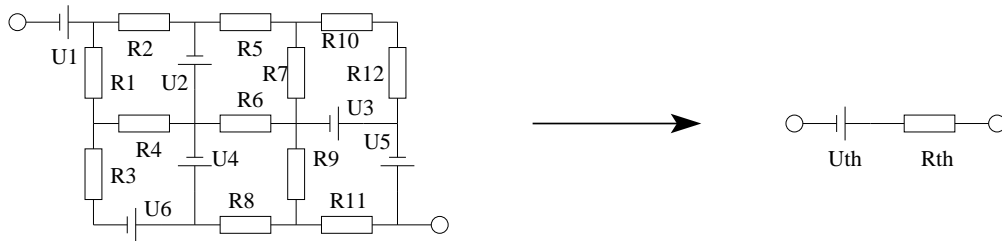


Domača naloga 1 - Theveninov izrek

20. februar 2008

1 Malo teorije



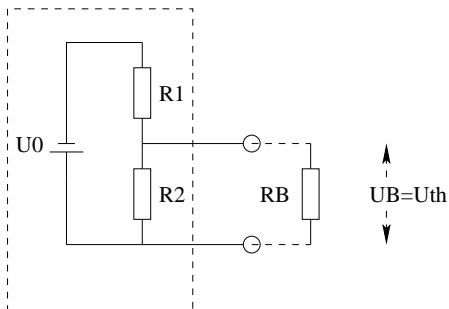
Slika 1: Theveninov izrek: Obe vezji sta ekvivalentni ob primerno izbranih V_{th} in R_{th} .

Theveninov izrek pravi, da lahko poljubno vezavo mnogoštevilnih uporov in napetostnih virov s parom izhodov nadomestimo z enim samim izvorom (z gonilno napetostjo U_{th}) in notranjim uporm (R_{th}) vezanim serijsko. Pri tem velja:

- V_{th} je napetost med izhodoma (za neznano vezje jo kar izmerimo).
- Določimo tok I_0 ki bi tekel skozi kratko sklenjena izhoda. Potem je:

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_0} \quad (1)$$

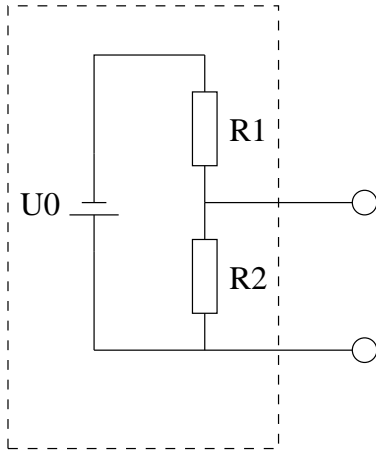
2 Naloga



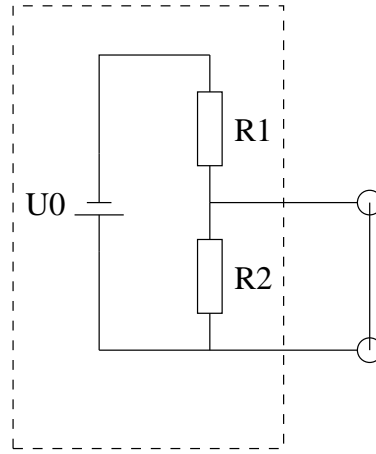
Slika 2: Delilnik napetosti kot napetostni izvor. Breme označeno z indeksom B.

Obravnavaj delilec napetosti kot napetostni generator z notranjo upornostjo (glej sliko 2). Napetostni generator z napetostjo U_0 , ki napaja delilec napetosti, naj bo idealen:

- Denimo $R_1=R_2=10 \text{ k}\Omega$, $U_0=12 \text{ V}$. Določi U_{th} in R_{th} .
- Z avtomobilski akumulatorjem ($U_0=12 \text{ V}$) polnimo telefon Nokia (upor $R_B=10.6 \Omega$, $U_B=5.3 \text{ V}$). Izberi upornika R_1 in R_2 ! Kakšen tok teče iz akumulatorja? Kakšna mora biti moč akumulatorja?



Slika 3: Shema vezja za določitev U_{th} .



Slika 4: Shema vezja za določitev R_{th} .

3 Rešitev

- a) Na sliki 3 je narisano vezje, ki nam določi U_{th} . Gre za običajni delilnik napetosti. Torej

$$U_{th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 = 6 \text{ V} \quad (2)$$

Slike 4 kaže vezje, s katerim določimo I_0 , tok skozi kratko sklenjena terminala. Takrat je vzporedno z uporom R_2 vezana žica z uporom 0, torej bo ves padec napetosti na upor R_1 . Tok skozi R_1 bo tedaj U_0/R_1 . Theveninov oz. notranji upor bo torej:

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_0} = \frac{R_2 \cancel{U_0}}{R_1 + R_2 \cancel{U_0}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 5 \text{ k}\Omega \quad (3)$$

- b) • Poskušajmo najti rešitev s pomočjo Theveninovega teorema. Vezje prikazuje slike 2. Gre za običajni delilnik napetosti, zato bo napetost na porabniku U_B takole odvisna od vhodne napetosti U_{th} :

$$U_B = \frac{R_B}{R_{th} + R_B} U_{th} \rightarrow R_{th} = R_B \left(\frac{U_{th}}{U_B} - 1 \right) \quad (4)$$

Imamo eno enačbo za dve neznanki, U_{th} in R_{th} . Denimo, da je R_{th} enako R_B . Potem je $U_{th} = 2U_B$. Določimo še R_1 in R_2 po zgornjih enačbah:

$$R_1 = \frac{1}{2} \frac{U_0 R_B}{U_B} = 12 \text{ }\Omega \quad (5)$$

$$R_2 = \frac{U_0 R_B}{U_0 - 2U_B} = 90.8 \text{ }\Omega \quad (6)$$

Za moč rabimo tudi tok skozi upornik R_1 , $I = (U_0 - U_B)/R_1 = 6.7 \text{ V}/12 \text{ }\Omega = 0.558 \text{ A}$, in skupna moč $P = U_0 I = 6.699 \text{ W}$. (Običajni akumulatorji nimajo težav z dovajanjem takšnega toka. Pri kapaciteti 40 Ah bi lahko tako telefon polnili 80 h).

- Kako pa bi optimizirali moč, ki jo dovaja akumulator? Kakšna naj bo potem izbira uporov R_1 in R_2 ?

Na sliki 2 je shema vezja. Moč na generatorju bo vsota moči na porabnikih. Pri dani napetosti U_B je moč na porabniku enaka $P_B = U_B^2/R_B$ in neodvisna od uporov R_1 in R_2 . Tudi moč na prvem uporu $P_1 = (U_0 - U_B)^2/R_1$ je neodvisna od R_2 . Torej bo skupna moč najmanjša, ko upornik R_2 ne bo trošil nobene moči (to ni povsem očitno, saj določimo R_1 tako, da je napetost na bremenu

enaka R_B ; vendar tudi račun z odvodi poda enako rešitev). To pa bo takrat, ko upora R_2 sploh ne bo! Očitno bo to takrat, ko bo $U_{th}=U_0$ in $R_{th}=R_1=R_B(U_0/U_B-1)=13.4 \Omega$. In moč? Tok skozi R_1 je enak toku skozi upornik $I_B=U_B/R_B=5.3 \text{ V}/10.6 \Omega=500 \text{ mA}$, skupna moč pa $P=U_0 I_B=12 \text{ V} \cdot 500 \text{ mA}=6 \text{ W}$ (kar je za 0.7 W manj kot za $R_{th}=R_B$.)