array} \right.$$

$v_{cd}$

$v_{ub}$

Vrijednosti za prehode: matrika Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

$$\begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{ts} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix}$$

$V_{CKM}$  je unitarna matrika.  
 $\Leftrightarrow |V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$  ... (vrstice i stupci)

$V_{CKM}$  je skoraj diagonalna,  
diagonalni elementi su  $\sim 1$ .

$$\begin{bmatrix} 0.9743 & 0.2253 & 0.0035 \\ 0.2252 & 0.9734 & 0.0412 \\ 0.0087 & 0.0404 & 0.9991 \end{bmatrix}$$

absolutne vrijednosti

$V_{CKM}$  je tudi skoraj realna,  
(Iz tega izhaja razlika med materijo in antimaterijo.)

Wolfensteinova parametrizacija

$$V_{CKM} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho + i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 0.2253$$

$$A \approx 1$$

$$\eta \approx 1$$

$$\rho \approx 1$$

$$\frac{|D^0 \rightarrow K^- \pi^+|}{|D^0 \rightarrow \pi^- \pi^+|} = \frac{|V_{cs}|^2}{|V_{cd}|^2} = \frac{(1-\gamma^2)^2}{\gamma^2} \sim \gamma^{-2} \sim (0.04)^{-1}$$

Pretvorba delec - antidelec  
za neutralne delice)

$$K^0 = \bar{s}d$$

$$\begin{array}{c} \bar{s} = \bar{c}, \bar{u}, \bar{\tau}, \\ \bar{d} \\ \hline w & w \\ \bar{c}, \bar{u}, \bar{\tau} & s \end{array} \quad K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$$

$$\hat{H}\Psi = \hat{H}\Psi$$

$$\pi \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{H}\Psi$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi \text{ at } \hat{H}\Psi$$

$\hat{H}$  je merilo, za to koliko se učasu spremeni valovna funkcija

e je prehod  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  mogoč, potem:  $|K^0\rangle \xrightarrow{t} a|K^0\rangle + b|\bar{K}^0\rangle$ ,  
orej  $|K^0\rangle$  ni lastna funkcija  $\hat{H}$ :  $\hat{H}|K^0\rangle \neq E_0|K^0\rangle$

$$\hat{H}|K^0\rangle = E_0|K^0\rangle + E'|\bar{K}^0\rangle$$

$$\hat{H}|\bar{K}^0\rangle = E_0|\bar{K}^0\rangle + E'|K^0\rangle$$

naib bo lastna funkcija  $\hat{H}$ :  $\hat{H}|K_1\rangle = E_1|K_1\rangle$

$$|K_1\rangle = C_1|K^0\rangle + C_2|\bar{K}^0\rangle \quad C_1^2 + C_2^2 = 1$$

$$C_1 = \cos \varphi \quad C_2 = \sin \varphi$$

ortogonalna:

$$|K_2\rangle = -\sin \varphi |K^0\rangle + \cos \varphi |\bar{K}^0\rangle$$

$$|K_1\rangle = \cos \varphi (E_0|K^0\rangle + E'|\bar{K}^0\rangle) + \sin \varphi (E_0|\bar{K}^0\rangle + E'|K^0\rangle)$$

$$= (E_0 \cos \varphi + \sin \varphi E')|K^0\rangle + (\cos \varphi E' + \sin \varphi E_0)|\bar{K}^0\rangle$$

$$E_1 \cos \varphi = E_0 \cos \varphi + E' \sin \varphi$$

$$E_1 = E_0 + E' \tan \varphi$$

$$E_1 \sin \varphi = E' \cos \varphi + E_0 \sin \varphi$$

$$E_1 = E_0 + E' \frac{1}{\tan \varphi}$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{\tan \varphi} \rightarrow \tan \varphi = 1 \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |K^0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\bar{K}^0\rangle$$

$$|K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (-|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

$$E_1 = E_0 + E'$$

$$E_2 = E_0 - E' \quad (\hat{H}|K_2\rangle = E_2|K_2\rangle)$$

časovni razvoj  $|K^0\rangle$ :

$$pp \rightarrow pp K^0$$

$$t=0 \quad K^0 \quad |K^0\rangle =$$

$$|K_1(t)\rangle = |K_1(t=0)\rangle e^{-i \frac{E_1}{\hbar} t}$$

$$|K_2(t)\rangle = |K_2(t=0)\rangle e^{-i \frac{E_2}{\hbar} t}$$

lastni funkciji  $\hat{H}$ ,  
verno kakšen je časovni razvoj

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad |K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1\rangle - |K_2\rangle)$$

$$|K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (-|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad |\bar{K}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1\rangle + |K_2\rangle)$$

$$|K^0(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1\rangle e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} - |K_2\rangle e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t})$$

$$|K^0(t)\rangle = \frac{1}{2} \left[ |K^0\rangle (e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}) + |\bar{K}^0\rangle (e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} - e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}) \right] =$$

$$E_1 = E_0 + \Delta E$$

$$E_2 = E_0 - \Delta E$$

$$\Delta E = 2E$$

Cilj: izraziti  
 $K^0(t)$  kot  $c_1(t)|K^0\rangle + c_2(t)|\bar{K}^0\rangle$

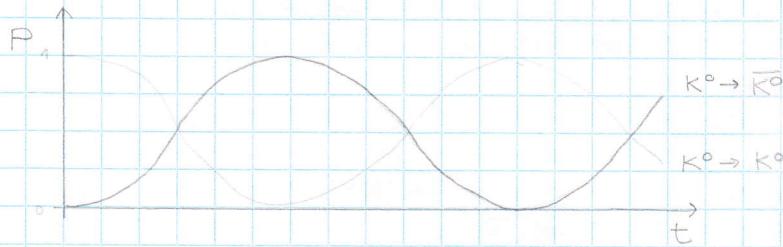
$$= |K^0\rangle e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} \frac{e^{-i\frac{\Delta E}{\hbar}t} + e^{+i\frac{\Delta E}{\hbar}t}}{2} + |\bar{K}^0\rangle e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} \frac{e^{-i\frac{\Delta E}{\hbar}t} - e^{+i\frac{\Delta E}{\hbar}t}}{2}$$

$$= e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} [ |K^0\rangle \cos(\frac{\Delta E}{\hbar}t) - |\bar{K}^0\rangle i \sin(\frac{\Delta E}{\hbar}t) ]$$

$$P(K^0 \rightarrow \bar{K}^0, t) = |c_2(t)|^2 = |e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} (-i) \sin(\frac{\Delta E}{\hbar}t)|^2 =$$

$$= \sin^2(\frac{\Delta E}{2\hbar}t)$$

$$P(K^0 \rightarrow \bar{K}^0, t) = \cos^2(\frac{\Delta E}{2\hbar}t)$$



Dejansko  $K^0$  tudi razpada, ne samo da se pretvara v  $\bar{K}^0$  in nazaj.  
Izkaže se da  $K_1$  in  $K_2$  ne razpadajo enako hitro.

Odkrila teh pretvrajanj:

$K^0$  1960

$D^0$  2007 Belle, BaBar (zelo majhna verjetnost za prehod, zelo majhen  $\Delta E$ )

$B^0$  1987 ARGUS

$B_s^0$  2004 CDF  $p\bar{p}$

## Šibka interakcija pri leptonih

$e^- \mu^- \tau^-$

e stabilen

$\nu_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\tau$

razpad mionov:  $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu$

$m_e = 0.5 \text{ MeV}/c^2$

$m_\mu = 104 \text{ MeV}/c^2$

$m_\tau = 1.8 \text{ GeV}/c^2$

razpad tau:

$\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\tau$

$\rightarrow e^- \bar{\nu}_e \bar{\nu}_\tau$

$\rightarrow \pi^- \bar{\nu}_\tau$

Neutrini interagirajo samo šibko.  
V standardnem modelu  $m_\nu = 0$ ,  
v resnici  $m_\nu \neq 0$ .

$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$  Brzopad  
"domino" enačba

$\bar{\nu}_e n \rightarrow p e^-$

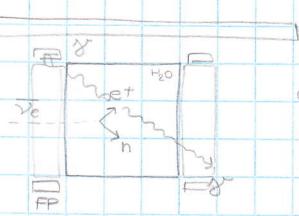
Inverzni razpad  $\beta$ .

$p \rightarrow n e^+ \nu_e$

$\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$

} Za detekcijo neutrinov.

V jedrskem reaktorju nastajajo samo antineutrini.  
Reines, Cowan!



scintilator  
VETO števec

anihilacija  $e^+ e^- \rightarrow \gamma\gamma$

$$2mc^2 \rightarrow 2E_\gamma$$

odletita v  
nasprotnih smereh

$$E_\gamma = mc^2 = 0,511 \text{ MeV}$$

scintilator: prehod iz prevodnega v valenčni pas odda foton vidne svetlobe, ki ga zaznamo s fotopomnoževalko količina svetlobe je sorazmerna energiji vpadnega fotona

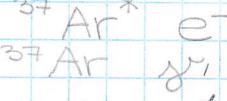
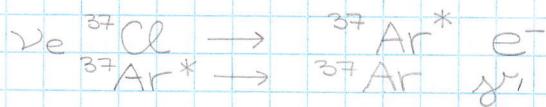
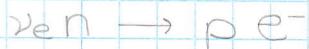
detezacija n:



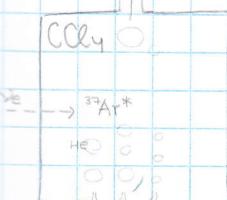
- 1) 2 sočasna žarka  $\gamma$  z  $E_\gamma = 0,511 \text{ MeV}$
- 2) 1 zakasnjen žarek  $\gamma$  z  $E_{Cd^* \rightarrow Cd}$
- 3) 0 na veto števcu

} detekcija  
antiineutriona

Vir neutrinov: zlivanje (Sonne)



$\rightarrow {}^{37}\text{Ar}^* \rightarrow {}^{37}\text{Ar} \gamma$  zaznamo



odkrite:

fluks iz Sonca  $\sim \frac{1}{3}$  pričakovani

Zakaj?

1. Sončni model napaden?
2. Detektor slabši kot mislimo?
3. Neutrini se izgubijo?

• 2. Ne, ker galaktika kalibriramo  
z znanimi izviri

1. So pokazali dane

Poznamo 3 vrste neutrinov:  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$

Mešanje neutrinov: neutrini  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu \nu_e \rightarrow \nu_\tau$ ,

Iz tega sledi, da  $m_\nu \neq 0$ !

$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  lastni stanji  $\hat{H}$

$$|\nu_e\rangle = \cos\varphi |\nu_1\rangle + \sin\varphi |\nu_2\rangle$$

$$|\nu_\mu\rangle = -\sin\varphi |\nu_1\rangle + \cos\varphi |\nu_2\rangle$$

$$|\nu_1\rangle = \cos\varphi |\nu_e\rangle - \sin\varphi |\nu_\mu\rangle$$

$$|\nu_2\rangle = \sin\varphi |\nu_e\rangle + \cos\varphi |\nu_\mu\rangle$$

$$|\nu_1(t)\rangle = |\nu_1\rangle e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t}$$

$$|\nu_2(t)\rangle = |\nu_2\rangle e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}$$

$$t=0 \quad |\nu_e\rangle \quad |\nu_e(t)\rangle = \cos\varphi |\nu_1\rangle e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + \sin\varphi |\nu_2\rangle e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}$$

$$|\nu_e(t)\rangle = (\cos^2\varphi e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + \sin^2\varphi e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}) |\nu_e\rangle + \\ + (-\cos\varphi \sin\varphi e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + \cos\varphi \sin\varphi e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}) |\nu_\mu\rangle$$

$$|\nu_e(t)\rangle = C_e(t) |\nu_e\rangle + C_\mu(t) |\nu_\mu\rangle$$

Venjetnost za  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$

$$|C_\mu(t)|^2 = \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi |e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t} - e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t}|^2 = \\ = \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi |e^{-i\frac{E_1+E_2}{2\hbar}t}|^2 |e^{-i\frac{(E_2-E_1)}{2\hbar}t} - e^{+i\frac{(E_2-E_1)}{2\hbar}t}|^2 \\ = \sin^2 2\varphi \cdot \sin^2 \left( \frac{(E_2-E_1)t}{2\hbar} \right)$$

$$E_1 = \sqrt{p^2 c^2 + m_1^2 c^4} = pc \sqrt{1 + \frac{m_1^2 c^4}{p^2 c^2}} = pc \left( 1 + \frac{m_1^2 c^4}{2 p^2 c^2} \right)$$

$$E_2 - E_1 = pc \left( \frac{m_2^2 c^2}{2 p^2} - \frac{m_1^2 c^2}{2 p^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{c^2}{p^2} (m_2^2 - m_1^2)$$

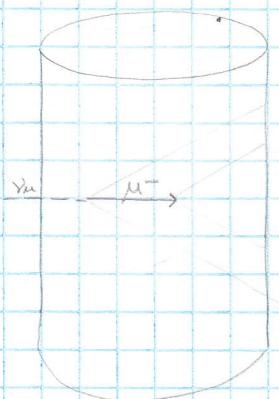
$$t = \frac{L}{v} = \frac{L}{c} \quad \frac{1}{2\hbar} \frac{c^2}{2p^2} \frac{L}{c} (m_2^2 - m_1^2)$$

$$|C_\mu(t)|^2 = \sin^2 2\varphi \sin^2 \left[ \frac{(m_2^2 - m_1^2) c L}{4\hbar p^2} \right]$$

pogoj za mešanje:  $m_2 \neq m_1$

venjetnost prehod je odvisna od  $L$  in  $p$ .

Zato naredijo detektor, ki lahko meri tudi  $E$  (p) neutrino: superkamiokande



60 m visina

50 kton vode

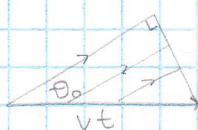
11000 fotopomnoževalnik

$\nu_e n \rightarrow p e^-$

$\nu_\mu n \rightarrow p \mu^-$

Sevanje Čerenova:

(gibanje delca v dielektriku, hitreje kot  
je hitrost svetlobe v sredstvu)



$$\cos \theta = \frac{c_o}{n v} = \frac{c_o}{n v}$$

iz vzorca na steni posode določimo energijo in smer  $\mu^-$   
↳ obroč ( $\mu^-$  se ustavlja)

kozmični delci, atmosferski neutrini



$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$$

$$\left. \begin{array}{l} \pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\mu \\ \pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_e \end{array} \right\}$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu$$

$$\left. \begin{array}{l} \pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\mu \\ \pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_e \end{array} \right\}$$

Ohranitev leptonskega števila: (leptoni  $L=1$ , antileptoni  $L=-1$ )

$$L = L_e + L_\mu + L_\tau$$

tiste videte katere je

$$L = L'$$

$$L_e = L'_e$$

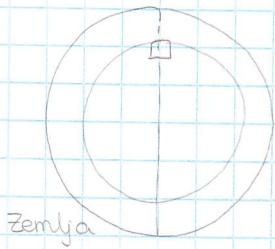
$$L_\mu = L'_\mu$$

$$L_\tau = L'_\tau$$

Iz tega pričakujemo:  
(če se ne bi prenajahali  
eden v drugega)

$$\frac{N_{\nu_\mu} + N_{\bar{\nu}_\mu}}{N_{\nu_e} + N_{\bar{\nu}_e}} \sim 2$$

izmerimo 0,6-krat  
manj



$L \sim 10\text{ km}$

$L \sim 13000\text{ km}$

Tako lahko preverijo  
odvisnost za  $\gamma_e \rightarrow \gamma_\mu$   
od razdalje.

$L$  pačan, ker je menjeno od  
kod prideja.

Locevanje  $e^-$  in  $\mu^-$ :

$e^-$  poleg sevanja Čerenkova še zavorno sevajo  $\rightarrow$  več parov  
 $e^- e^+$  ki vsi še naprej Čerenkova sevajo - obročje boli zamazan.

Težave standardnega modela:

- $m_\nu \neq 0$
- temna snov

$$m \frac{v^2}{r} = K \frac{m M(r)}{r^2} \quad \text{hitrost kroženja okoli središča galaksije}$$

10 jun., teden  
cet 28., 27,  
lust na vratih pisame.  
2 na vrto