

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: DIPLOMIRANI INŽENJER FIZIKE

Luka Kanjir

Diplomski rad

**KOLEKTIVNA POBUĐENJA VIŠEG REDA U ATOMSKIM
JEZGRAMA**

Voditelj: Prof.dr.sc. Nils Paar

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2011.

Zahvaljujem se prof. dr. sc. Nilsu Paaru na velikom strpljenju i pomoći pri izradi ovog rada, svojim roditeljima na podršci i curi na razumijevanju

Sadržaj:

1. Uvod	3
1.1. Svojstva atomske jezgre	3
1.2. Magični brojevi-zatvorene ljuske	5
1.3. Gigantske rezonancije i pobuđenja višeg reda.	7
1.4. Relativistička aproksimacija slučajnih faza	8
1.5. DD-ME2 parametrizacija	14
1.6. Makroskopska prijelazna gustoća	16
1.7. Operatori za ISGMR i ISGMR2.	18
1.8. Opis eksperimenta za istraživanje ISGMR i ISGMR2.	17
2. Rezultati	19
2.1. Operator višeg reda u mikroskopskom modelu	19
2.2. Operator za izotope $^{116}\text{Sn} - ^{132}\text{Sn}$, usporedba dva modela.	20
2.3. Usporedba operatora sa teorijskim člancima za različite jezgre.	22
2.4. Pobuđenja višeg reda za različite jezgre.	25
2.4.1. Kalcij 48, ^{48}Ca	25
2.4.2. Nikal 58, ^{58}Ni	28
2.4.3. Cirkonij 90, ^{90}Zr	31
2.4.4. Kositar 116, ^{116}Sn .	33
2.4.5. Kositar 132, ^{132}Sn .	37
2.4.6. Olovo 208, ^{208}Pb	42
2.5. Usporedba energija maksimuma za ISGMR	45
2.6. Funkcija prijelazne snage za izotope kositra	47
3. Rasprava i zaključak	51
4. Literatura	55

1.UVOD

Cilj rada je usporediti gigantske monopolne rezonancije ISGMR (nisko energetske gigantske rezonancije $\sim 2\hbar\omega$) sa izoskalarnim monopolnim pobuđenjima višeg reda ISGMR2 (visoko energetske gigantske rezonancije $\sim 4\hbar\omega$). Proučavane su jezgre kalcija ^{48}Ca , nikla ^{58}Ni , cirkonija ^{90}Zr , kositra ^{116}Sn , kositra ^{132}Sn i olova ^{208}Pb . Također su određeni operatori za svaku pojedinu jezgru. Dodatno su istražene gustoće prijelaza ovisne o radijalnoj koordinati. Nakon toga su istraživani izotopi od kositra ^{116}Sn do kositra ^{132}Sn i uspoređena su monopolna pobuđenja višeg reda.

U ovome je radu korištena relativistička kvazičestična aproksimacija slučajnih faza (RQRPA) i to u kanonskoj jedno-nukleonskoj bazi relativističkog Hartree-Bogoliubovog modela (RHB). Koristi se efektivni Lagranžijan sa mezon-nukleon veza-njima ovisnim o gustoći i to za opis interakcije u kanalu čestica-šupljina. Korištena je DD-ME2 parametrizacija efektivnog Lagranžijana, a uzeta je u obzir i interakcija sparivanja zasnovana na Gogny interakciji. Opisanom teorijom nastoje se proučiti rezonancije u atomskim jezgrama, prvenstveno pobuđenja višeg reda koja odgovaraju $4\hbar\omega$ monopolnim prijelazima tipa čestica-šupljina.

1.1.Svojstva atomske jezgre

Kao što je poznato nuklearna se jezgra, kao i sam atom, sastoji od diskretnih stanja, odnosno osnovno stanje nuklearne jezgre je kvantizirano. Dakle svaki nukleon se nalazi u određenoj ljusci. Sada se može svaka jezgra bombardirati različitim česticama koje posjeduju različite energije. Osim čestica mogu se sudarati i čitave složenije jezgre. Ako se primjerice gledaju sudari na niskim energijama dviju jezgara onda može doći do fuzije odnosno spajanja dviju manjih jezgara (sa manjim brojem nukleona) u jednu veću (s većim brojem nukleona). S druge strane može doći do raspršenja čestica na težim jezgrama pri čemu dolazi do cijepanja teže jezgre u dvije lakše (fisija).

Ono što se u ovome radu gleda u biti nisu jezgre koje mijenjaju svoj nukleonski broj (broj protona i neutrona) već je predmet istraživanja samo pobuđenje gdje nukleoni prijelaze iz osnovnog stanja u pobuđena stanja. Nadalje se gledaju rezonantna pobuđenja. To su pobuđenja u kojima sudjeluju gotovo svi nukleoni u jezgri pa se nazivaju kolektivnim pobuđenjima. Takva pobuđenja se u nuklearnoj fizici nazivaju gigantska pobuđenja, a prvi se put opažaju još 1937. godine. Na slici 1. nalazi se prikaz kolektivnih modova pobuđenja. Na toj se slici može vidjeti kako se ustvari gibaju nukleoni u pojedinom modu kolektivnog gibanja.

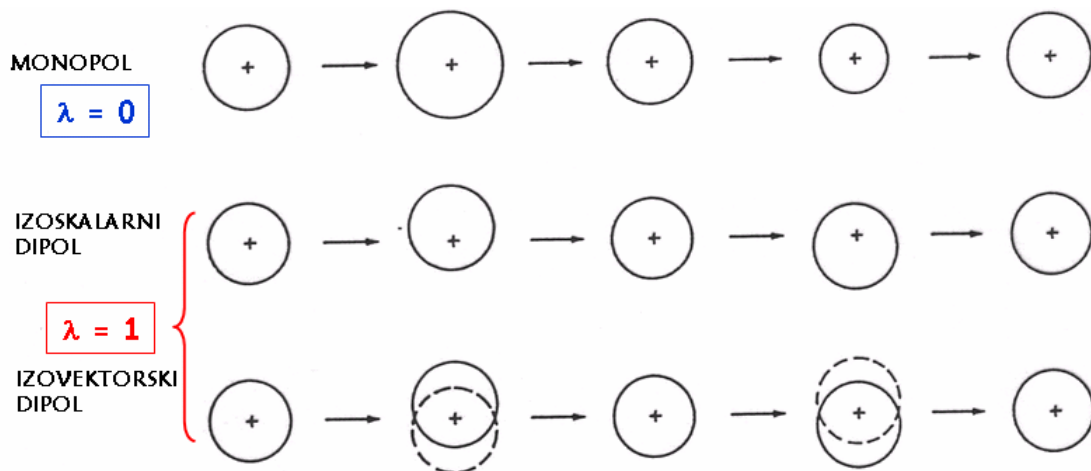
Prvo je opisana izoskalarna gigantska monopolna rezonancija ISGMR. To je ustvari jedini mod koji je predmet ovog istraživanja. Ovo je slučaj kada je $J=0$. U ovome modu kako se vidi na slici 1. mijenja se volumen jezgre no ona dalje ima oblik kugle. Ovdje su dakle oscilacije protona i neutrona usklađene, odnosno one su u fazi. To je prikazano detaljnije na slici 2. Na toj je slici prikazano ponašanje gustoće nukleona kako oscilira jezgra.

Izovektorska gigantska monopolna rezonancija IVGMR je slična izoskalarnoj samo što u ovome slučaju protoni i neutroni osciliraju u protufazi.

Izoskalarne gigantske dipolne rezonancije ISGDR, opisuju gibanje protona i neutrona u fazi oko fiksne točke u laboratorijskom sustavu. Ovdje je $J=1$.

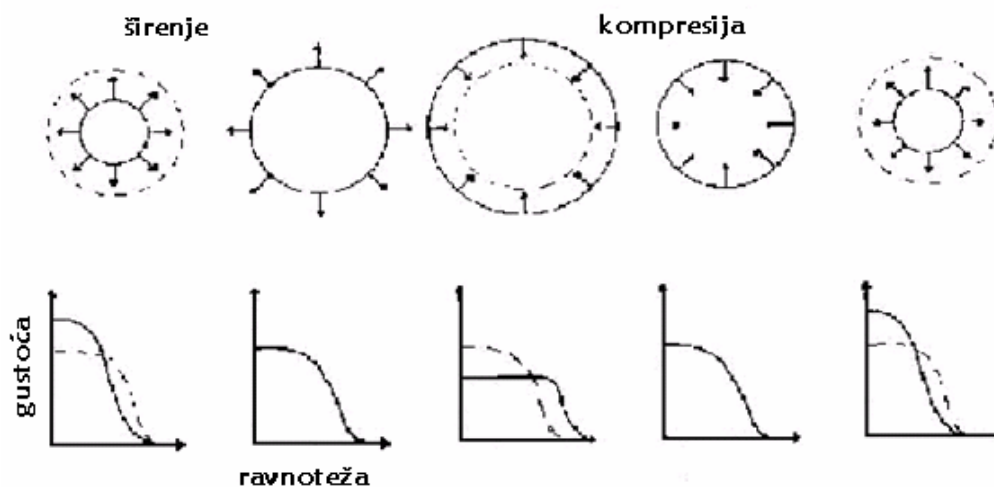
Izovektorske gigantske dipolne rezonancije IVGDR su slične izoskalarnim samo se opet radi o oscilaciji protona i neutrona u protufazi.

Naravno postoje i druge gigantske rezonancije kao što su kvadropolne i oktopolne, ali ovdje nisu detaljnije opisane jer nisu predmet ovog istraživanja.



Slika 1. Prikaz monopolnih i dipolnih oscilacija jezgara

Ovo istraživanje je provedeno kako bi se proučilo ponašanje relativne funkcije prijelazne snage pojedine jezgre kada se pobudi tako da nukleoni skaču za energiju $\sim 2\hbar\omega$, dakle između susjednih ljusaka (ISGMR) odnosno kako izgleda ta ista funkcija snage za pobuđenje nukleona za energiju $\sim 4\hbar\omega$ (ISGMR2).



$\Rightarrow$ oscilacije gustoće malih amplituda

Slika 2. Prikaz oscilacija gustoće u ovisnosti o radijusu za monopolno pobuđenje

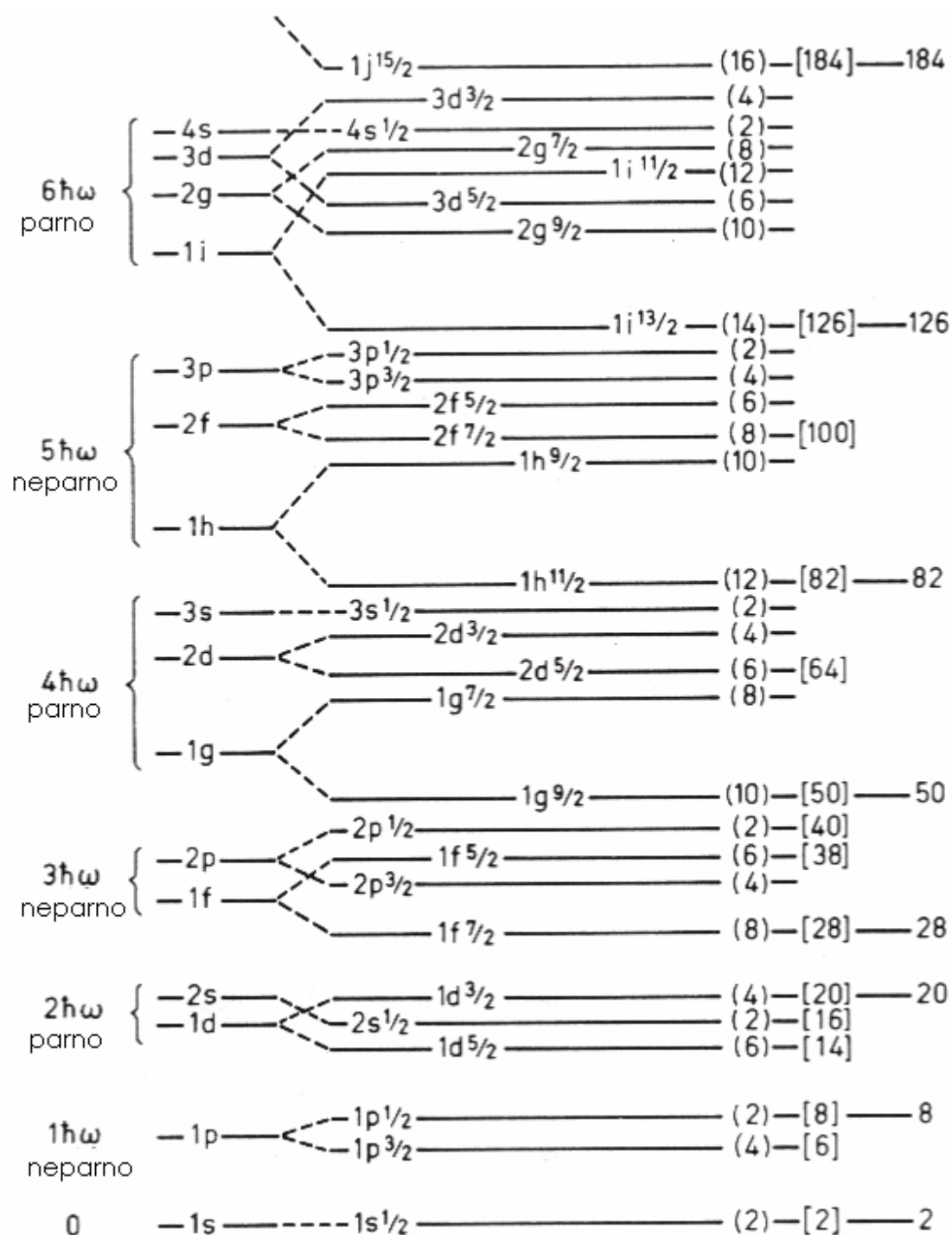
1.2. Magični brojevi-zatvorene ljuske

Iz dosadašnjih istraživanja potvrđeno je da je jezgra sa parnim brojem protona i neutrona stabilnija od one sa neparnim brojem. Postoje određeni brojevi protona i neutrona u ljuskama koji čine nuklearnu jezgru izrazito stabilnom, a to su

2 8 20 28 50 82 126

Jezgre koje imaju obje ljuske, dakle protonsku i neutronska, jednake jednom od brojeva navedenih gore nazivaju se jezgrama sa dvostruko zatvorenim ljuskama. U ovom radu koristi se par takvih jezgara koje su prikazane u tablici 1.

Na slici 3. koja prikazuje jednočestični spektar stanja u atomskoj jezgri mogu se vidjeti zatvorene ljuske na određenim magičnim brojevima.



Slika 3. Prikaz nukleonskih ljusaka u atomskoj jezgri. Sa desne strane se nalaze brojevi koji označavaju zatvorene ljuske. Ova se slika može koristiti i za neutrone i za protone [13].

Jezgre kalcija ^{48}Ca , kositra ^{132}Sn i olova ^{208}Pb su dobri primjeri dvostruko zatvorenih ljusaka. Udarne presjeci apsorpcije neutrona za izotope sa magičnim brojem neutrona su mnogo niži od susjednih izotopa. Iz tablice 1. se vidi da su uzete samo jezgre koje imaju bar jednu zatvorenu ljusku, uglavnom protonsku.

Tablica 1. Prikaz korištenih jezgri i njihovog ukupnog broja (A), broja protona (Z) i broja neutrona (N). U zadnjem stupcu se nalazi oznaka da li je neka jezgra jest ili nije sa dvostruko zatvorenim ljuskama.

Jezgra	Broj nukelona (A)	Broj protona (Z)	Broj neutrona (N)	Dvostruko zatvorene ljuske
^{48}Ca	48	20	28	da
^{58}Ni	58	28	30	ne
^{90}Zr	90	40	50	ne
^{116}Sn	116	50	66	ne
^{118}Sn	118	50	68	ne
^{120}Sn	120	50	70	ne
^{122}Sn	122	50	72	ne
^{124}Sn	124	50	74	ne
^{126}Sn	126	50	76	ne
^{128}Sn	128	50	78	ne
^{130}Sn	130	50	80	ne
^{132}Sn	132	50	82	da
^{208}Pb	208	82	126	da

1.3. Gigantske rezonancije i prijelazi višeg reda

Gigantska monopolna rezonancija odgovara monopolnom prijelazu za energiju $2\hbar\omega$ odnosno opisuje prijelaze na niskim energijama pobuđenja. S druge strane prijelazi višeg reda odgovaraju prijelazima za energiju $3\hbar\omega$ i višim. Oni opisuju prijelaze na visokim energijama pobuđenja. Također u teškim jezgrama ISGMR je jedini izvor eksperimentalnih informacija o nuklearnoj materiji i njezinom modulu kompresibilnosti K_{∞} . Modul kompresibilnosti daje važne informacije o svojstvima jezgara, sudarima teških jezgara, neutronske zvijezde i eksplozije supernove. No ovdje nije predmet istraživanja modula kompresibilnosti K_{∞} . Neki drugi efekti, pored srednjeg polja, također utječu na izoskalarna gigantska monopolna pobuđenja kao što su: sparivanje, veza između jednočestičnih i kolektivnih gibanja i neharmoničnosti.

Najniže pobuđenje višeg reda je izoskalarna gigantska dipolna rezonancija, (ISGDR). To je zapravo pobuđenje višeg reda stanja $J^\pi = 1^-$ koje opisuje gibanje jezgre oko centra mase. S druge strane postoje i pobuđenja višeg reda izobarnih analognih rezonancija kao i Gamow–Teller gigantskih rezonancija, a to su izovektorske gigantske rezonancije sa izmjenama naboja te spinske monopolne rezonancije.

U ovome se radu zapravo ispituju visoko pobuđene gigantske rezonancije (GR) koje čine pobuđenja višeg reda izoskalarnih gigantskih monopolnih rezonancija (ISGMR2). Ta pobuđenja će teorijski biti opisana sa relativističkom kvazičestičnom aproksimacijom slučajnih faza (RQRPA)

1.4. RQRPA s mezon-nukleon vezanjima ovisnim o gustoći

Relativistička kvazičestična aproksimacija slučajnih faza je teorija kolektivnih pobuđenja malih amplituda kako jezgara sa zatvorenim tako i onih s otvorenim ljuskama. Koristi se za jezgre koje se nalaze u dolini stabilnosti, ali je isto tako pogodna za opisivanje jezgara koje se nalaze daleko od doline stabilnosti. RQRPA dakle opisuje izoskalarne i izovektorske gigantske rezonancije, niskoležeća pobuđenja i egzotična pobuđenja koja se pojavljuju za jezgre bogate neutronima. RQRPA predstavlja limes malih amplituda vremenski ovisne relativističke Hartree-Bogoliubove teorije [2]. Dvočestični konfiguracijski prostor mora uključivati stanja sa oba nukleona u diskretnim nivoima, stanja sa jednim nukleonom u diskretnom stanju, a drugim u kontinuumu, te stanja sa obje čestice u kontinuumu.

Model koji dobro opisuje svojstva konačne jezgre je opisan u okviru relativističke teorije srednjeg polja [1]. Jezgra je u tom modelu opisana kao sistem Diracovih nukleona koji međudjeluju izmjenama mezona. Uključena su tri tipa mezona: izoskalarni skalarni σ , izoskalarni vektorski ω te izovektorski vektorski mezon ρ . Model je definiran pomoću Lagranžijana [2]

$$L = L_N + L_m + L_{\text{int}} \quad (1)$$

L_N je Lagranžijan slobodnih nukleona

$$L_N = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (2)$$

m je masa slobodnog nukleona, ψ je Diracov spinor. Nadalje L_m je Lagranžijan slobodnih mezona i elektromagnetskog polja.

$$L_m = \frac{1}{2} \partial_\mu \bar{\sigma} \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \bar{R}_{\mu\nu} \bar{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \bar{\rho}_\mu \bar{\rho}^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (3)$$

U izrazu (3) su m_σ , m_ω i m_ρ odgovarajuće mase, a $\Omega_{\mu\nu}$, $\bar{R}_{\mu\nu}$ i $F_{\mu\nu}$ su tenzori polja

$$\begin{aligned} \Omega_{\mu\nu} &= \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu \\ \bar{R}_{\mu\nu} &= \partial_\mu \bar{\rho}_\nu - \partial_\nu \bar{\rho}_\mu \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \end{aligned} \quad (4)$$

Zadnji je član interakcije

$$L_{\text{int}} = -\bar{\psi} g_\sigma \sigma \psi - \bar{\psi} g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu \psi - \bar{\psi} g_\rho \vec{\tau} \gamma^\mu \vec{\rho}_\mu \psi - \bar{\psi} e \frac{1-\tau_3}{2} \gamma^\mu A_\mu \psi \quad (5)$$

U izrazu (5) su g_σ , g_ω , g_ρ i e konstante vezanja.

Iz (1) slijedi vremenski ovisna Diracova jednadžba za nukleon

$$i\partial_t \psi_i = \left\{ \alpha [-i\nabla - V(r,t)] + V(r,t) + \beta (m + S(r,t)) + \sum_0^R (r,t) \right\} \psi_i \quad (6)$$

Sada se dalje poziva na [2] tako da nije sve izvedeno, samo su spomenuti bitni koraci u izvodu.

Definira se Diracov Hamiltonijan od skalarnih i vektorskih nukleonskih energija. Energije se preuređuju kako bi se održalo sačuvanje energije i impulsa te kako bi model bio termodinamički konzistentan. Nadalje se zanemaruju efekti vezanja mezonskih polja u vremenski ovisnom modelu, a energije se dobivaju rješavanjem Klein-Gordonove i Poissonove jednadžbe. Također se mora prilagoditi ova aproksimacija velikim masama u propagatorima mezona. Efekti retardacije su zanemareni zbog kratkodosežnog djelovanja odgovarajućih mezonskih sila interakcije. Dobivaju se gustoće nukleona i struje u aproksimaciji bez mora [2]:

$$\begin{aligned}
\rho_s(r, t) &= \sum_{i=1}^A \overline{\psi}_i(r, t) \psi_i(r, t) \\
j_\mu(r, t) &= \sum_{i=1}^A \overline{\psi}_i(r, t) \gamma_\mu \psi_i(r, t) \\
\vec{j}_\mu(r, t) &= \sum_{i=1}^A \overline{\psi}_i(r, t) \vec{\tau} \gamma_\mu \psi_i(r, t) \\
j_{c\mu}(r, t) &= \sum_{i=1}^Z \overline{\psi}_i(r, t) \gamma_\mu \psi_i(r, t)
\end{aligned} \tag{7}$$

Sumacija u (7) ide po svim zauzetim stanjima nukleona, A u Fermijevom moru. Eksplicitno doprinose nukleonskoj energiji samo zauzeta jednonukleonska stanja pozitivne energije. U aproksimaciji bez mora negativna energetska stanja ne doprinose gustoći ni kroz stacionarna stanja, ona samo doprinose kroz vremensku evoluciju nuklearnog sistema.

Sada slijedi izvod jednadžbe RQRPA gledajući odaziv na matricu gustoće $\hat{\rho}(t)$ pod utjecajem vanjskog polja oblika:

$$\hat{F}(t) = \hat{F} e^{-i\omega t} + H.c. \tag{8}$$

Amplitude oscilacije su vrlo male.

$$\hat{f}(t) = \sum_{kl} f_{kl}(t) \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l \tag{9}$$

Matrica gustoće ima oblik:

$$\rho(r, r', t) = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^A f_i(r, t) f_i^\dagger(r', t) & -i \sum_{i=0}^A f_i(r, t) g_i^\dagger(r', t) \\ i \sum_{i=0}^A g_i(r, t) f_i^\dagger(r', t) & \sum_{i=0}^A g_i(r, t) g_i^\dagger(r', t) \end{pmatrix} \tag{10}$$

Jednadžba gibanja za operator gustoće ima oblik

$$i\partial_t \hat{\rho} = [\hat{h}(\hat{\rho}) + \hat{f}(t), \hat{\rho}] \tag{11}$$

Kako se radi o limesu malih amplituda matrica gustoće je razvijena do linearnog člana

$$\hat{\rho}(t) = \hat{\rho}^{(0)} + \delta \hat{\rho}(t) \tag{12}$$

U (12) je $\hat{\rho}^{(0)}$ gustoća stacionarnog osnovnog stanja. [2]. Svojstvene vrijednosti od $\hat{\rho}^{(0)}$ su 0 i 1. U nerelativističkom slučaju čestična stanja iznad Fermijevog nivoa odgovaraju svojstvenoj vrijednosti jednakoj 0, a stanja šupljina u Fermijevom moru odgovaraju svojstvenoj vrijednosti 1. U relativističkom se slučaju moraju uzeti u obzir i stanja iz Diracovog mora. U aproksimaciji bez mora ta stanja nisu zauzeta odnosno odgovaraju svojstvenoj vrijednosti jednakoj 0.

Jednadžba (11) u linearnoj aproksimaciji glasi:

$$i\partial_t \delta\hat{\rho} = \left[\hat{h}^{(0)}, \delta\hat{\rho} \right] + \left[\frac{\partial \hat{h}}{\partial \rho} \delta\rho, \hat{\rho}^{(0)} \right] + \left[\hat{f}, \hat{\rho}^{(0)} \right]. \quad (13)$$

Ako djeluje vanjsko polje (8), u limesu male amplitude $\delta\rho$ isto tako je harmonički vremenski ovisno e^{-iEt} .

Dobiva se matricni oblik jednadžbi

$$\left[E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ \overline{F} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Matrice A i B imaju oblik

$$A = \begin{pmatrix} (\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{pp} \delta_{hh^*} & 0 \\ 0 & (\varepsilon_\alpha - \varepsilon_h) \delta_{\alpha\alpha} \delta_{hh^*} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_{ph^*hp^*} & V_{ph^*h\alpha^*} \\ V_{\alpha h^*hp^*} & V_{\alpha h^*h\alpha^*} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$B = \begin{pmatrix} V_{pp^*hh^*} & V_{p\alpha^*hh^*} \\ V_{\alpha p^*hh^*} & V_{\alpha\alpha^*hh^*} \end{pmatrix} \quad (16)$$

Amplitude X i Y iz (14) su

$$X = \begin{pmatrix} \delta\rho_{ph} \\ \delta\rho_{\alpha h} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} \delta\rho_{hp} \\ \delta\rho_{h\alpha} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Vanjska polja predstavljaju vektori

$$F = \begin{pmatrix} f_{ph} \\ f_{\alpha h} \end{pmatrix}, \quad \overline{F} = \begin{pmatrix} f_{hp} \\ f_{h\alpha} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

U samosuglasnom RRPA matrični element rezidualne interakcije je dobiven iz Diracovog Hamiltoniana iz jednačbe (6)

$$V_{abcd} = \frac{\partial h_{ac}}{\partial \rho_{db}} = \int \Psi_a^\dagger(r_1) \Psi_b^\dagger(r_2) V(r_1, r_2) \times \Psi_c(r_1) \Psi_d(r_2) d^3 r_1 d^3 r_2. \quad (19)$$

Kako bismo izračunali doprinose svakog mezonskog polja $V(r_1, r_2)$, razvijemo mezon-nukleon parove i njihove derivacije oko osnovnog stanja gustoće ρ_v^0 [2].

Doprinos izoskalar-nog-skalar-nog σ polja

$$\begin{aligned} V_\sigma(r_1, r_2) = & -\beta_1 \beta_2 g_\sigma(\rho_v(r_1)) g_\sigma(\rho_v(r_2)) D_\sigma(r_1, r_2) \\ & - \left\{ \beta_1 I_1 \frac{\partial g_\sigma}{\partial \rho_v(r_1)} + I_1 I_2 \frac{\partial^2 g_\sigma}{\partial \rho_v^2(r_1)} \rho_s(r_1) + I_1 \beta_2 \frac{\partial g_\sigma}{\partial \rho_v(r_1)} \right\} \cdot \frac{I_\sigma(r_1)}{r_1} \delta(r_1 - r_2) \\ & - \left\{ \beta_1 I_2 g_\sigma(\rho_v(r_1)) \frac{\partial g_\sigma}{\partial \rho_v(r_2)} \rho_s(r_2) + I_1 \beta_2 \frac{\partial g_\sigma}{\partial \rho_v(r_1)} \rho_s(r_1) g_\sigma(\rho_v(r_2)) \right. \\ & \left. + I_1 I_2 \frac{\partial g_\sigma}{\partial \rho_v(r_1)} \rho_s(r_1) \frac{\partial g_\sigma}{\partial \rho_v(r_2)} \rho_s(r_2) \right\} D_\sigma(r_1, r_2) \end{aligned} \quad (20)$$

U (20) je

$$I_\sigma(r_1) = \int r g_\sigma(\rho_v(r_1)) D_\sigma^0(r_1, r) \rho_s(r) dr \quad (21)$$

Izoskalar-nog-vektorsko ω polje je oblika

$$\begin{aligned} V_\omega(r_1, r_2) = & (\beta \gamma^\mu)_1 (\beta \gamma_\mu)_2 g_\omega(\rho_v(r_1)) \times g_\omega(\rho_v(r_2)) D_\omega(r_1, r_2) \\ & + \left\{ 2 \frac{\partial g_\omega}{\partial \rho_v(r_1)} + \frac{\partial^2 g_\omega}{\partial \rho_v^2(r_1)} \rho_v(r_1) \right\} I_1 I_2 \cdot \frac{I_\omega(r_1)}{r_1} \times \delta(r_1 - r_2) \\ & + \left\{ g_\omega(\rho_v(r_1)) \frac{\partial g_\omega}{\partial \rho_v(r_2)} \rho_v(r_2) + \frac{\partial g_\omega}{\partial \rho_v(r_1)} \rho_s(r_1) g_\omega(\rho_v(r_2)) + \frac{\partial g_\omega}{\partial \rho_v(r_1)} \rho_v(r_1) \right. \\ & \left. + \frac{\partial g_\omega}{\partial \rho_v(r_2)} \rho_s(r_2) \right\} I_1 I_2 D_\omega(r_1, r_2) \end{aligned} \quad (22)$$

U izrazu (22)

$$I_{\omega}(r_1) = \int r g_{\omega}(\rho_v(r)) D_{\omega}^0(r_1, r) \rho_s(r) dr \quad (23)$$

Doprinos izovektorsko-vektorskog ρ polja

$$\begin{aligned} V_{\rho}^1(r_1, r_2) = & (\beta\gamma^{\mu})_1 (\beta\gamma_{\mu})_2 \tau_1^3 \tau_2^3 g_{\rho}(\rho_v(r_1)) \times g_{\rho}(\rho_v(r_2)) D_{\rho}(r_1, r_2) \\ & + \left\{ \frac{\partial g_{\rho}}{\partial \rho_v(r_1)} \tau_1^3 + \frac{\partial g_{\rho}}{\partial \rho_v(r_1)} \tau_2^3 + \frac{\partial^2 g_{\rho}}{\partial \rho_v^2(r_1)} \rho_{iv}(r_1) \right\} \times I_1 I_2 \cdot \frac{I_{\rho}(r_1)}{r_1} \times \delta(r_1 - r_2) \\ & + \left\{ g_{\rho}(\rho_v(r_1)) \tau_1^3 \frac{\partial g_{\rho}}{\partial \rho_v(r_2)} \times \rho_{iv}(r_2) + \frac{\partial g_{\rho}}{\partial \rho_v(r_1)} \rho_{iv}(r_1) g_{\rho}(\rho_v(r_2)) \tau_2^3 \right. \\ & \left. + \frac{\partial g_{\rho}}{\partial \rho_v(r_1)} \rho_{iv}(r_1) \frac{\partial g_{\rho}}{\partial \rho_v(r_2)} \rho_{iv}(r_2) \right\} \times I_1 I_2 D_{\rho}(r_1, r_2) \end{aligned} \quad (24)$$

U (24) je

$$I_{\rho}(r_1) = \int r g_{\rho}(\rho_v(r)) D_{\rho}^0(r_1, r) \rho_{iv}(r) dr \quad (25)$$

Na kraju postoji doprinos Coulombskog polja

$$V_c(r_1, r_2) = e^2 (\beta\gamma^{\mu})_1 (\beta\gamma_{\mu})_2 D_c(r_1, r_2) \quad (26)$$

Indeksi 1 i 2 u Diracovim matricama (19)-(26) označavaju čestice 1 i 2. ρ_v, ρ_s i ρ_{iv} označavaju vektorsku, skalarnu i izovektor-vektorsku gustoću. Radijalni integrali $I_{\phi}(r)$ (gdje $\phi = \sigma, \omega, \rho$) se sastoje od $D_{\phi}^0(r, r')$ što je radijalni faktor u prvome članu multipolnog razvoja Yukawa propagatora

$$D_{\phi}(r, r') = \frac{1}{rr'} \sum_{L=0}^{\infty} D_{\phi}^L(r, r') \sum_{M=-L}^L Y_{LM}(\Omega) Y_{LM}^*(\Omega') \quad (27)$$

Primjećuje se velik broj članova izmjene u rezidualnoj dvočestičnoj interakciji $V(r_1, r_2)$ koji su od velike važnosti za konzistentnost RRPA računa. Dobro reproducirane energije pobuđenja gigantskih multipolnih rezonancija je moguće dobiti samo kada se konzistentno uzmu u obzir rezidualne interakcije u matričnim elementima.

Dakle ako ne uzmemo u obzir te članove, dobivamo rezultate koji se razlikuju za nekoliko MeV od eksperimentalnih energija pobuđenja i RRPA energija vrhova, koristeći relativističke efektivne interakcije koje su prilagođene svojstvima sferičnih jezgara u osnovnom stanju.

Za multipolni operator $\hat{Q}_{\lambda\mu}$ funkcija odaziva $R(E)$ je definirana na sljedeći način

$$R(E) = \sum_i B(0_i \rightarrow \lambda_f) \frac{\Gamma^2}{4(E - E_i)^2 - \Gamma^2} \quad (28)$$

U izrazu (28) je Γ širina Lorentzove raspodjele dok je amplituda prijelaza

$$B(0_i \rightarrow \lambda_f) = \frac{1}{2J+1} \left| \langle \lambda_f || \hat{Q}_\lambda || 0_i \rangle \right|^2 \quad (29)$$

iz osnovnog kvantnog stanja 0_i na početku u konačno stanje λ_f , dok je $\hat{Q}_\lambda$ operator prijelaza između konačnog i početnog stanja.

1.5. DD-ME2

Ovdje se detaljnije opisuje efektivna interakcija sa mezon nukleon vezanjem ovisnim o gustoći koja se koristi u RQRPA. Koristi se efektivna interakcija DD-ME2 [1] koja je ovdje detaljnije opisana. U fenomenološkom pristupu vezanje σ mezona i ω mezona u polju nukleona glasi

$$g_i(\rho) = g_i(\rho_{sat}) a_i \frac{1 + b_i (x + d_i)^2}{1 + c_i (x + d_i)^2}. \quad (30)$$

U (30) indeks i označava σ i ω mezone, x označava ρ / ρ_{sat} , a ρ_{sat} je gustoća bariona u saturaciji u simetričnoj nuklearnoj materiji. Parametri u (30) nisu nezavisni. Samo tri parametra su nezavisna, a to su $g_\sigma(\rho_{sat})$, $g_\omega(\rho_{sat})$ i m_σ -masa sigma mezona.

$$g_\rho(\rho) = g_\rho(\rho_{sat}) \exp[-a_\rho (x - 1)] \quad (31)$$

(31) opisuje vezanje ρ mezona. Parametri DD-ME2 efektivne interakcije se nalaze u tablici 2.

Osam neovisnih parametara je određeno tako da daju svojstva simetrične i asimetrične nuklearne materije, energije pobuđenja, polumjere naboja i polumjere distribucije neutrona u nizu sferičnih jezgara. Važno je napomenuti da su parametri prilagođeni eksperimentalnim podacima za svojstva osnovnih stanja 12 sferosimetričnih jezgara.

Tablica 2. Prikaz parametara DD-ME2 parametrizacije [1]

	DD-ME2
m_σ	550.1238
m_ω	783.0000
m_ρ	763.0000
$g_\sigma(\rho_{sat})$	10.5396
$g_\omega(\rho_{sat})$	13.0189
$g_\rho(\rho_{sat})$	3.6836
a_ρ	1.3881
b_σ	1.0943
c_σ	1.7057
d_σ	0.4221
a_ω	1.3892
b_ω	0.9240
c_ω	1.4620
d_ω	0.4775
a_ρ	0.5647

1.6. Makroskopska prijelazna gustoća

Prvo se gleda lokalna energijski usrednjena prijelazna snaga integrirana po svim energijama

$$M_l(r) = \int_0^\infty E \cdot S(\mathbf{r}, E) dE \quad (32)$$

Iz jednadžbe kontinuiteta se dobiva pravilo sume

$$M_l(r) = -\frac{\hbar^2}{2m} [\rho \nabla V(r)] \quad (33)$$

Energijski usrednjeno pravilo sume (EWSR) ima oblik

$$m_l = \int V(\mathbf{r}) M(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \frac{\hbar^2}{2m} \int \rho [\nabla V(\mathbf{r})] d\mathbf{r} \quad (34)$$

Makroskopska prijelazna gustoća je povezana sa kvantnom gustoćom prijelaza za određeno stanje ukoliko to kvantno stanje čitavo čini EWSR. Ovdje se također poziva na [3] te su samo objašnjene neke važnije stvari.

Ono što je bitno za ovaj rad je monopolni operator prijelaza višeg reda koji ima oblik :

$$V_{\eta_0}(\mathbf{r}) = (r^4 - \eta_0 r^2) Y_{00}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (35)$$

Makroskopska prijelazna gustoća u tome slučaju je dana

$$\rho_{tr}^{makro}(\mathbf{r}) = 2\alpha_0 \left(10r^2 - 3\eta_0 + r(2r^2 - \eta_0) \frac{d}{dr} \right) \rho_{eq}(r) Y_{00}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (36)$$

U gornjem izrazu je $\rho_{tr}^{makro}(\mathbf{r})$ predstavlja makroskopsku gustoću prijelaza, $\rho_{eq}(r)$ gustoća jezgre, $Y_{00}(\hat{r})$ je kuglina funkcija koja opisuje jezgru u osnovnom stanju, a α_0 je detaljnije izveden u članku [3].

Konačan oblik konstante η_0 je

$$\eta_0 = \frac{2\langle r^4 \rangle}{\langle r^2 \rangle} \quad (37)$$

Koristeći η_0 dobiven (37) računane su ISGMR2 za izotope kositra.

1.7. Operatori za ISGMR i ISGMR2

Radijalni dio izoskalarnog monopolnog operatora iz (35) u slučaju niskih energija bio je oblika

$$V(r) = r^2 \quad (38)$$

Za slučaj operatora višeg reda $V(r)$ uzeta su dva oblika

$$V_{L=0}(r) = r^4 \quad (39)$$

$$V_{L=0}(r) = r^4 - \eta_0 r^2 \quad (40)$$

Relacija (40) nije zahtjevala velike promjene u programu (trebalo je samo promijeniti potenciju $r^2 \rightarrow r^4$). Relacija (40) je zahtjevala puno više rada; trebalo je dakle odrediti η_0 , što je učinjeno za svaku jezgru posebno.

1.8. Opis eksperimenta za određivanje ISGMR i ISGMR2

U zadnje vrijeme se rade eksperimenti gdje se gledaju ISGMR i ISGQR. Jezgre su pobuđene neelastičnim sudarom s α jezgrama. U lakim jezgrama otkriveno je da veliki dio čestičnog raspada fragmentiranih gigantskih rezonancija prolazi kroz direktne komponente. U srednje teškim i teškim jezgrama, otkriven je važni smjer raspada čestica i njihovo odvajanje od statističkih komponenti što predstavlja vrlo velik izazov za eksperiment. Za teške jezgre, emisija nabijenih čestica obje rezonancije (ISGMR i ISGQR) je jako potisnuta zbog kulonske barijere, pa dominira emisija neutrona u čestičnom kanalu raspada. Raspadom neutrona u gigantskim rezonancijama u ^{208}Pb pronađen je višak emitiranih neutrona s obzirom na račun statističkog modela u slučaju ISGMR, dok raspad ISGQR u potpunosti slijedi statističke komponente.

U eksperimentima čestičnog raspada interes istraživanja su kompresibilni modovi koji su povezani sa nuklearnom kompresibilnošću kroz direktnu relaciju sa energijama pobuđenja tih rezonancija. Pojedinačni pokusi neelastičnog α raspršenja su kontinuirano razvijeni da bi se dobile preciznije vrijednosti kompresibilnosti. Koriste se također i neelastična raspršenja protona i deuteronu. Ovakvi pokusi se nikad nisu radili na nestabilnim jezgrama. Naravno ono što se samo događa je predaja dijela energije projektila jezgri meti, pri tome ne dolazi do nuklearnih reakcija. Preciznost dobivanja kompresibilnih modova je bila motivirana zbog činjenice da su nam potrebne što točnije nuklearne jednadžbe stanja, naprimjer u modelima različitih astrofizičkih procesa ili u opisu reakcija teških iona. Istraživanja ISGMR su zadnjih godina sve intenzivnija. ISGMR je prvi put otkrivena 1977. godine. Prvi nedvosmislen dokaz za postojanje ISGDR je pronađen 1997. godine. Poteškoće su uzrokovala relativno slaba pobuđenja $3\hbar\omega$ ISGDR, koja su raspodijeljena sa relativno velikom širinom preklapanja što je jako podsjećalo na nuklearni kontinuum i nepreciznost mjernih uređaja. Štoviše, djelomično prekrivanje sa $3\hbar\omega$ oktopolnim rezonancijama (HEOR) na nižim energijama je dodatno pojačalo nesigurnosti. Vrlo malo je poznata ISGDR i njezina mikroskopska struktura. Jedini eksperimentalni rezultat i svojstva ^{208}Pb pri raspadima protona je prvi put dobiven 2003. godine. Eksperimentalno se ISGMR2 određuje tako da se raspršuju α čestice (jezgre helija He^4) na jezgri koja nas zanima. Prijenos impulsa mora biti velik jer je vjerojatnost pobuđenja ISGMR2 mala za dugovalna vanjska polja.

2. REZULTATI

2.1. Operator višeg reda u mikroskopskom modelu

U relaciji (40) je dakle trebalo odrediti η_0 za svaku pojedinu jezgru. η_0 je dobivena koristeći integral

$$\int \rho_{L=0}(r, \omega_{peak}) V_{L=0}(r) r^2 dr = 0 \quad (41)$$

U (41) je $V_{L=0}(r)$ zadan relacijom (40). $\rho_{L=0}(r, \omega_{peak})$ je prijelazna gustoća giantske rezonancije koja je energijski ovisna i uzeta je na energiji maksimuma funkcije snage za ISGMR. Prvo su računate prijelazne gustoće i funkcije prijelazne snage pomoću operatora (38) za ISGMR. Pronađeni je maksimum funkcije prijelazne snage i za dani maksimum očitana energija na kojoj se on nalazio. Sada je trebalo na toj energiji odrediti samu prijelaznu gustoću. Pošto su dobiveni rezultate prijelaznih gustoća na neekvidistantnim vrijednostima radijalne koordinate, trebalo je nekom metodom dobiti ekvidistantne vrijednosti i za njih odrediti prijelazne gustoće. To je učinjeno koristeći gotove funkcije spline i splint [14]. Tada su te ekvidistantne prijelazne gustoće iskorištene u (41) i određeni η_0 minimiziranjem vrijednosti integrala. Napravljena je petlja po η_0 gdje su se uvrštavale vrijednosti η_0 u (41) i pri tome se tražilo da taj integral bude što bliže vrijednosti 0. Kod detaljnijeg opisa rezultata se nalaze grafovi koji prikazuju vrijednost integrala (41) u ovisnosti o η_0 . Nakon što je precizno određena η_0 onda se koristi operator (40) i njime se dalje računa sve što je bilo potrebno za detaljnu analizu izoskalarnih giantskih monopolnih rezonancija.

U slučaju kada smo promatrali izotope ^{116}Sn – ^{132}Sn imali smo problema sa ovakvom metodom određivanja η_0 . Ovdje smo koristili i jednu drugu metodu određivanja η_0 . Sam tijek i usporedbu rezultata ćemo opisati detaljnije kasnije.

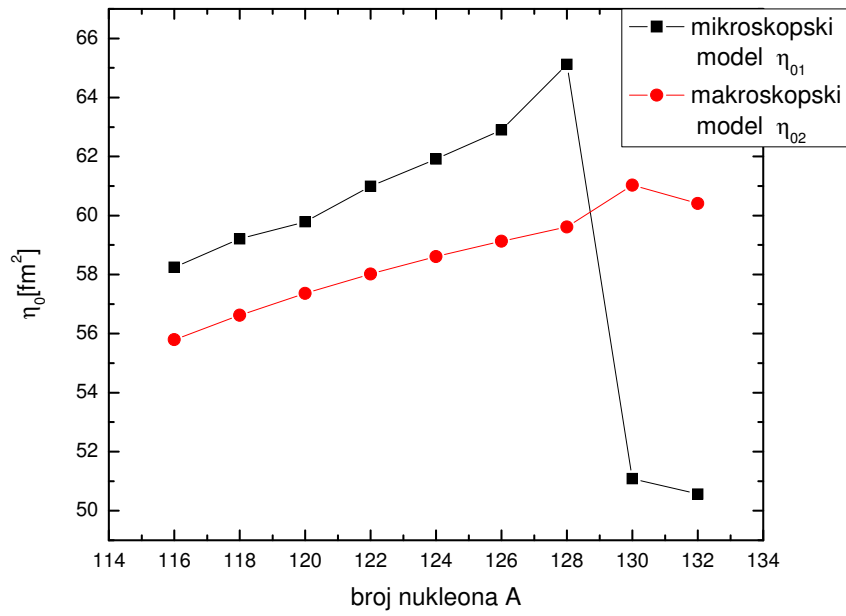
2.2. Operator za izotope ^{116}Sn – ^{132}Sn , usporedba dva modela

U tablici 3. su ispisane konstante η_0 za svaki pojedini izotop kositra. Primijenjene su dvije metode:

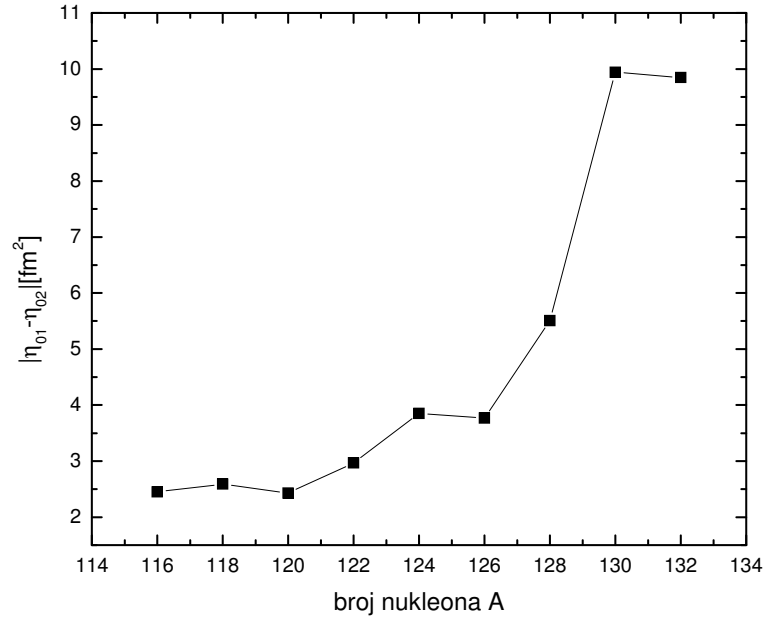
- a) mikroskopski račun zasnovan na RQRPA kako je prethodno objašnjeno
- b) makroskopski model [3]

Tablica 3. Prikaz svih izotopa kositra uzetih u obzir, određene konstante η_0 i to dobivene mikroskopskim računom η_{01} kao i one dobivene makroskopskim modelom η_{02} . Zadnji stupac prikazuje apsolutnu vrijednost razlike između dvije konstante određene na dva načina

Izotop	$\eta_{01}(fm^2)$ (mikroskopski model)	$\eta_{02}(fm^2)$ (makroskopski model)	$ \eta_{01} - \eta_{02} (fm^2)$
^{116}Sn	58.25	55.80	2.45
^{118}Sn	59.21	56.62	2.59
^{120}Sn	59.79	57.36	2.43
^{122}Sn	60.99	58.02	2.97
^{124}Sn	61.91	58.61	3.85
^{126}Sn	62.90	59.13	3.77
^{128}Sn	65.12	59.61	5.51
^{130}Sn	51.09	61.03	9.94
^{132}Sn	50.56	60.41	9.85



Slika 4. Ovisnost η_0 o broju nukleona za izotope $^{116}\text{Sn} - ^{132}\text{Sn}$



Slika 5. Ovisnost $|\eta_{01} - \eta_{02}|$ o broju nukleona A za izotope kositra, $^{116}\text{Sn} - ^{132}\text{Sn}$

Kako je vidljivo iz tablice 3. odnosno iz slike 4. jedan i drugi model rastu gotovo linearno do ^{130}Sn . Jezgre kositra ^{130}Sn i kositra ^{132}Sn odstupaju od linearnosti kod mikroskopskog modela. To bi se i očekivalo kako se približavamo dvostruko zatvorenim ljuskama. No slika 4. pokazuje kako je odstupanje tih jezgara vrlo veliko i to za otprilike $|\eta_{\text{Sn}^{130}} - \eta_{\text{Sn}^{128}}| \sim 14 \text{ fm}^2$.

S druge strane odlučili smo za izotope kositra izračunati η_0 određen modelom kapljice, tj. makroskopskim modelom. Iz tablice 3. i slike 4. vidimo da dolazi do određenog odstupanja η_0 i to samo za jezgru ^{130}Sn . Pitanje je sada koliko je i taj model dobar za dvostruko zatvorene ljuske. Naime očekivalo bi se s obzirom na svojstva dvostruko zatvorenih ljusaka da bi trebali dobiti neko odstupanje jezgre ^{132}Sn od linearnog modela. Ako pogledamo sliku 4. vidimo da je η_0 te jezgre gotovo linearna s ostalim jezgrama izotopa kositra (osim ^{132}Sn). Model kapljice ne uključuje strukturu ljusaka, pa je stoga ovisnost η_0 u izotopnom lancu kontinuirana.

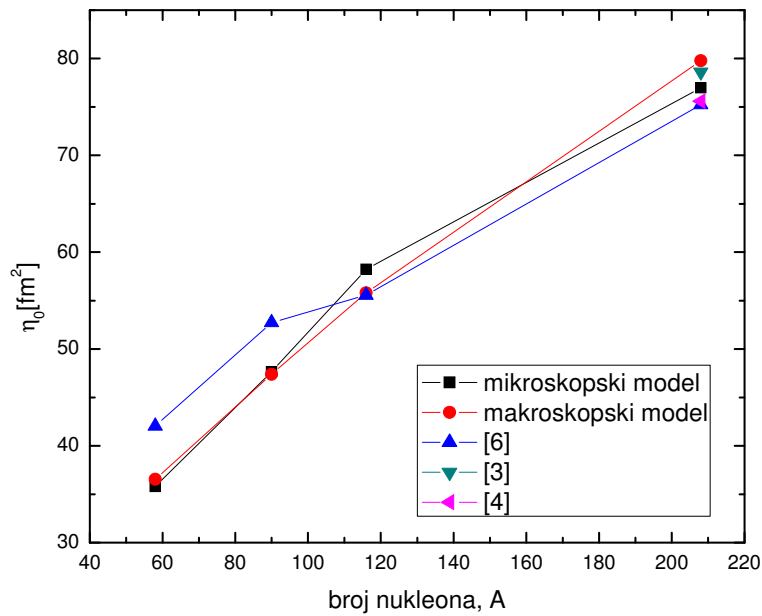
Slika 5. prikazuje apsolutnu vrijednost razlike η_0 za pojedinu jezgru. Vidljivo je prvo lagano povećanje te vrijednosti do jezgre ^{126}Sn . Nakon nje dolazi do velikog porasta promatrane veličine na gotovo $|\eta_{01} - \eta_{02}| \sim 10 \text{ fm}^2$ što je razumljivo iz slike 4. odnosno činjenice naglog pada η_0 za zadnje dvije jezgre kositra.

2.3. Usporedba operatora sa teorijskim člancima za različite jezgre

Dakle izbor jezgara koje su korištene nije bio slučajan. Pošto sam dobio par članaka u kojima je također određena η_0 za neke jezgre, ali gdje je model drugačiji, odlučio sam uzeti neke od tih jezgara kako bih mogao usporediti η_0 koje sam dobio sa onima iz drugih radova. Tablica 4. prikazuje η_0 dobivene mikroskopskim i makroskopskim modelom na dva različita načina te onih dobivenih u drugim teorijskim radovima.

Tablica 4. Usporedba RQRPA (mikroskopskih) i makroskopskih η_0 sa različitim teorijskim člancima

Jezgra	$\eta_0 (fm^2)$ mikroskopski	$\eta_0 (fm^2)$ makroskopski	$\eta_0 (fm^2)$ [6]	$\eta_0 (fm^2)$ [3]	$\eta_0 (fm^2)$ [4]
^{58}Ni	35.80	36.54	42.04	-	-
^{90}Zr	47.67	47.39	52.75	-	-
^{116}Sn	58.25	55.80	55.57	-	-
^{208}Pb	76.99	79.76	75.25	78.6 (68.3)	75.6



Slika 6. Usporedba η_0 dobivena pomoću dva modela sa radovima [6], [3] i [4] za jezgre

^{58}Ni , ^{90}Zr , ^{116}Sn i ^{208}Pb

Ovdje treba napomenuti da su radovi [4] i [6] rađeni polumikroskopskim pristupom baziranim na aproksimaciji slučajnih faza sa kontinuumom (CRPA) dok [3] koristi poluklasičnu aproksimaciju dinamike fluida i Hartree-Fock baziranu aproksimaciju slučajnih faza (RPA). U tablici je za ^{208}Pb u [3] u zagradi dodana još jedna vrijednost η_0 koja je dobivena makroskopskim modelom u tom radu. Rezultati dobiveni mikroskopski se najbolje podudaraju za jezgru olova ^{208}Pb .

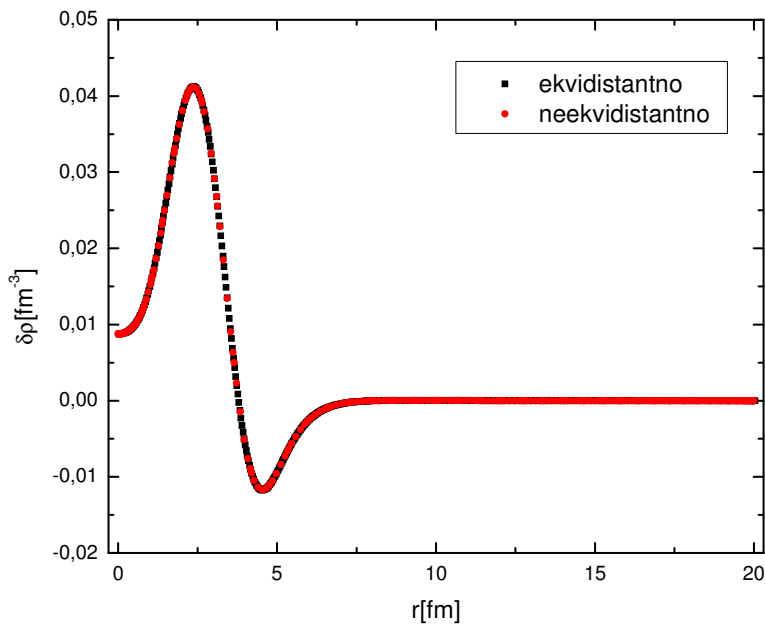
Makroskopski model za olovo jedini jako odskake od ostalih rezultata. Uspoređujući rezultate za jezgru ^{116}Sn vidi se da je makroskopski dobiven rezultat jako blizu rezultatu iz [6], dok mikroskopski model daje malo višu vrijednost. Lakše jezgre daju η_0 dobivene makroskopskim i mikroskopskim modelom dosta slične, uspoređujući te rezultate sa [6] dolazi do bitnog odstupanja od $5-6\text{ fm}^2$. Znači model CRPA daje dosta više rezultate od naše RQRPA. Slika 6. prikazuje ovisnost η_0 o broju nukleona (A).

Budući da su različiti modeli zasnovani na različitim efektivnim interakcijama, onda je razumno očekivati da postoje odstupanja u vrijednosti η_0 . Kao što možemo vidjeti iz gore prikazanih rezultata, ta odstupanja općenito nisu značajna.

2.4. Pobuđenja višeg reda za različite jezgre

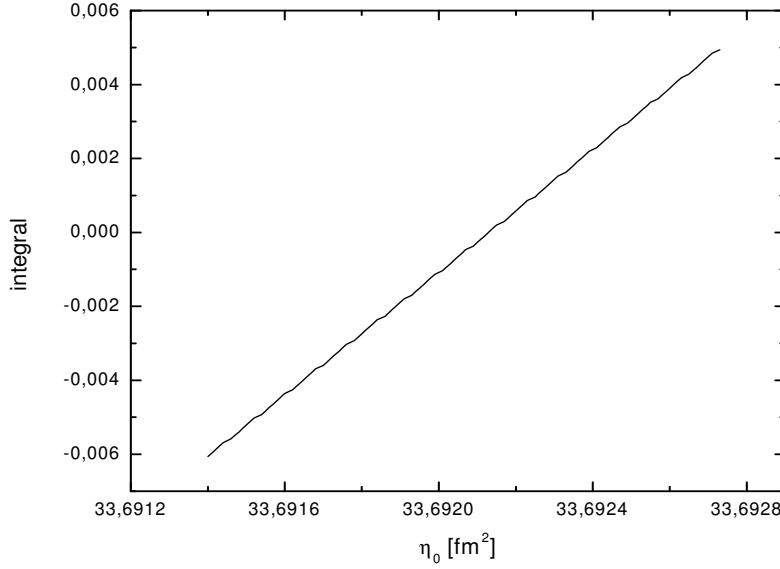
2.4.1. Kalcij 48 , ^{48}Ca

Prvo se opisuje jezgra kalcija sa obje zatvorene ljuske. Ona dakle ima 20 protona i 28 neutrona. Prvo su iz prijelaznih gustoća na neekvidistantnim vrijednostima radijalne koordinate dobivene ekvidistantne točke i onda na njima odgovarajuće prijelazne gustoće. Slika 7. prikazuje neekvidistantne i ekvidistantne vrijednosti radijalne koordinate i pripadne prijelazne gustoće.



Slika 7. Prikaz prijelaznih gustoća za ekvidistantne i neekvidistantne vrijednosti radijalne koordinate za jezgru ^{48}Ca

Prethodno opisanim postupkom u poglavlju 2.1. smo određivali η_0 .

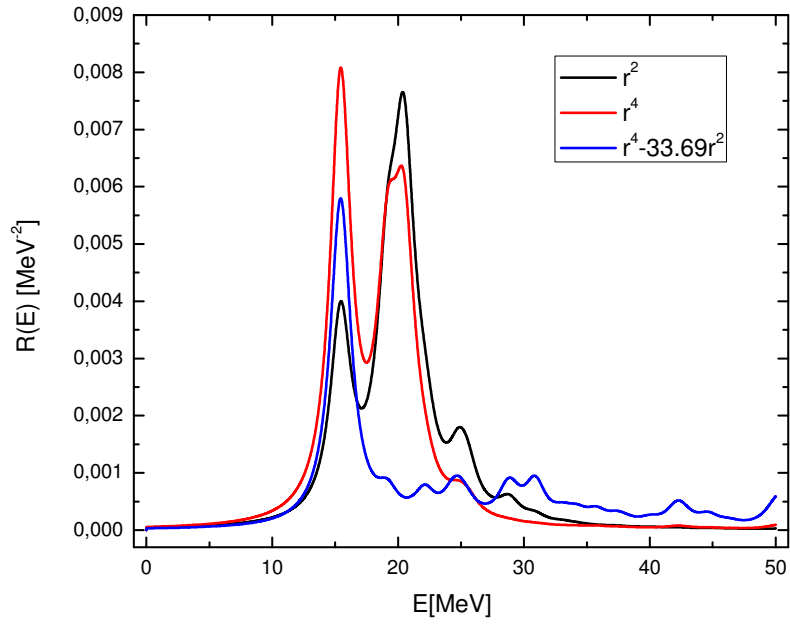


Slika 8. Ovisnost integrala (41) o η_0 za jezgru ^{48}Ca

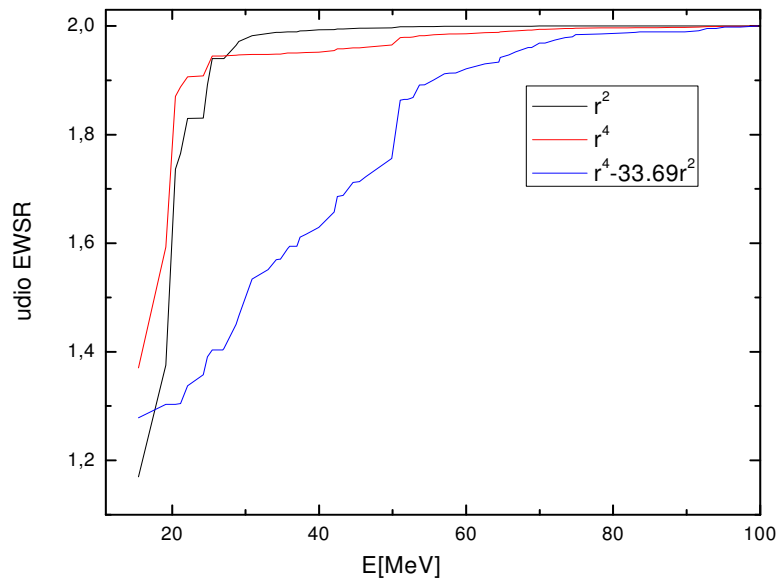
Iz slike 8. se vidi da je ovisnost integrala (41) o konstanti η_0 linearna. Iz same slike 8. se može očitati vrijednost η_0 kada je integral jednak 0. Sada kada je određena η_0 za ^{48}Ca može se dalje računati relativna funkcija prijelazne snage. Ona je dobivena tako da se funkcija prijelazne snage $S(E)$ dijelila sa EWSR. Prikazana je na slici 9. za ISGMR na niskim energijama i ISGMR2 na visokim energijama. Operatori korišteni za ISGMR (38) i ISGMR2 (40) i (40) su opisani u poglavlju 1.8.

Iz slike 9. je vidljivo da imamo dva maksimuma za ISGMR odnosno za operator (38), r^2 . Niži je na energiji 15.46 MeV-a, dok se viši nalazi na energiji 20.36 MeV-a. Za ISGMR2 za operator (40), r^4 , imamo također dva maksimuma na istim energijama, ali kako je vidljivo sada je prvi vrh viši u odnosu na drugi. Operator (40), $r^4 - 33.69r^2$, ima prvi vrh na istoj energiji kao i ISGMR, dakle na 15.46 MeV-a, ali je ovdje značajno rezanje drugoga vrha kojega ustvari ni nema.

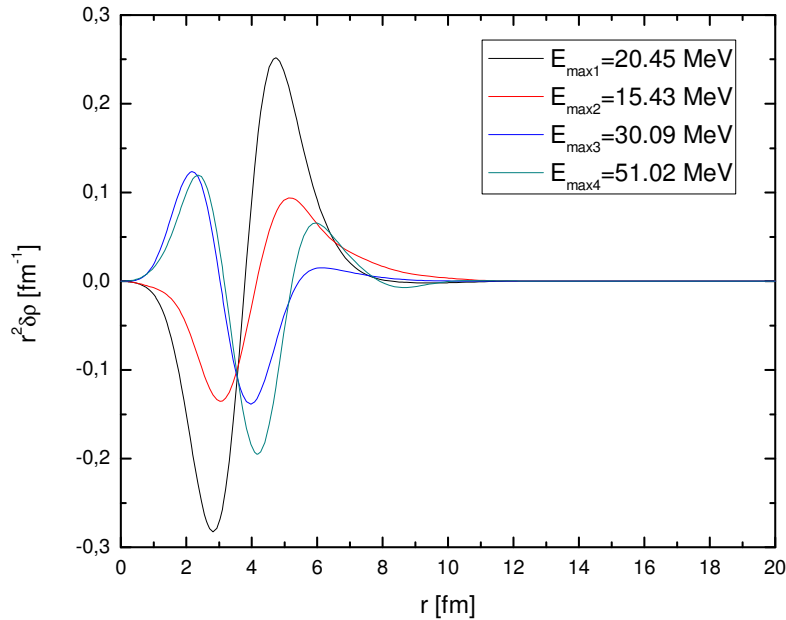
Slika 10. prikazuje ovisnost udjela EWSR o energiji. Vidljivo je da udjeli EWSR naglo rastu za izoskalarni monopolni operator niskih energija pobuđenja, ali kako se koriste operatore višeg reda, EWSR raste sporije sa energijom. Najmanji rast je za operator (40), $r^4 - 33.69r^2$, što je lijepo vidljivo iz slike 10., jer je u tom slučaju većina prijelazne snage na nižim energijama uklonjena.



Slika 9. Ovisnost relativne funkcije prijelazne snage za ^{48}Ca za ISGMR (operator r^2) te ISGMR2 (operatori r^4 i $r^4 - 33.69r^2$)



Slika 10. Ovisnost udjela EWSR o energiji za jezgru ^{48}Ca

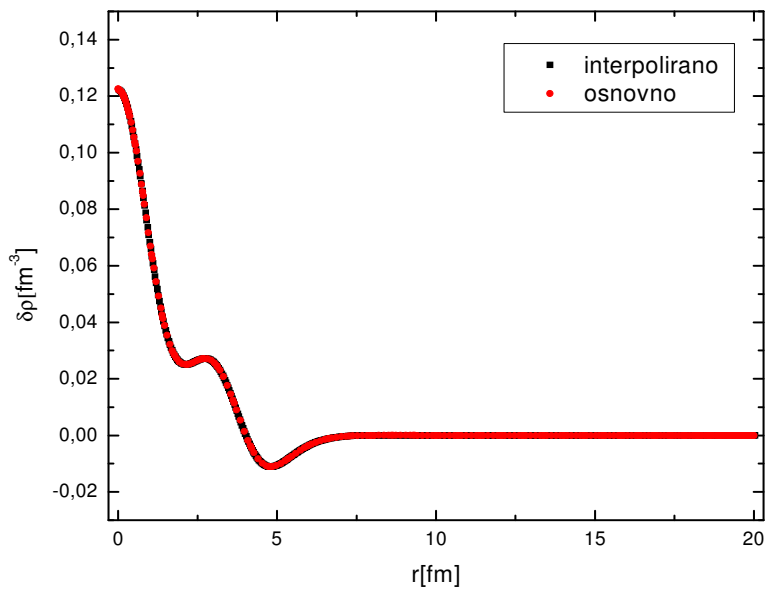


Slika 11. Prijelazne gustoće množene sa kvadratom radijalne koordinate računate za različite energije vrhova za operator r^2 , ($E_{\max 1}$), te za operator $r^4 - 33.69r^2$, ($E_{\max 2,3,4}$)

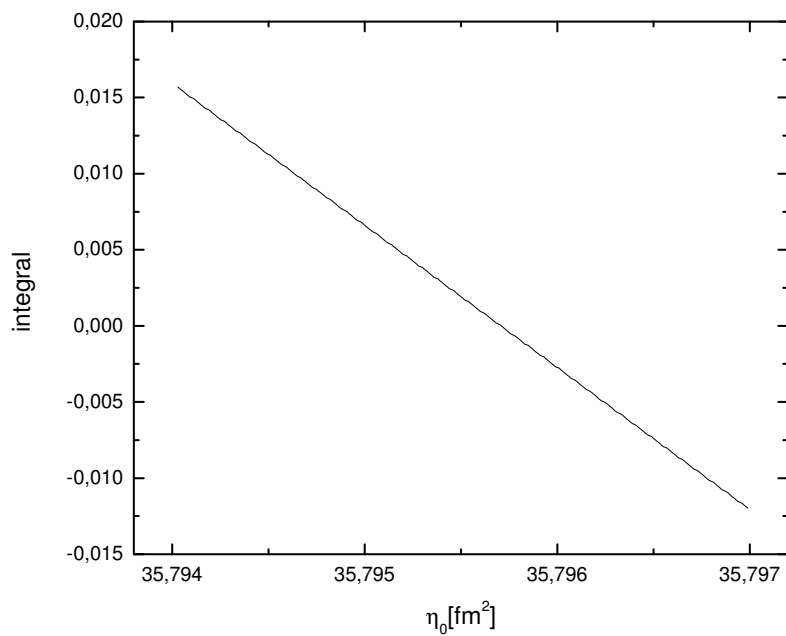
Slika 11. prikazuje dakle prijelaznu gustoću množenu sa kvadratom radijalne koordinate za nekoliko značajnijih vrhova pobuđenja. Vidljivo je da se samo jedan čvor nalazi na energijama $E_{1maks} = 20.45 MeV$ i $E_{2maks} = 15.43 MeV$ za operatore r^2 i $r^4 - 33.69r^2$. Na energijama $E_{3maks} = 30.09 MeV$ i $E_{4maks} = 51.02 MeV$ se nalaze po dva čvora koja se na manjoj vrijednosti radijalne koordinate gotovo podudaraju.

2.4.2. Nikal 58, ^{58}Ni

Jezgra nikla 58, ^{58}Ni , ima samo jednu zatvorenu ljusku i to protonsku. Ova jezgra ima 28 protona i 30 neutrona. Prvo je opet napravljena interpolacija prijelazne gustoće jer je program dao rezultate na neekvidistantnim udaljenostima. Na slici 12. su prikazane polazne vrijednosti koje su dobivene osnovno i na to su onda dodane interpolirane vrijednosti.

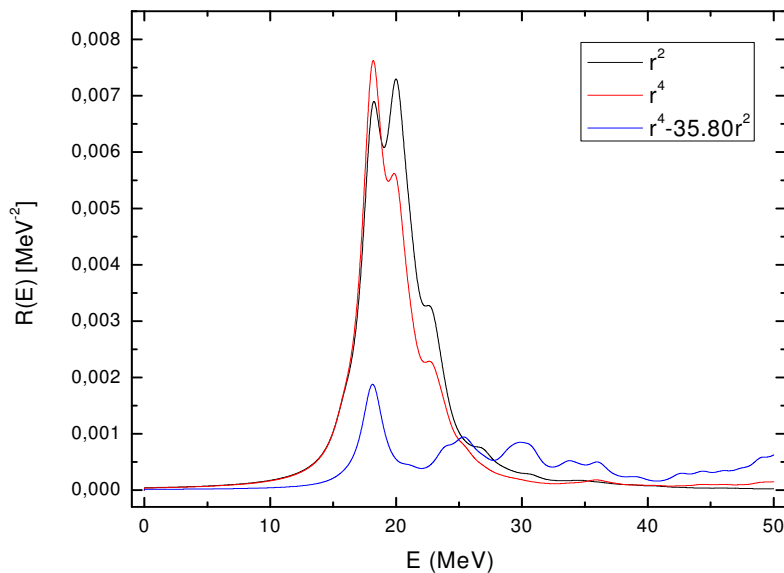


Slika 12. Izgled prijelazne gustoće u ovisnosti o radijalnoj koordinati za ^{58}Ni



Slika 13. Prikaz ovisnosti integrala (41) o konstanti η_0 za ^{58}Ni

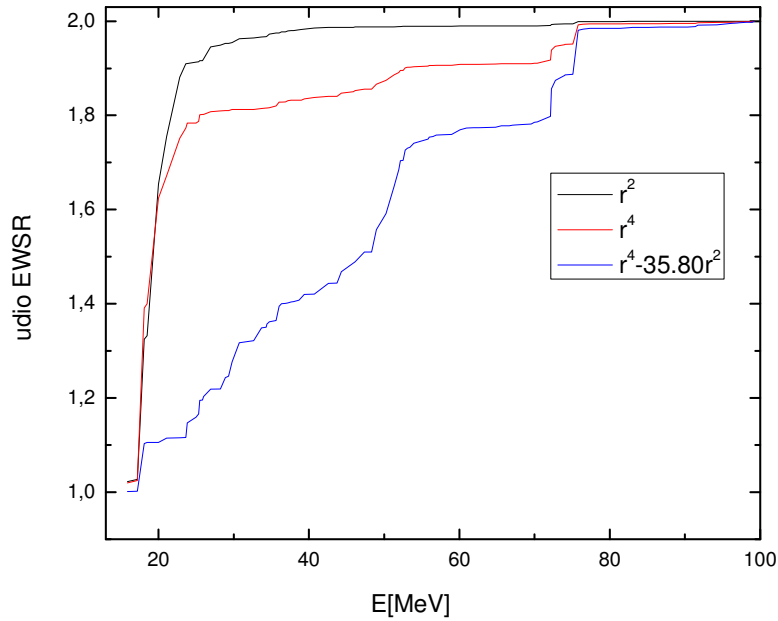
Za ovu je jezgru također pomoću relacije (41) nađena η_0 pa se na slici 13. vidi opet kako se linearno mijenja integral u ovisnosti o η_0 . Optimalni $\eta_0 = 35.80 \text{ fm}^2$.



Slika 14. Ovisnost relativne funkcije prijelazne snage za ^{58}Ni za ISGMR (operator r^2) te ISGMR2 (operatori r^4 i $r^4 - 35.80r^2$)

Slika 14. prikazuje relativnu funkciju prijelazne snage za sva tri operatora. Vidi se da za operator (38), r^2 , daje dva maksimuma funkcije prijelazne snage na energijama 18.24 i 20.00 MeV-a. Operator (40), r^4 , malo poveća prvi maksimum dok drugog smanji. Operator (40), $r^4 - 35.80r^2$, znatno smanjuje visinu maksimuma, te povećava snagu na višim energijama gdje se nalazi još nekoliko minimuma od kojih su dva veća na 25.35 MeV i 29.88 MeV.

Slika 15. prikazuje kako se udio EWSR ponaša sa energijom za svaki operator. Vidimo kako udio EWSR naglo raste za ISGMR (operator 38) na niskim energijama, dok sporo raste za ISGMR2 (operatori (40), r^4 i (40), $r^4 - 35.80r^2$).

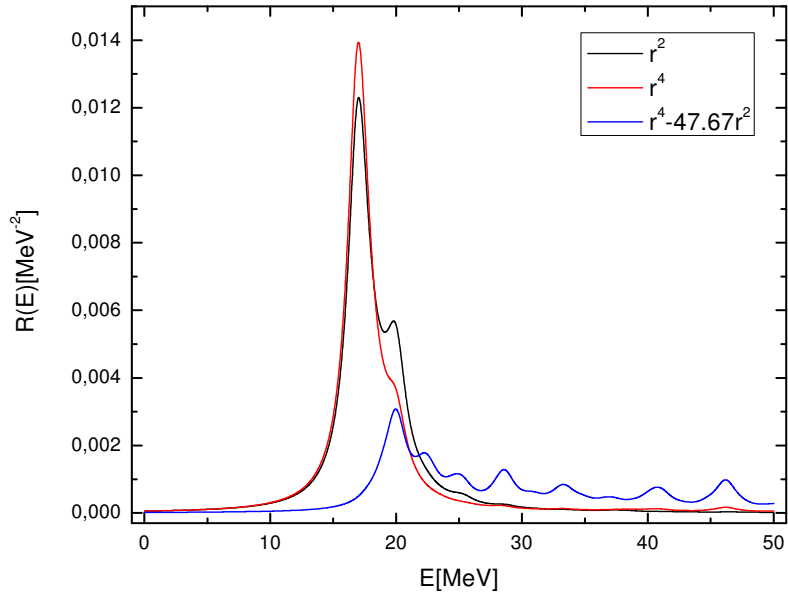


Slika 15. Ovisnost udjela EWSR o energiji za jezgru ^{58}Ni

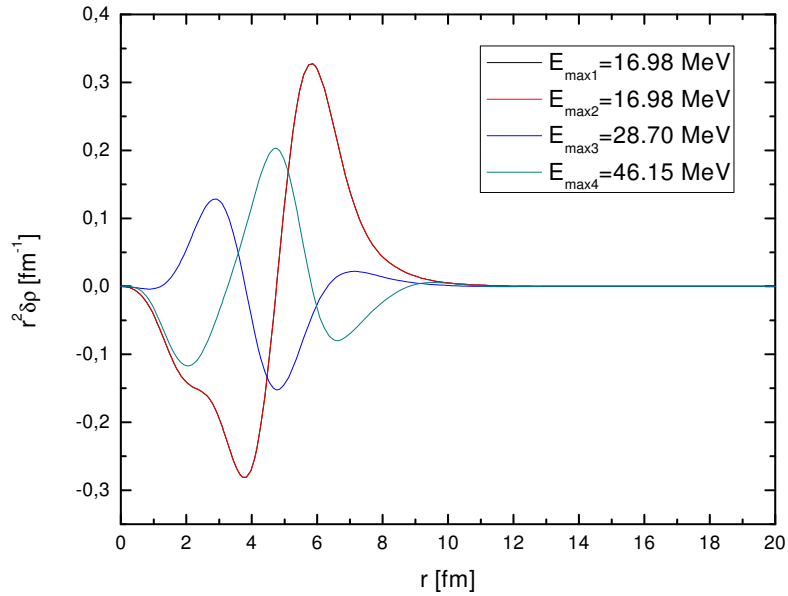
2.4.3. Cink 90 , ^{90}Zn

Jezgra cinka ima 40 protona i 50 neutrona. Postupak određivanja η_0 je bio isti kao i kod prethodnih jezgara. Opet su korišteni operatori (38), (40) i (40) spomenuti u poglavlju 1.8. Dobivena je $\eta_0 = 47.67 \text{ fm}^2$.

Maksimum funkcije prijelazne snage za operator (38), r^2 je na energiji od 17 MeV-a i jedan manji na energiji 19.78 MeV-a (slika 16). Za ISGMR2 operator (40), r^4 , daje samo jedan vrh na istoj energiji kao i ISGMR, ali malo viši, dok drugi vrh nestaje. Operator (40), $r^4 - 47.67r^2$, reže snagu tog vrha na minimum, ali pojačava snagu drugog minimuma iz ISGMR. Naravno on je dosta manji od operatora (38), r^2 , a kako vidimo na slici 16. prijelazna snaga se raspodijelila na višim energijama gdje se nalazi još jedno šest manjih maksimuma od kojih su tri najveća maksimuma su na energijama 19.97 , 28.57 i na 46.18 MeV-a.



Slika 16. Relativna funkcija prijelazne snage za ^{90}Zr za ISGMR (operator r^2) te ISGMR2 (operatori r^4 i $r^4 - 47.67r^2$)

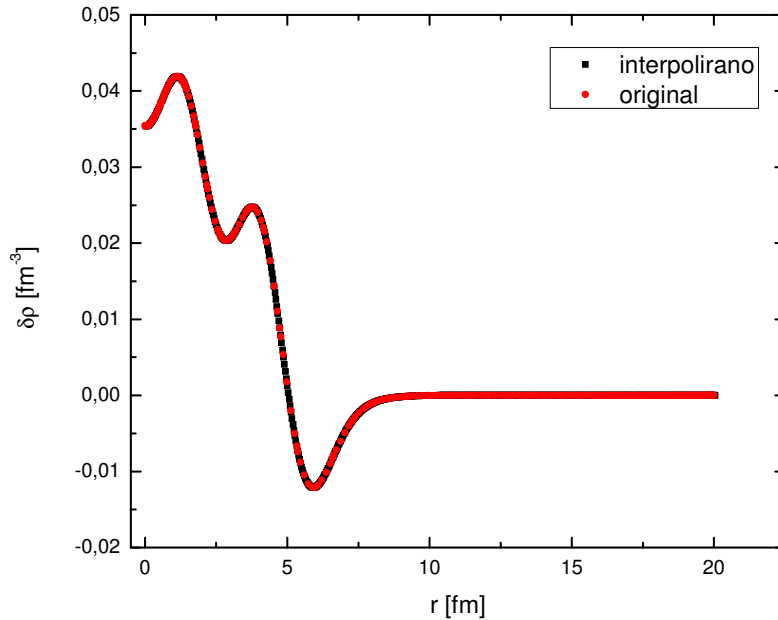


Slika 17. Prijelazne gustoće množene s kvadratom radijalne koordinate računate za različite energije vrhova za operator r^2 ($E_{\max 1}$), te za operator $r^4 - 47.67r^2$ ($E_{\max 2,3,4}$) za jezgru ^{90}Zr

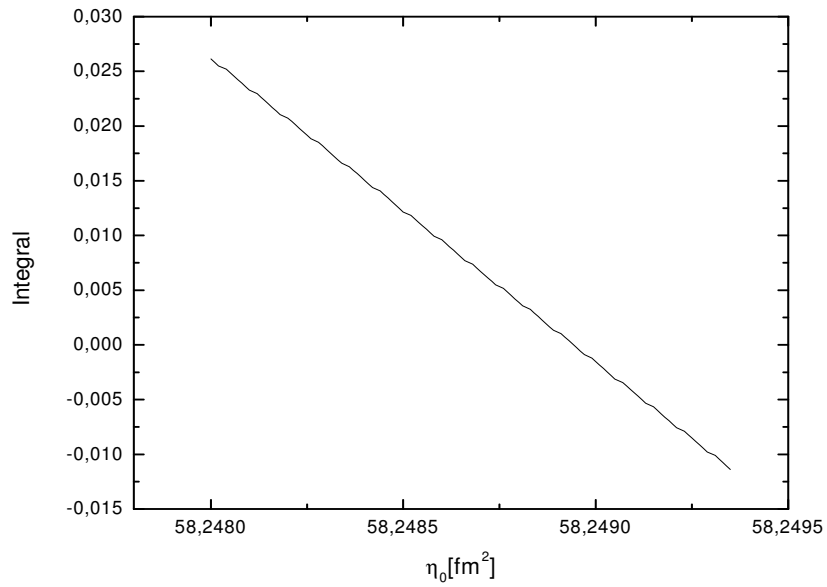
Kako se vidi iz slike 17. prijelazna gustoća za različite energije vrhova za operator (38), r^2 , te za operator (40), $r^4 - 47.67r^2$. Prve dvije energije se u potpunosti preklapaju i imaju jedan čvor koji se nalazi unutar jezgre. Radijalna ovisnost gustoće je usko povezana sa prijelaznom gustoćom za ISGMR niskih energija.

2.4.4. Kositar 116, ^{116}Sn

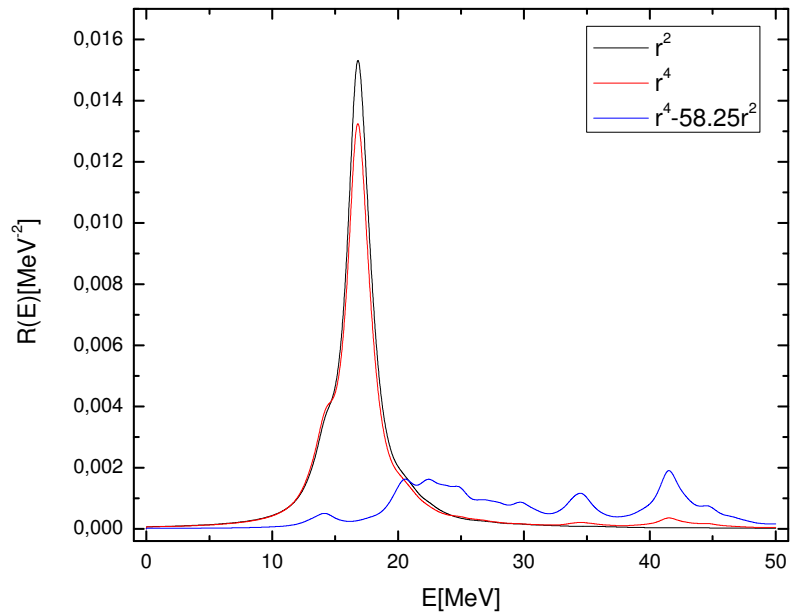
Slika 18. prikazuje originalne vrijednosti prijelaznih gustoća te interpolirane gustoće. Nadalje se nalazi i integral (41) u ovisnosti o η_0 . Dobivena je $\eta_0 = 58.25 \text{ fm}^2$. Nakon što je određena η_0 opet smo pomoću sva tri operatora (38), (40) i (40) računali relativne funkcije prijelazne snage i to prikazali na slici 20. Slika 21. prikazuje istu stvar samo što se tu koristi $\eta_0 = 55.80 \text{ fm}^2$ koja je dobivena modelom kapljice odnosno makroskopskim modelom.



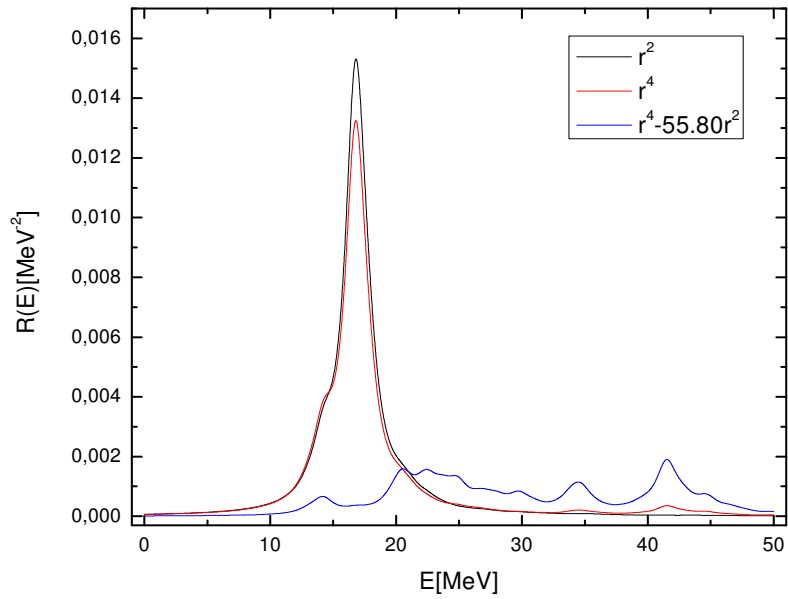
Slika 18. Ovisnost prijelazne gustoće o radijalnoj koordinati za ^{116}Sn



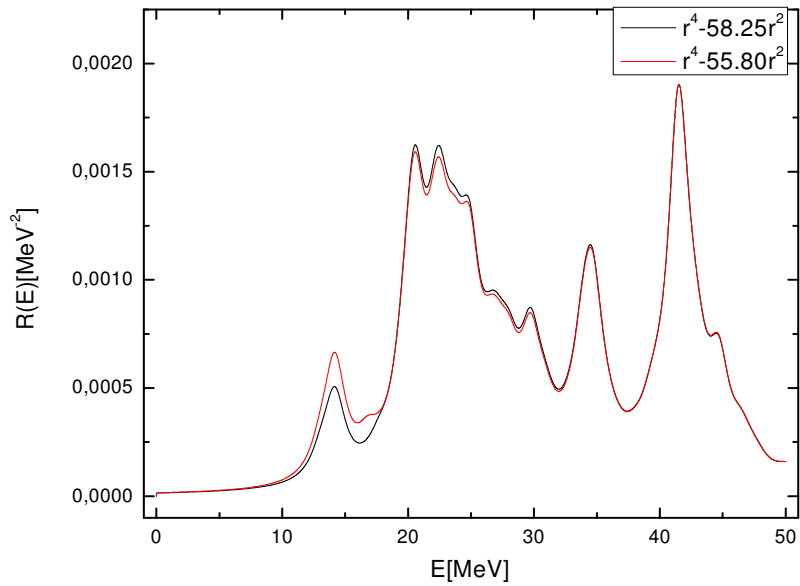
Slika 19. Ovisnost integrala (41) o η_0 za ^{116}Sn



Slika 20. Relativna funkcija prijelazne snage za ^{116}Sn za ISGMR (operator r^2) te ISGMR2 (operatori r^4 i $r^4 - 58.25r^2$)



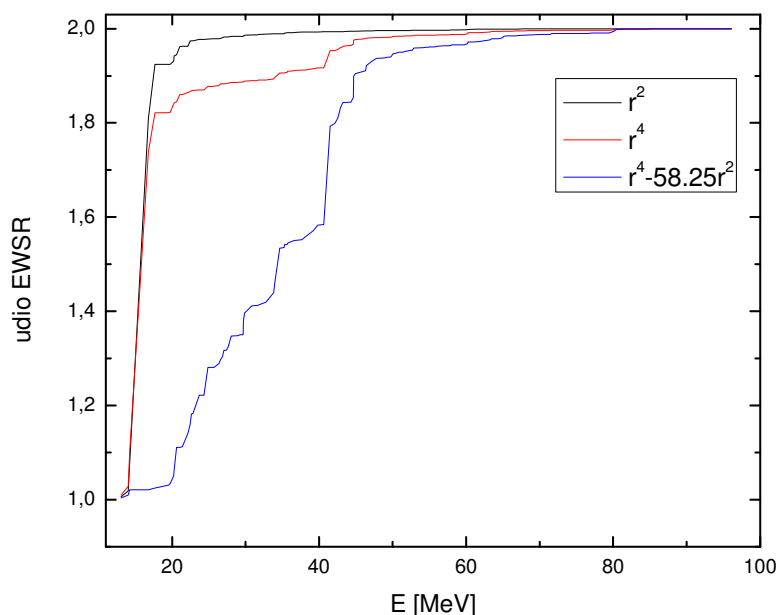
Slika 21. Relativna funkcija prijelazne snage za ^{116}Sn za ISGMR (operator r^2) te ISGMR2 (operatori r^4 i $r^4 - 55.80r^2$)



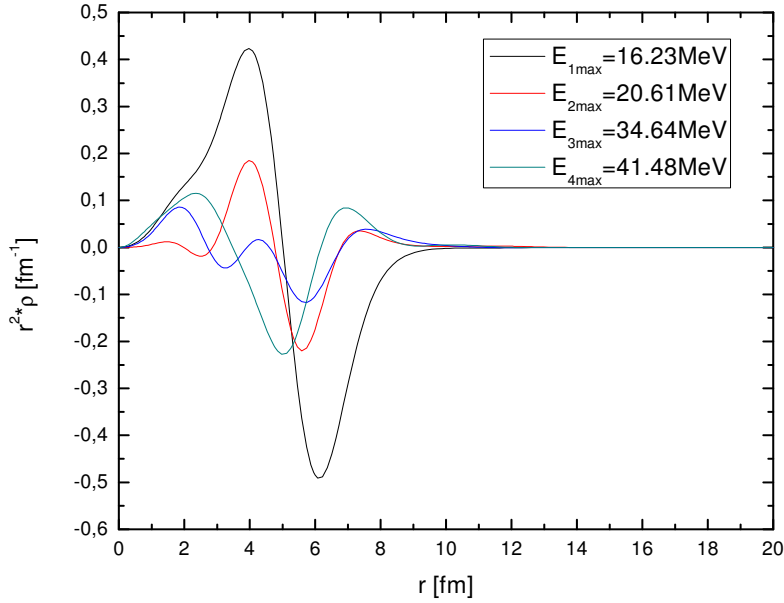
Slika 22. Relativna funkcija prijelazne snage ^{116}Sn za u ovisnosti o energiji za dva različita operatora mikroskopski određen ($r^4 - 58.25r^2$) te makroskopski određen ($r^4 - 55.80r^2$)

Na obje slike 20. i 21. maksimumi za operatore (38) i (40) nalaze se na istoj energiji od 16.81 MeV. Kao što se vidi operator (40) ima još jedan mali maksimum na energiji 41.53 MeV-a. Opet operatori (40), $r^4 - \eta_0 r^2$ sa dvije različite η_0 imaju maksimume na istim energijama. Umjesto glavnog maksimuma ISGMR prijelazna snaga je raspodijeljena na više manjih maksimuma. Slika 22. prikazuje usporedbu dva (40) operatora. Vidimo na toj slici da se operatori razlikuju do otprilike 35 MeV-a, a nakon toga se u potpunosti preklapaju. Što se tiče broja maksimuma on je jednak i ima šest većih vrhova. Njihovi položaji su za oba ISGMR2 operatora jednaka.

Slika 23. opisuje ovisnost udjela EWSR o energiji. Vidimo da se ta ovisnost ponaša jednako kao i za ostale dosad promatrane jezgre. Tu se zbog sličnosti operatora (40), $r^4 - \eta_0 r^2$ koristi $\eta_0 = 58.25 \text{ fm}^2$, onaj dobiven mikroskopskim modelom.



Slika 23. Ovisnost udjela EWSR-a o energiji za tri različita operatora za ^{116}Sn



Slika 24. Ovisnost prijelazne snage množene s r^2 o radijalnoj koordinati r za jezgru ^{116}Sn

Slika 24. prikazuje prijelaznu gustoću na energijama maksimuma za pojedine operatore.

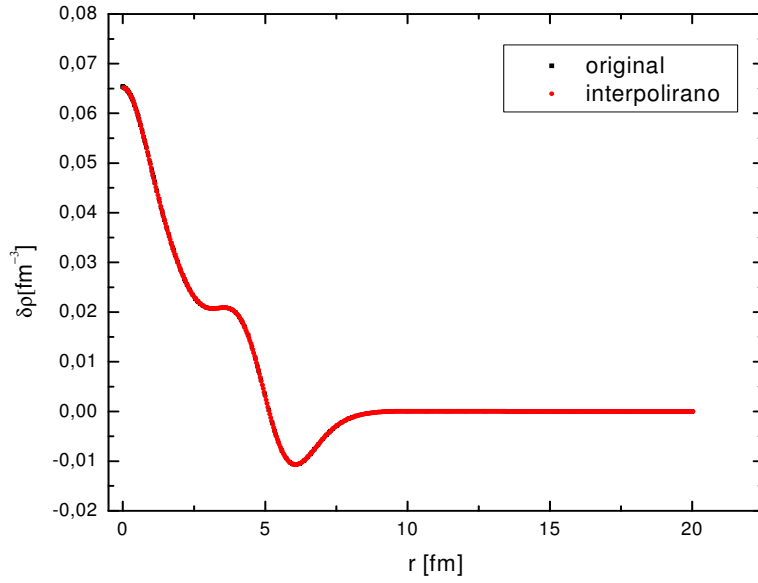
2.4.5. Kositar 132, ^{132}Sn

Jezgra kositra 132 ima dvostruko zatvorene ljuske, dakle 50 protona i 82 neutrona. Slika 25. pokazuje kako je interpolacijom određena prijelazna gustoća koja se zatim koristi za dobivanje η_0 .

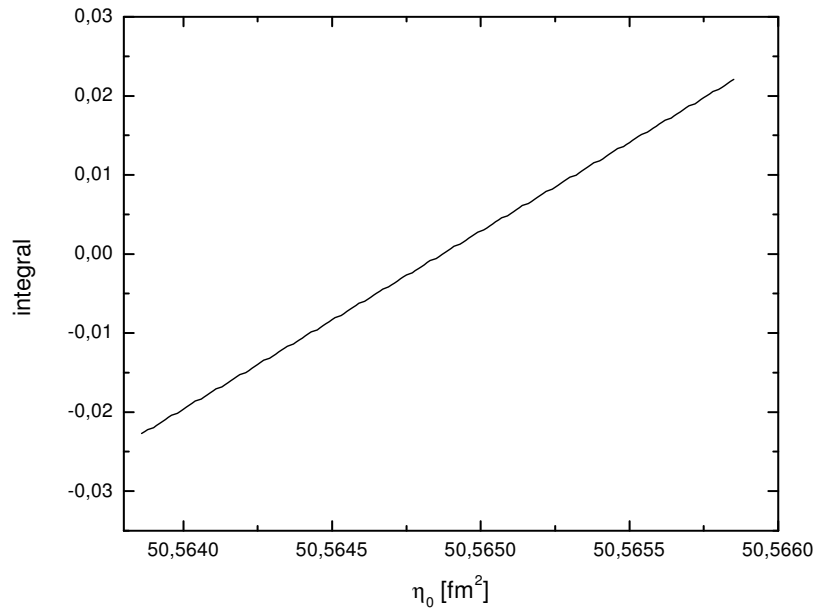
Iz slike 26. može se očitati η_0 koja daje vrijednost integrala približno jednaku nuli, te se dalje ta vrijednost koristi u računu relativne funkcije prijelazne snage operatorom (40). Mikroskopski račun daje $\eta_0 = 50.57 \text{ fm}^2$. Makroskopski određena η_0 ima vrijednost 60.41 fm^2 .

Slike 27. i 28. pokazuju relativnu funkciju prijelazne snage za ^{132}Sn . Razlika među njima je u tome da se na sl. 27. u operatoru (40) koristi $\eta_0 = 50.57 \text{ fm}^2$ dobivenu mikroskopskim modelom, dok se na sl. 28. je taj $\eta_0 = 60.41 \text{ fm}^2$ dobiven makroskopski.

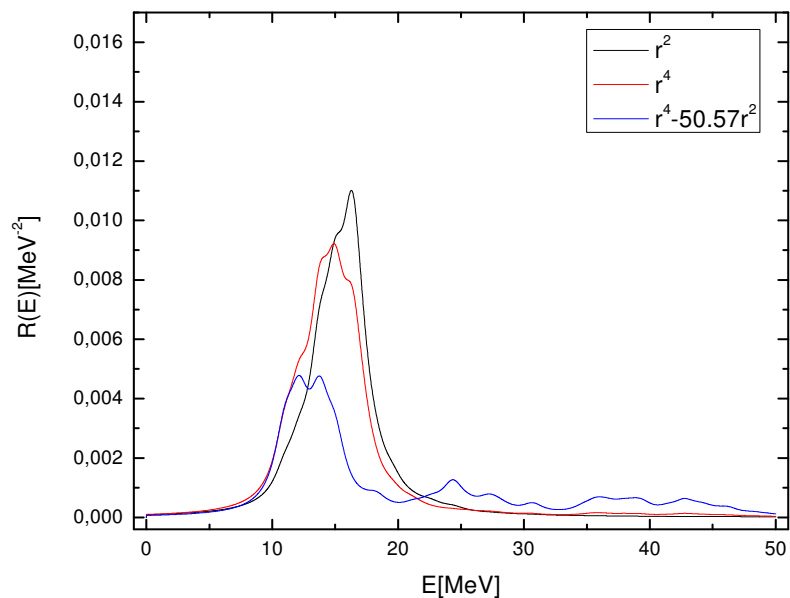
Slika 29. pokazuje detaljnije razliku između relativnih funkcija snage za operator (40) gdje je η_0 određena makroskopski i mikroskopski.



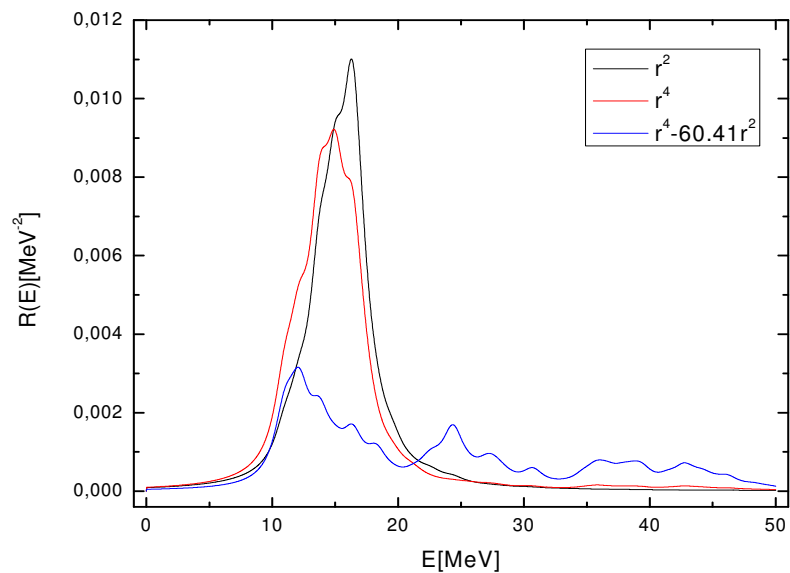
Slika 25. Prikaz interpoliranih vrijednosti prijelazne gustoće ISGMR za ^{132}Sn



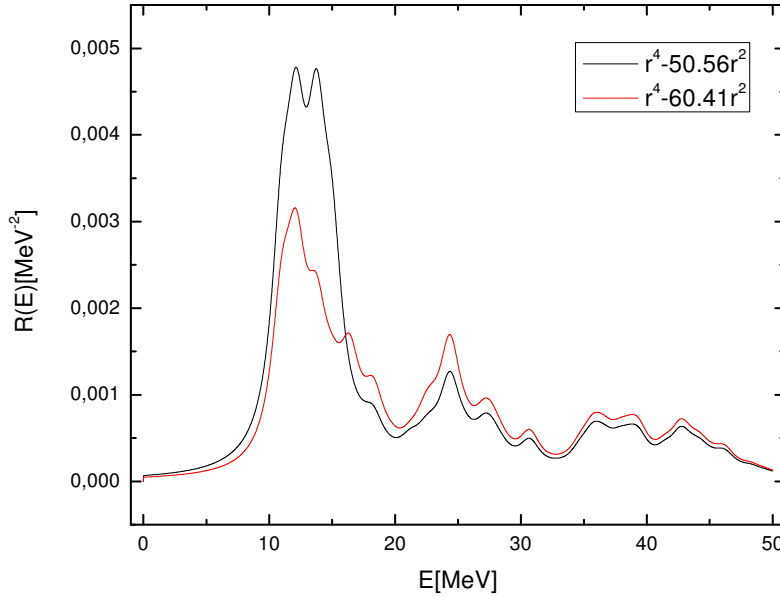
Slika 26. Ovisnost integrala (41) o η_0 za ^{132}Sn



Slika 27. Relativna funkcija prijelazne snage za ^{132}Sn za ISGMR (operator r^2) te ISGMR2 (operatori r^4 i $r^4 - 50.57r^2$), η_0 određena mikroskopski



Slika 28. Relativna funkcija prijelazne snage za ^{132}Sn za ISGMR (operator r^2) te ISGMR2 (operatori r^4 i $r^4 - 60.41r^2$), η_0 određena makroskopski

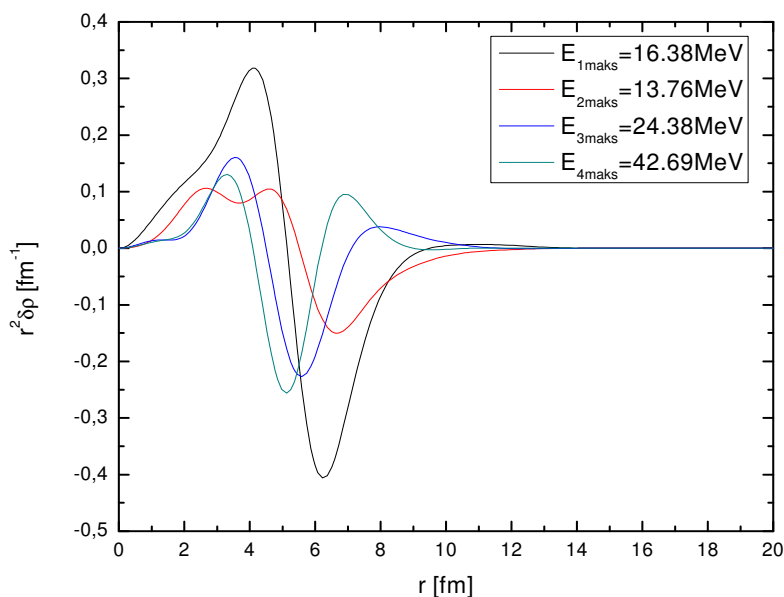


Slika 29. Relativna funkcija prijelazne snage za operator (40) (η_0 određene makroskopski [$\eta_0 = 60.41 fm^2$] i mikroskopski [$\eta_0 = 50.57 fm^2$]), jezgra ^{132}Sn

Operator (38) daje maksimum relativne funkcije prijelazne snage $R(E)$ na energiji od 16.30 MeV-a. Kako je vidljivo iz slika 27., 28. operator (40) daje malo nižu vrijednost relativne funkcije prijelazne snage te se maksimum nalazi na nižoj energiji od 14.90 MeV-a. Može se zamijetiti također da je poluširina maksimuma dobivenog operatorom (40) nešto veća od one dobivene (38).

Kako bi lakše vidjeli razlike između dva modela, mikroskopskog i makroskopskog, prikazana je slika 29. za dva odgovarajuća operatora. Tu se može primjetiti da mikroskopski model daje dva maksimuma otprilike jednakih visina koji se nalaze jako blizu jedan drugome na energijama $E_{1maks} = 12.10 MeV$ i $E_{2maks} = 13.72 MeV$. Oni su dosta viši od onih dobivenih makroskopski. Još jedan izraženiji maksimum na energiji $E_{3maks} = 24.35 MeV$ no on je uspoređujući s prva dva dosta manji. Makroskopski model daje maksimume na $E_{1makr} = 12.07 MeV$ što je na otprilike istoj energiji kao i E_{1maks} , ali na mjestu E_{2maks} nema maksimuma makroskopskog modela. Dakle tu se relativna funkcija prijelazne snage bitno smanjila. To se prvenstveno vidi na području E_{3maks} koji se podudara sa makroskopskim modelom, ali je relativna funkcija prijelazne snage za ovaj model dosta više od prethodne.

To odstupanje se može lako objasniti ako malo pogledamo operator (40). Vidimo da što je veća η_0 to će relativna funkcija prijelazne snage na niskim energijama imati niži maksimum. Taj maksimum u relativnoj funkciji prijelazne snage se ustvari povećanjem η_0 prenosi na više energije te stoga u području viših energija relativna funkcija snage raste.

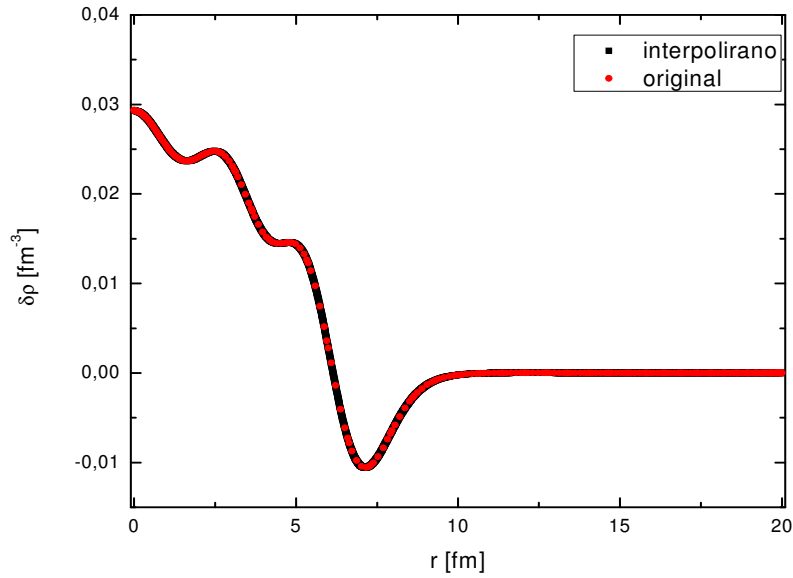


Slika 30. Ovisnost prijelazne gustoće množene sa r^2 o radijalnoj koordinati r za ^{132}Sn

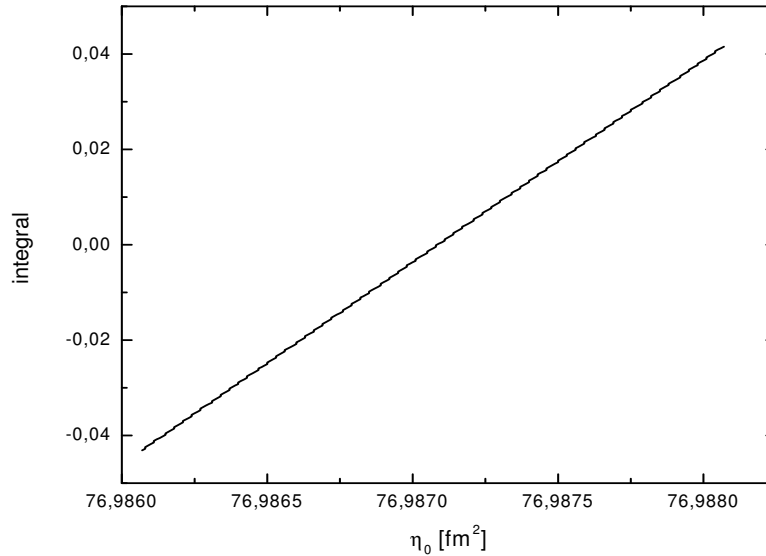
Slika 30. pokazuje ovisnost prijelazne gustoće množene s r^2 o radijalnoj koordinati r za pojedine energije maksimuma. Prve dvije energije imaju jedan čvor. Za energiju $E_{2maks} = 13.76 \text{ MeV}$ postoji malo odstupanje i to na prvome čvoru. Na mjestu gdje bi trebao biti maksimum nalazi se takozvani lokalni minimum. S druge strane vidimo da više energije imaju po dva čvora.

2.4.6. Olovo 208, ^{208}Pb

Na slici 31. se nalaze vrijednosti prijelaznih gustoća neekvidistantnih udaljenosti i vrijednosti prijelaznih gustoća na ekvidistantnim udaljenostima r .



Slika 31. Prijelazne gustoće ovisne o radijalnoj koordinati za ^{208}Pb



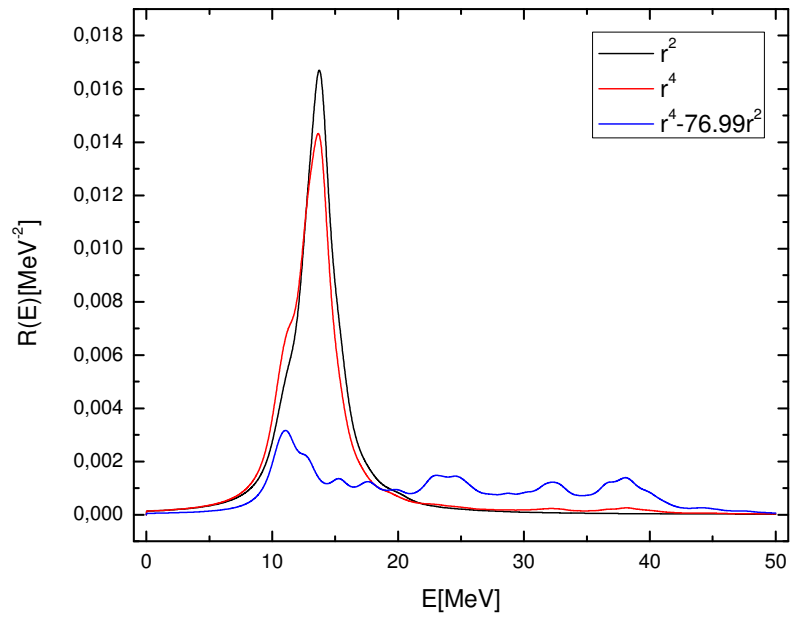
Slika 32 . Ovisnost integrala (41) o vrijednosti η_0 , ^{208}Pb

Ovdje je također određena η_0 . Slika 32. prikazuje ovisnost integrala (41) o η_0 . Iz iste slike se može očitati vrijednost konstante $\eta_0 = 76.99 fm^2$. Ova se vrijednost sada uvrštava u (41) i računa se relativne funkcije prijelazne snage kako za ISGMR tako i za ISGMR2.

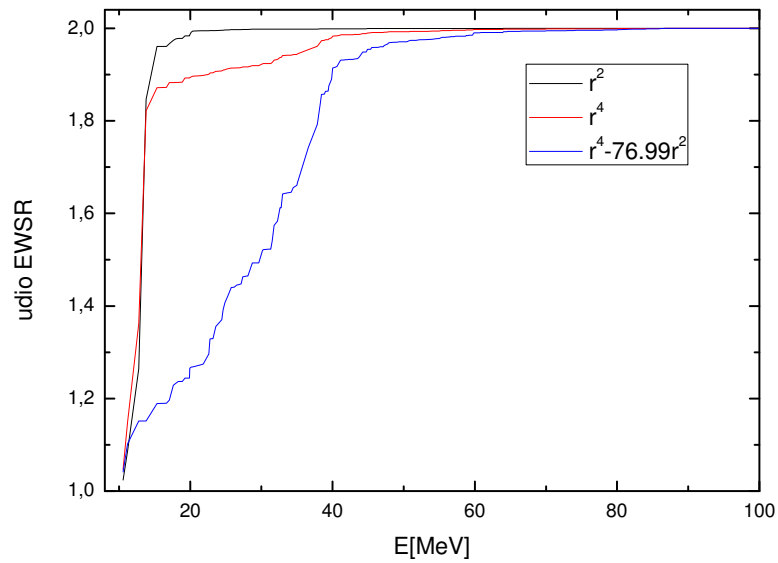
Slika 33. prikazuje ovisnost relativne funkcije prijelazne snage o energiji. Vidi se da se maksimum te funkcije nalazi na energiji $E_{\max 1} = 13.76 MeV$. Eksperimentalni rezultat za ovo stanje iznosi $E = (14.1 \pm 0.3) MeV$. Vidi se dakle da je rezultat na samoj granici pogreške. To je ujedno i jedini maksimum za nisko energetska rezonanciju. Kada se gledaju ISGMR2 operatora (40) vidi se da se visina nižeg dijela spektra malo smanjila, ali je došlo do blagog povećanja funkcije snage na višim energijama. Maksimum se nalazi na energiji $E_{\max 2} = 13.64 MeV$. Ako se koristi operator (40) onda dolazi do velike promjene u funkciji prijelazne snage. Naime došlo je do oštrog rezanja funkcije prijelazne snage na niskim energijama i do povećanja te snage na višim energijama. Više se ne pojavljuje samo jedan maksimum već ih je nekoliko. Još uvijek je najveći na nižoj energiji od 11.05 MeV-a, ali isto tako postoji još nekoliko maksimuma na višim energijama od kojih su istaknuti na energijama 24.52 MeV, 32.25 MeV te na energiji 38.10 MeV-a. Stanja na višim energijama odgovaraju prijelazima višeg reda, kao što smo i očekivali.

Slika 34. pokazuje analizu relativne prijelazne snage, udjela EWSR u ovisnosti o energiji dobivene za različite operatore. Vidi se da udio EWSR naglo raste za izoskalarni monopolni operator (38), dok za operatore višeg reda oni rastu sve sporije sa energijom jer tada u spektru dominiraju stanja viših energija. Najmanji rast je za operator $r^4 - 76.99r^2$ što je lijepo vidljivo iz slike 34.

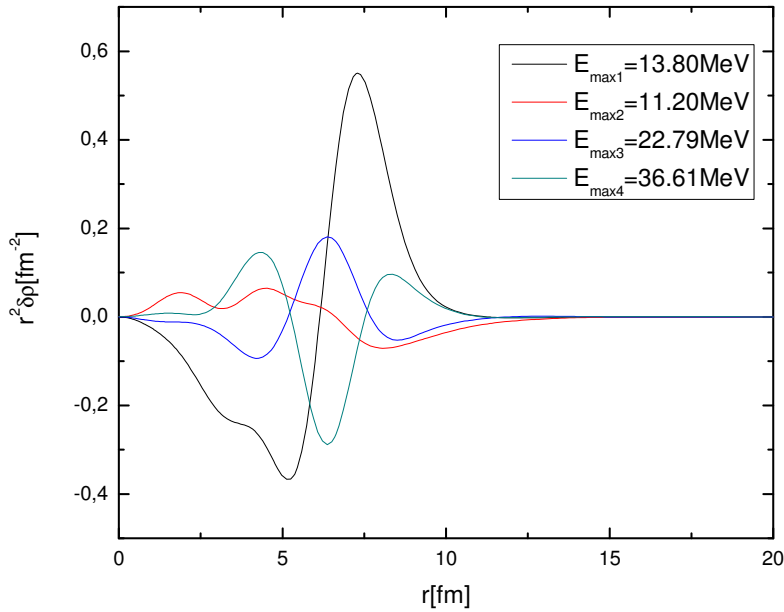
Slika 35. prikazuje ovisnost umnoška prijelaznih gustoća i kvadrata radijalnih koordinata o radijalnoj koordinati. Kako je vidljivo prijelazne gustoće za dva viša vrha na slici 35. su gotovo identične do na predznak. Vidi se da je na tim dvjema energijama (11.20 i 13.80 MeV-a) samo jedan čvor koji se nalazi unutar jezgre olova ^{208}Pb . Radijalna ovisnost o gustoći je usko povezana sa prijelaznom gustoćom za izoskalarnu gigantsku monopolnu rezonanciju na niskim energijama. Druge dvije energije su ostatak ISGMR pa prijelazne gustoće imaju dva čvora (opet se razlikuju samo po predznaku). Tu se vidi da je jedan čvor unutar jezgre, a jedan je izvan. Ova je radijalna ovisnost povezana sa gustoćom prijelaza ISGMR2.



Slika 33. Relativna funkcija prijelazne snage za ^{208}Pb za ISGMR (operator r^2) te ISGMR2 (operatori r^4 i $r^4 - 76.99r^2$)



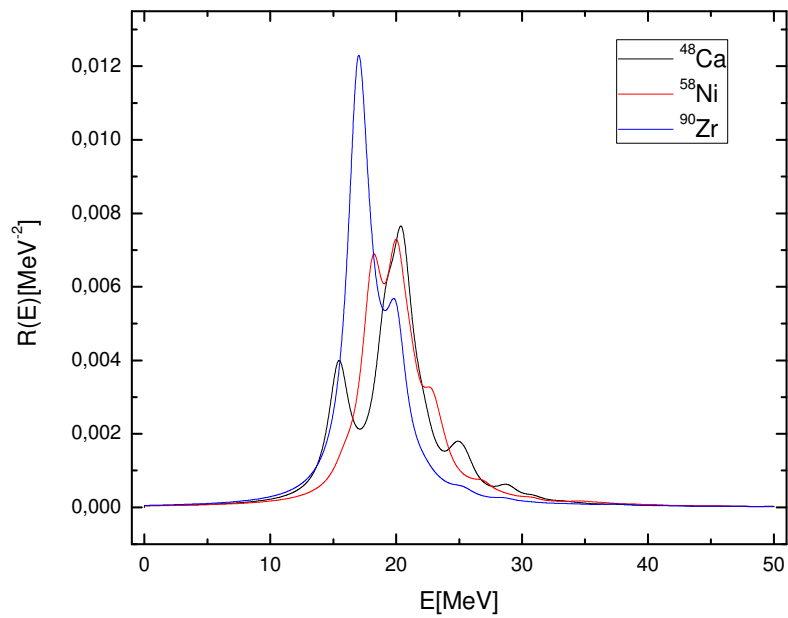
Slika 34. Ovisnost udjela EWSR-a o energiji za ^{208}Pb



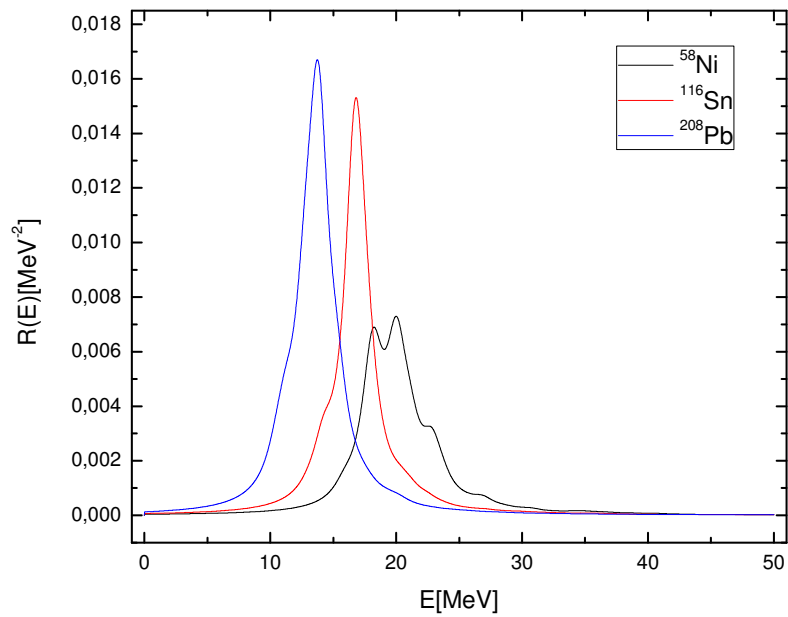
Slika 35. Prijelazna gustoća pomnožena sa kvadratom radijalne koordinate za različite energije vrhova za operator r^2 ($E_{\max 1}$) te za operator $r^4 - 76.99r^2$ ($E_{\max 2,3,4}$) za jezgru ^{208}Pb

2.5. Usporedba energija maksimuma za ISGMR

Gledajući samo odzivni operator r^2 , dakle ISGMR na niskim energijama pobuđenja, vidljivo je da relativne funkcije prijelazne snage za jezgre prikazane na slikama 36. i 37. povećanjem broja nukleona dovodi do povećanja relativna funkcija prijelazne snage te da se maksimumi lagano premiještaju na niže energije. Osim toga vidljivo je da jezgre s malim brojem nukleona imaju dva izražena maksimuma (pogotovo jezgra ^{48}Ca), odnosno da je ISGMR fragmentirana zbog reducirane kolektivnosti u lakšim jezgrama. Kako se povećava broj nukleona prvi maksimum se smanjuje u odnosu na drugoga koji postaje sve izraženiji. To je lijepo vidljivo na slici 36. Kada se gledaju jezgre sa velikim brojem nukleona (^{116}Sn , ^{208}Pb) prvi maksimum nestaje te se ustvari pojavljuje samo jedan vrh, koji odgovara kolektivnom pobuđenju ISGMR.



Slika 36. Relativna funkcija prijelazne snage za ^{48}Ca , ^{58}Ni i ^{90}Zr



Slika 37. Relativna funkcija prijelazne snage za ^{58}Ni , ^{116}Sn i ^{208}Pb

Tablica 5. Prikaz energija vrhova ISGMR za nekoliko jezgara izračunatih sa RQRPA, u usporedbi s različitim člancima (energije su izražene u MeV-ima)

Jezgra	$\{E_{vrh}\}_0$	$\{E_{vrh}\}_1$	$\{E_{vrh}\}_2$	$\{E_{vrh}\}_3$	$\{E_{vrh}\}_4$
^{58}Ni	18.2	-	-	17.7	-
^{90}Zr	17.0	19.6	18.1	16.2	17.9
^{116}Sn	16.8	18.2	16.5	15.7	16.1
^{208}Pb	13.8	15.3	13.8	13.6	14.2

$\{E_{vrh}\}_0$ -RQRPA rezultati dobiveni u ovome radu

$\{E_{vrh}\}_1$ - poluklasičan pristup Fermijeve kapljice , [3]

$\{E_{vrh}\}_2$ - aproksimacija slučajnih faza, [3]

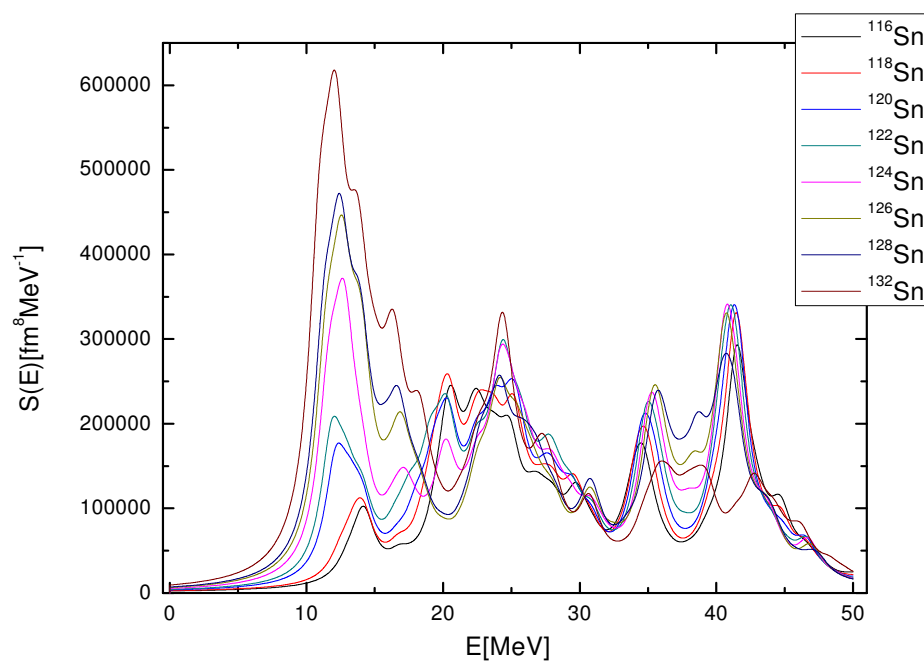
$\{E_{vrh}\}_3$ - aproksimacija slučajnih faza sa kontinuumom, [4]

$\{E_{vrh}\}_4$ - eksperimentalne vrijednosti, navode se u članku [3]

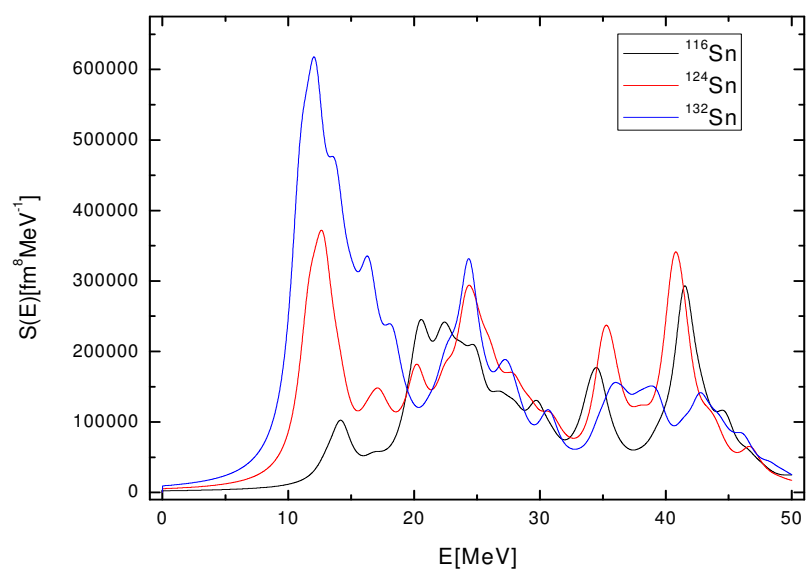
U tablici 5. se nalaze vrijednosti energija maksimuma izoskalarnih gigantskih monopolnih rezonancija za pojedine jezgre uspoređene s objavljenim rezultatima drugih teorijskih modela i eksperimentalnih vrijednosti. Najbolji rezultati se dobivaju za olovo ^{208}Pb ako se usporede s objavljenim drugim rezultatima. S druge nam se strane najveća razlika pojavljuje kod jezgre kositra (1.1 MeV-a) Zadnji stupac prikazuje eksperimentalne rezultate za neke jezgre.

2.6. Izotopi kositra, $^{116}\text{Sn} - ^{132}\text{Sn}$

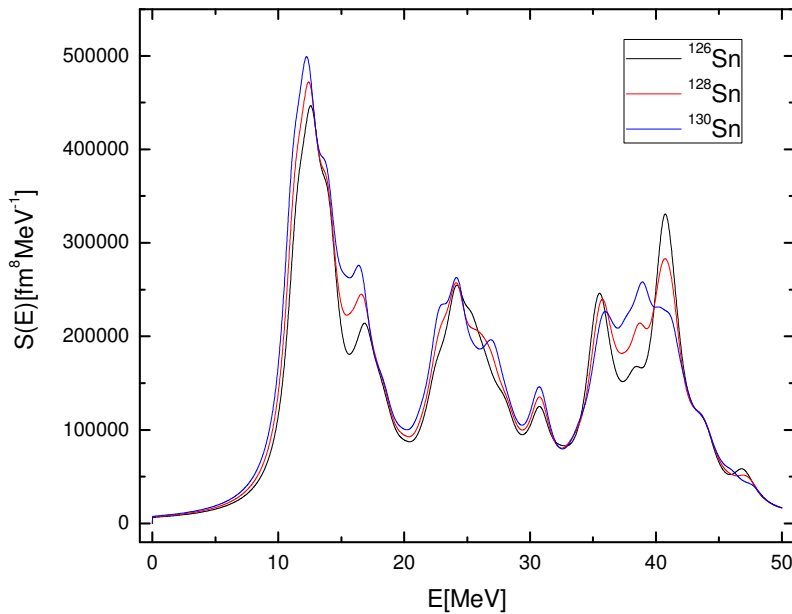
Sada se gledaju lanci izotopa kositra od broja nukleona 116 do broja 132. Ovdje je postupak određivanja konstante η_0 bio jednak kao i kod prijašnjih jezgara. S obzirom na činjenicu da su dobivene η_0 mikroskopskim modelom u nekim slučajevima dosta odstupale od očekivanih vrijednosti ovdje je onda upotrijebljena η_0 određena iz mikroskopskog modela kapljice. Moram naglasiti da se ovdje koristi samo operator (40), $r^4 - \eta_0 r^2$. U poglavlju 2.4. se gledala ovisnost relativne funkcije prijelazne snage R(E) o energiji, a sada se prikazuje funkciju prijelazne snage S(E) u ovisnosti o energiji. Slika 38. prikazuje tu ovisnost za niz izotopa kositra s parnim brojem nukleona. Zbog bolje preglednosti rezultati su prikazani na nekoliko sljedećih slika.



Slika 38. Ovisnost funkcije prijelazne snage $S(E)$ o energiji E za sve isotope Sn s parnim brojem nukleona (A)



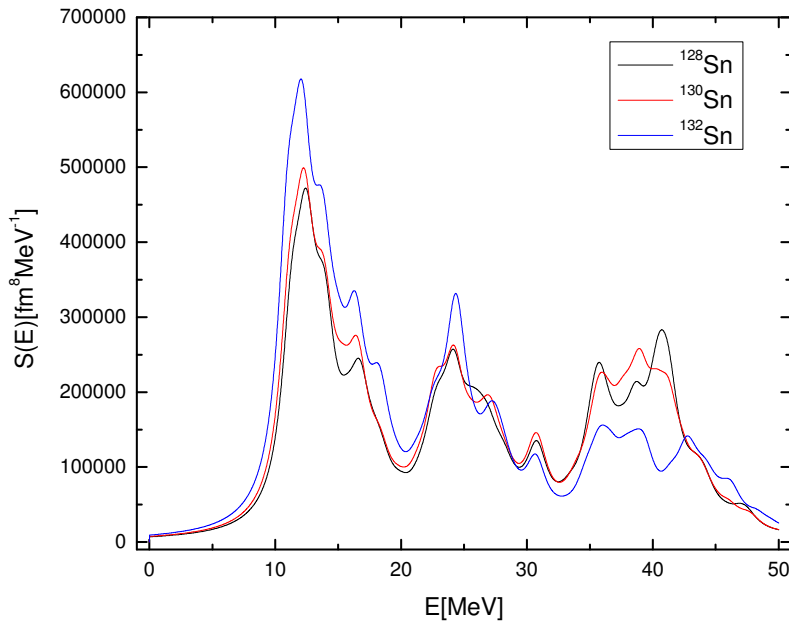
Slika 39. Ovisnost funkcije prijelazne snage $S(E)$ o energiji E za jezgre ^{116}Sn , ^{124}Sn i ^{132}Sn



Slika 40. Ovisnost funkcije prijelazne snage $S(E)$ o energiji E za jezgre ^{126}Sn , ^{128}Sn i ^{130}Sn

Slika 39. dakle prikazuje funkciju prijelazne snage za kositar sa brojem nukleona $A=116, 124$ i 132 . Za što bolji opis ovisnosti funkcije snage o broju nukleona prikazana je i slika 40., za susjedne jezgre koje imaju paran broj nukleona $A=126, 128$ i 130 . Tu se sad ustvari vidi kako se mijenja funkcija prijelazne snage s obzirom na povećanje broja neutrona (N) u atomskoj jezgri, znači pri konstantnom broju protona (P). Ono što je lijepo vidljivo je da funkcija prijelazne snage sa povećanjem broja neutrona raste na nižim energijama, dakle maksimumi su sve viši, ali se i lagano pomiču na niže energije. Ako pogledamo više energije, znači iznad 30 MeV-a onda se vidi da postoje dva izraženija vrha na otprilike 35.5 i na 40.80 MeV-a. Ta dva vrha kako raste broj neutrona naglo padaju, odnosno smanjuje se funkcija prijelazne snage. Ono što je također vrlo očito je da se na energiji od oko 15 MeV-a i u intervalu od 35 - 40 MeV-a (između prije opisanih maksimuma) pojavljuju dosta velike razlike u funkciji snage, samo što u tim intervalima dolazi do pojave koju vidimo na niskim energijama, a to je povećanje funkcije prijelazne snage s povećanjem broja neutrona.

Jezgra ^{132}Sn je uspoređena na slici 41. zajedno sa jezgrama ^{128}Sn i ^{130}Sn . To je napravljeno zato da bi se bolje proučilo kako se ponaša jezgra sa dvostruko zatvorenim ljuskama u odnosu na one sa jednostruko zatvorenim ljuskama. Tu se moraju dobro usporediti zaključci doneseni za jezgre s jednostruko zatvorenim ljuskama na slici 41. Prvo, za jezgru ^{132}Sn na niskim energijama funkcija prijelazne snage dosta odskoče od ostalih jezgara kositra, znači povećanje te funkcije prijelazne snage je otprilike za prvi maksimum na energiji ~ 12.04 MeV-a četiri puta veće od povećanja s jezgre ^{128}Sn na ^{130}Sn . I druga dva maksimuma koja su na energijama ~ 16.27 MeV-a i ~ 24.34 MeV-a rastu znatno više nego je to za slučaj jednostruko zatvorenih jezgara. Ono po čemu se također razlikuje dvostruko zatvorena ljuska u odnosu na jednostruko je interval energije 35 do 40 MeV-a. Funkcija prijelazne snage za jezgre do ^{132}Sn u višem dijelu lagano raste s povećanjem broja neutrona, dok za jezgru ^{132}Sn naglo pada.



Slika 41. Ovisnost funkcije prijelazne snage $S(E)$ o energiji E za jezgre ^{128}Sn , ^{130}Sn i ^{132}Sn

3. Rasprava i zaključak

U ovome je radu primjenjena relativistička kvazičestična aproksimacija slučajnih faza (RQRPA) sa mezon-nukleon vezanjima ovisnim o gustoći u opisu pobuđenja višeg reda u atomskim jezgrama. Korištena je RQRPA matrična jednačba dobivena u limesu malih amplituda iz relativističke vremenski ovisne teorije srednjeg polja. Model je samosuglasan što znači da su jednočestična baza osnovnog stanja jezgre i čestica-šupljina pobuđenja opisani koristeći isti efektivni Lagranžijan. Korištena je DD-ME2 parametrizacija, koja je ovdje i detaljnije opisana.

U prvome dijelu 2.4. su uzete jezgre sa različitim brojem nukleona (protona i neutrona) dok se u drugome 2.6. uspoređuju izotopi kositra (dakle isti broj protona, ali različiti broj neutrona). Jezgre koje su korištene su bile samo sa parnim brojem protona i neutrona. Tri jezgre su sa dvostruko zatvorenim ljuskama, a ostale su jezgre sa jednostruko zatvorenim ljuskama. Jezgre nisu odabrane slučajno. Upotrijebljene su one jezgre koje su već istražene kako eksperimentalno tako i drugačijim teorijskim modelima, kako bi se rezultati mogli usporediti s prethodnim istraživanjima.

Prvenstveno se u ovome radu stavlja fokus na izoskalarna gigantska monopolna pobuđenja i odgovarajuća pobuđenja višeg reda. U ISGMR modu neutroni i protoni zajedno osciliraju i to je takozvani mod disanja, što je detaljnije opisano u poglavlju 1.1. U raspršenju α -čestica na jezgrama metama, ISGMR se može pobuditi kao kolektivno pobuđenje u jezgri.

U određivanju operatora višeg reda opisan je postupak određivanja η_0 mikroskopski i makroskopski. Dobivene vrijednosti η_0 su uspoređene sa rezultatima ostalih teorijskih modela u 2.2. Ono što se može zaključiti iz dobivenih rezultata je da povećanjem broja nukleona raste η_0 . Također je iz tablice 3. u poglavlju 2.2. vidljivo da za neke jezgre kositra postoji veliko odstupanje η_0 (za izotope ^{130}Sn i ^{132}Sn) u odnosu na ostale izotope. Naime povećanjem broja neutrona u jezgri kositra u mikroskopskom modelu (na slici 4. u poglavlju 2.2.) vidi se lagani rast η_0 sve do nukleonskog broja, $A=130$. Za zadnja dva promatrana izotopa kositra na slici 4. se može vidjeti nagli pad η_0 i to čak ispod vrijednosti η_0 izotopa ^{116}Sn . Zbog rezultata dobivenih mikroskopskim modelom koji jako odskaču od očekivane vrijednosti η_0 , korištena je η_0 određena makroskopski pomoću izraza (37). Ponašanje η_0 određene makroskopski je također prikazano na slici 4. Usporede li se makroskopski i mikroskopski model kojim se računala η_0 (slika 4.) vidi se

da su vrijednosti η_0 dobivene makroskopskim modelom nešto niže, ali isto tako nema velikog odstupanja jezgara ^{130}Sn i ^{132}Sn . Makroskopski model daje vrijednosti η_0 koje rastu približno linearno s povećanjem broja neutrona u jezgri kositra. Ono što je još lijepo vodljivo iz slike 4. je da nam se javlja malo odstupanje jezgre ^{130}Sn od linearnog modela. Za očekivati je bilo da će biti veće odstupanje jezgre ^{132}Sn , s obzirom na činjenicu da ta jezgra ima obje ljuske zatvorene.

Slika 5. u poglavlju 2.2. prikazuje odstupanje η_0 dobivene makroskopski i mikroskopski. To odstupanje lagano raste s povećanjem broja nukleona (A) u jezgri dok je za jezgre ^{130}Sn i ^{132}Sn vrlo veliko, oko 10 fm^2 što je razumljivo s obzirom na rezultate dobivene mikroskopski.

Uspoređujući rezultate sa ostalim teorijskim člancima u poglavlju 2.3. zaključeno je da se dobro slažu s ostalima što se može detaljnije vidjeti u tablici 4. odnosno na slici 6. Veće slaganje s ostalim istraživanjima se primjećuje za jezgre ^{116}Sn i ^{208}Pb . Dosta veliko odstupanje je za jezgre ^{58}Ni i ^{90}Zr od rezultata u radu [6]. Može se zaključiti iz slike 6. da povećanjem broja neutrona u jezgri dolazi do povećanja razlike u η_0 između makroskopskog i mikroskopskog modela. S obzirom na veća odstupanja jezgara sa nižim brojem nukleona (A) može se također reći da ovaj model daje lošije rezultate za manje jezgre odnosno nije toliko dobar za opis najlakših jezgara.

Nakon toga su prikazani rezultati za relativne funkcije prijelazne snage pojedinih jezgara. Za svaku jezgru su primjenjena tri operatora (38), (39) i (40). U poglavlju 2.4. su sustavno prikazane jezgre od ^{48}Ca u poglavlju 2.4.1. pa sve do jezgre ^{208}Pb u poglavlju 2.4.6. Za svaku jezgru je prikazana interpolacija, određivanje η_0 minimiziranjem integrala (41), relativna funkcija prijelazne snage ovisna o energiji za sva tri operatora (38), (40) i (40), udio EWSR u ovisnosti o energiji za sva tri operatora te na kraju prijelazne gustoće množene s kvadratom radijalne koordinate za pojedine energije vrhova operatora (38) i (40).

Jezgra ^{48}Ca , opisana u poglavlju 2.4.1., ima dva izražena maksimuma prijelazne snage za operator (38) prikazana na slici 9. Na istoj slici se vidi da operator (40) ima samo jedan maksimum i to onaj na nižoj energiji dok je prijelazna snaga drugog maksimuma uklonjena. Pojavljuje se više manjih maksimuma na višim energijama. U poglavlju 2.4.2. je opisana jezgra ^{58}Ni . Slika 14. također pokazuje ponašanje relativne funkcije prijelazne snage za sva tri operatora opisana u 1.8. koje je slično ponašanju jezgre ^{48}Ca . U ostalim istraživanim jezgrama (^{90}Zr , ^{116}Sn , ^{132}Sn i ^{208}Pb) ono po čemu se relativna funkcija prijelazne snage razlikuje od ^{48}Ca i ^{58}Ni je da operator (38) više nema dva izražena maksimuma na nižim energijama već samo jedan. Operator (40) također uklanja maksimum na nižoj energiji i generiraju se maksimumi na višim

energijama (većim od 20 MeV-a). To je prvenstveno izraženo u poglavlju 2.4.6. za jezgru ^{208}Pb na slici 33. Potrebno je napomenuti kako nije uspoređena relativna funkcija prijelazne snage ISGMR2 sa eksperimentalnim podacima. Eksperimentalni podaci ne sadrže vrijednosti relativne funkcije prijelazne snage za ISGMR2.

Udjeli EWSR za svaku jezgru prikazani u poglavlju 2.4. prikazuju da operator (38) daje nagli rast, operator (40) daje nešto sporiji rast udjela EWSR, dok operator (40) daje dosta sporiji rast udjela EWSR s energijom (slike 10., 15., 23. i 34.) Ono što se također može primijetiti jest da udio EWSR za lakše jezgre (^{48}Ca , sl. 10. i ^{58}Ni , sl. 15.), operator (40) daje intenzivan rast sve do energije od 75 MeV-a, dok za teže jezgre (^{116}Sn , sl. 23. i ^{208}Pb , sl. 34.) udio EWSR raste intenzivnije do energije od 60 MeV-a.

Prijelazne gustoće pomnožene s kvadratom radijalnih koordinata prikazane su u poglavlju 2.4., slike 11., 17., 24., 30. i 35. Tu je dakle energija prvog maksimuma dobivena operatorom (38), a zadnja tri maksimuma su na energiji dobivenoj operatorom (40). Pokazano je (slike 11., 17., 24., 30. i 35.) da na nižim energijama maksimuma postoji jedan čvor koji se nalazi unutar same jezgre što odgovara kompresibilnom modu ISGMR. Na višim energijama se javljaju dva čvora, od kojih se jedan nalazi unutar jezgre, a drugi je izvan (slike 11., 17., 24., 30. i 35.).

U poglavlju 2.5. smo pogledali kako se relativna funkcija prijelazne snage za ISGMR ponaša za različite jezgre. Slika 36. prikazuje relativnu funkciju prijelazne snage za tri jezgre ^{48}Ca , ^{58}Ni i ^{90}Zr . Na toj slici se vidi da jezgra ^{48}Ca ima dva izražena maksimuma pri čemu je drugi veće relativne funkcije prijelazne snage od prvog. Kako se broj nukleona (A) povećava tako je drugi maksimum sve niži, a prvi je sve izraženiji. Jezgra ^{90}Zr ima jako izražen prvi maksimum, dok je drugi gotovo u potpunosti nestao. Ono što je još primjetno sa slike 36., je da se najviši maksimum lagano pomiče prema nižim energijama. To je pogotovo lijepo prikazano na slici 37. gdje su prikazane jezgre ^{58}Ni , ^{116}Sn i ^{208}Pb . Isto je tako maksimum sve veće relativne funkcije prijelazne snage. To se može objasniti činjenicom da imamo puno više nukleona (A).

U poglavlju 2.6. se uspoređuju funkcije prijelazne snage za izotope kositra s parnim brojem neutrona za ISGMR2. Zbog nestabilnih rezultata kod određivanja operatora dobivenih mikroskopskom metodom, korištena je makroskopska metoda (relacija 37.). Sa slike 38. i 40. se vidi kako se mijenja funkcija prijelazne snage s obzirom na povećanje broja neutrona u atomskoj jezgri, pri konstantnom broju protona. Ono što je lijepo vidljivo je da funkcija prijelazne snage sa povećanjem broja neutrona raste na nižim energijama, dakle maksimumi su sve viši, ali se i lagano pomiču na niže energije.

Ono što je također vrlo očito je da se na energiji od oko 15 MeV-a i u intervalu od 35-40 MeV-a (između dva maksimuma) pojavljuju dosta velike razlike u funkciji snage, samo što u tim intervalima dolazi do pojave koju vidimo na niskim energijama, a to je povećanje funkcije snage s povećanjem broja neutrona.

Rezultati dobiveni u ovome radu pokazuju da u odnosu na niže energije pobuđenja ISGMR na višim energijama je moguće pobuditi prijelaze višeg reda, ISGMR2. Gustoće prijelaza za ISGMR2 daju dva čvora, dok one za ISGMR imaju jedan čvor u unutrašnjosti jezgre. Također je usporedba dobivenih rezultata napravljena za samo nekoliko jezgara za koje postoje eksperimentalni podaci. U budućnosti se očekuju nova eksperimentalna istraživanja kolektivnih pobuđenja jezgara što će omogućiti detaljniju analizu rezultata ovog rada. Veći broj eksperimentalnih podataka će dati bolje informacije i o nepouzdanostima u ovome modelu, što će to isto tako biti korisno za poboljšanje same teorije i efektivnih nuklearnih interakcija.

LITERATURA

- [1] G. A. Lalazissis, T. Nikšić, D. Vretenar, P. Ring, *New relativistic mean-field interaction with density-dependent meson-nucleon couplings*, Physical Review C 71, 024312 (2005)
- [2] T. Nikšić, D. Vretenar, P. Ring, *Relativistic random-phase approximation with density-dependent meson-nucleon couplings*, Physical Review C 66, 064302 (2002)
- [3] S. Shlomo, V. M. Kolomietz, B. K. Agrawal, *Isoscalar giant monopole resonance and its overtone in microscopic and macroscopic models*, Physical Review C 68, 064301 (2003)
- [4] M. L. Gorelik, M. H. Urin, *Properties of the overtone of the isoscalar giant monopole resonance*, arXiv:nucl-th/0209094v1 (2002)
- [5] S.E. Muraviev, I. Rotter, S. Shlomo, M. H. Urin, *$4\hbar\omega$ isoscalar monopole giant resonance in Pb^{208} and resonance trapping*, Physical Review C, Volume 59, Number 4 (1999)
- [6] M. L. Gorelik, I. V. Safonov, M. H. Urin, *Overtone of isoscalar giant resonances in medium-heavy and heavy nuclei*, Physical Review C 69, 054322 (2004)
- [7] N. Paar, P. Ring, T. Nikšić, D. Vretenar, *Quasiparticle random phase approximation based on the relativistic Hartree-Bogoliubov model*, Physical Review C 67, 034312 (2003)
- [8] N. Paar, Dario Vretenar, E. Khan, G. Colo, *Exotic modes of excitation in atomic nuclei far from stability*, Reports on Progress in Physics, 70, 691-793 (2007)
- [9] M. L. Gorelik, M. G. Urin, *Overtone of the giant $E1$ resonance*, Physic of Atomic Nuclei, Vol.69, No. 8, pp 1267-1270, (2006)
- [10] J. H. Carver, D. C. Peaslee, R. B. Taylor, *Nuclear $E1$ overtones*, Physical Review, Volume 127, Number (6), (1962)
- [11] M. Hunyadi, A. M. van den Berg, N. Blasi, C Baumer, M. Csatlos, L. Csige, B. Davids, U. Garg, J. Gulyas, M. N. Harakeh, M. A. de Huu, B. C. Junk, A. Krasznahorkay, S. Rakers, D. Sohler, H. J. Wortche, *Direct proton decay of the isoscalar giant dipole resonance*, Physical Review B, 576, 253-259, (2003)
- [12] M. Hunyadi, A. M. van den Berg, B. Davids, M. N. Harakeh, M. A. de Huu, H. J. Wortche, M. Csatlos, J. Gulyas, A. Krasznahorkay, D. Sohler, U. Garg, M. Fujiwara, N. Blasi, *Evidence for direct neutron decay of the isoscalar giant dipole resonances in ^{90}Zn , ^{116}Sn and ^{208}Pb* , Physical Review C 75, 014606 (2007)

- [13] M.G. Mayer and J.H.D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, p. 58, Wiley, New York, 1955
- [14] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, The Art of Scientific Computing, Second Edition, published 1992.