

# Zapiski vaj pri predmetu Elektronika za študente Fizikalne Merilne Tehnike, Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

Ta dokument je namenjen poučevanju študentov Fizikalne merilne tehnike pri predmetu Elektronika. V njem so zbrane rešene naloge, ki naj študentu pomagajo pri razumevanju predavanj. Če ste študent omenjen v prejšnjem stavku, vas spodbujam k reševanju nalog, ki si jih lahko tiskate in razmnožujete kakor vam je drago. Ostale pa prosim, da se mi javite, če želite zapiske uporabljati. Naj dodam še, da je vsaka zloraba kazniva.

Andrej Studen,  
andrej.studen@ijs.si

Seznam pogosto uporabljenih besed in njihov pomen.

jds:Crye Napetost

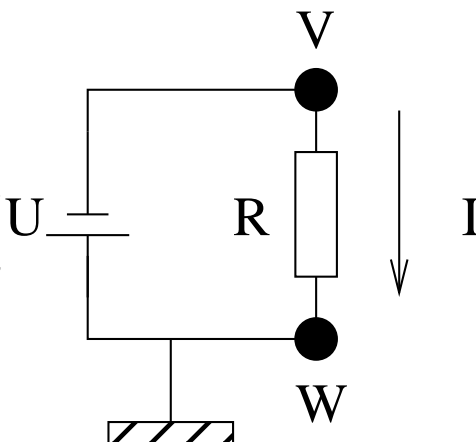
Razlika potencialov v dveh točkah vezja.

Ničla potenciala	V elektroniki je ničla potenciala kar zemlja, tako da lahko napetosti napram zemlji rečemo kar potencial.
Izhodna upornost/impedanca	Notranja upornost napetostnega izvora oziroma integriranega vezja (IC) kot napetostnega izvora.
Vhodna upornost/impedanca	Nadomestna upornost vezja, priključenega na napetostni izvor.

# 1 vaje: Upori, Kirchoffov izrek za napetost in tok, Thenevinov izrek

## 1.1 naloga

Določi tok  $I$  skozi upornik  $R$ ! Določi še napetosti v točkah  $V$  in  $W$  napram zemlji, ki je povezana z negativnim polom baterije z napetostjo  $U$ . Posebej za  $U=12\text{ V}$ ,  $R=2,4\text{ k}\Omega$ .



### Rešitev

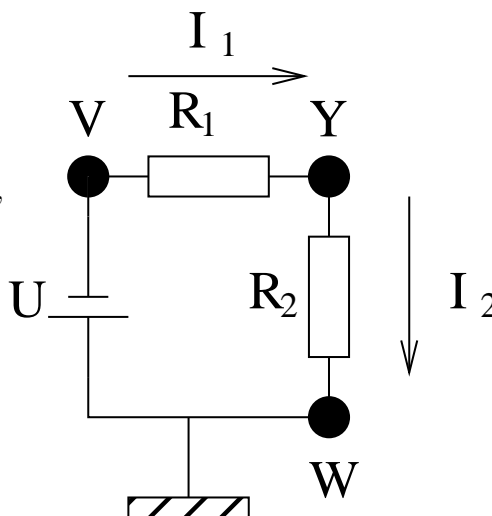
Naloga pri Elektroniki navadno rešujemo tako, da eno točko v vezju ozemljimo. To ima lepo praktično analogijo, ko napetost 0 z bakreno pletenico zvežemo s priključkom za zemljo na električni vtičnici in tako preprečimo parazitske tokove v vezju. Pri naši nalogi smo si za zemljo izbrali kar negativni pol baterije (glej sliko) in lahko vse napetosti prevedemo v potenciale z ničlo v tej točki. Naslednji element vezja je žica, označena s črto. Idealna žica ima upornost nič in lahko prenaša neskončen tok. Vse žice v naših vezjih bodo take. Ker zemljo in točko  $W$  povezuje idealna žica, bo v točki  $W$  enak potencial kot na zemlji, torej 0. Kakšna pa bo potencial v točke  $V$ ? Gremo od zemlje proti bateriji. Spodnji, negativni pol bo na istem potencialu kot zemlja, baterija pa sili zgornji, pozitivni pol baterije na napetost, ki je za  $U$  višja od spodnjega pola. Napetost med zgornjim polom baterije in zemljo bo kar  $U$ , torej bo zgornji pol na potencialu  $U$ . Ker sta zgornji pol baterije in točka  $V$  povezana z žico, bo njun potencial enak, in bo tudi potencial točke  $V$  enak  $U$ . Po Ohmovem zakonu bo tok skozi upornik  $R$  razlika med potencialom na vstopni strani toka ( $V$ , glede na izbiro smeri puščice na sliki) in potencialom na izstopni strani toka ( $W$ ) deljena z upornostjo  $R$ :

$$I = \frac{V - W}{R} = \frac{U - 0}{R} = \frac{U}{R} = \frac{12\text{ V}}{2,4\text{ k}\Omega} = 5\text{ mA} \quad (1)$$

Tok je pozitiven, torej res teče v smeri označeni s puščico. (Kaj bi se pomenilo, če bi bil tok negativen?)

## 1.2 naloga

Določi tokova  $I_1$ ,  $I_2$  v vezju na sliki za  $U=12\text{ V}$ ,  $R_1=1,5\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=2\text{ k}\Omega$ .



## 1.3 naloga

Poišči nadomestni upor za vezje na sliki!

## Rešitev

**Najprej določimo tokova  $I_1$  in  $I_2$ !** Točka med  $R_1$  in  $R_2$  je edina točka v vezju, kjer je vrednost potenciala neznana (ker smo naredili nalogo 1.1, vemo, da je potencial  $W=0$ ,  $V$  pa  $U$ ). Torej uvedemo novo spremenljivko  $Y$ , ki naj bo tako oznaka neznane točke kot vrednost potenciala v tej točki. Uporabimo Kirchoffov izrek za tokove - vsota tokov v  $Y$  je enaka vsoti tokov iz  $Y$ . V  $Y$  teče samo tok  $I_1$ , iz  $Y$  pa samo tok  $I_2$ , tako da bo

$$I_1 = I_2 \quad (2)$$

Oba tokova izrazimo po Ohmovem zakonu, torej tok skozi upornik je razlika med potencialom na vstopni točki glede na tok in potencialom na izstopni točki glede na tok, deljena z upornostjo:

$$I_1 = \frac{V - Y}{R_1} = I_2 = \frac{Y - W}{R_2} \quad (3)$$

Edina neznanka v enačbi je  $Y$ , zato jo izrazimo (izpustimo  $I_1$  in  $I_2$  iz zgornje enačbe):

$$\frac{V - Y}{R_1} = \frac{Y - W}{R_2} \quad (4)$$

$$(V - Y)R_2 = (Y - W)R_1 \quad (5)$$

$$VR_2 + WR_1 = Y(R_1 + R_2) \quad (6)$$

$$Y = \frac{VR_2 + WR_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}U, \quad (7)$$

kjer smo v zadnji vrsti upoštevali, da je  $V=U$ ,  $W=0$ . Dobili smo potencial  $Y$  v vmesni točki, za tok pa vstavimo enačbo 7 v enačbo 3, izraz za  $I_2$ :

$$I_1 = I_2 = \frac{Y - W}{R_2} = \frac{Y}{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U \frac{1}{R_2} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{12 \text{ V}}{1,5 \text{ k}\Omega + 2,0 \text{ k}\Omega} = \frac{12}{3,5} \text{ mA} = 3,4 \text{ mA}. \quad (8)$$

Enako bi dobili, tudi če bi vstavili  $Y$  v enačbo za  $I_1$ , le račun bi bil malce daljši.

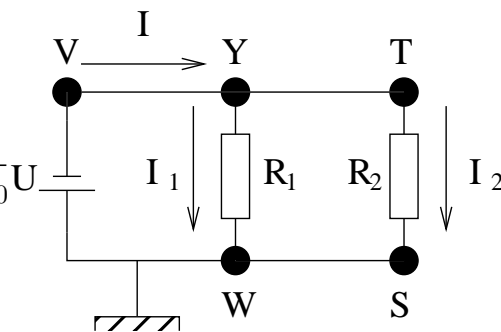
**Nadomestno upornost** računamo tako, da nadomestimo vse upore med pozitivnim in negativnim polom baterije z enim samim uporom, pri čemer se tokovi skozi  $V$  in  $W$  ne spremenijo. Upornost takega upora imenujemo kar nadomestno upornost vezja. Namesto slike pri nalogi 1.3 si mislimo sliko pri nalogi 1.1, vendar poznamo tok ( $I=U/(R_1+R_2)$ ) in iščemo upor  $R$ . Začnemo z Ohmovim zakonom, in ga obrnemo, da izrazimo upor:

$$I = \frac{V - W}{R} \rightarrow R = \frac{V - W}{I} = \frac{U}{\frac{U}{R_1 + R_2}} = \frac{U(R_1 + R_2)}{U} = R_1 + R_2 = 1,5 \text{ k}\Omega + 2,0 \text{ k}\Omega = 3,5 \text{ k}\Omega. \quad (9)$$

Samo izpostavimo - nadomestna upornost zaporedno vezanih uporov je kar njihova (njuna, v našem primeru) vsota.

## 1.4 naloga

Določi skupni tok skozi vezje ( $I$ ) in nadomestno upornost vezja na sliki za  $U=12 \text{ V}$ ,  $R_1=1,5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2=2,0 \text{ k}\Omega$ .



## Rešitev

V vseh točkah smo označili potenciale. Tako je  $T$  vhodni potencial (glede na smer toka) na uporu  $R_2$ ,  $S$  pa

izhodni potencial istega upora, Y in W pa sta, v istem vrstnem redu, potenciala na uporu  $R_1$ . Ker imamo v vezju idealne žice, bo veljalo  $V=Y=T=U$ , in  $W=S=0$ . V točki Y (spet hkrati ime točke in njen potencial!) se tok razdeli, zaradi Kirchoffovega izreka za tokove bo veljalo  $I=I_1+I_2$ . Tokova  $I_1$  in  $I_2$  pa izrazimo z Ohmovim zakonom:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{Y - W}{R_1} + \frac{T - S}{R_2} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \left( = U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right) \quad (10)$$

$$= \frac{12 \text{ V}}{1,5 \text{ k}\Omega} + \frac{12 \text{ V}}{2,0 \text{ k}\Omega} = 8 \text{ mA} + 6 \text{ mA} = 14 \text{ mA}. \quad (11)$$

Tok je mnogo večji kot pri zaporedni vezavi (14 mA; 3,4 mA). Nadomestno upornost računamo enako kot pri nalogi 1.3 – poznamo tok, računamo pa neznan upor:

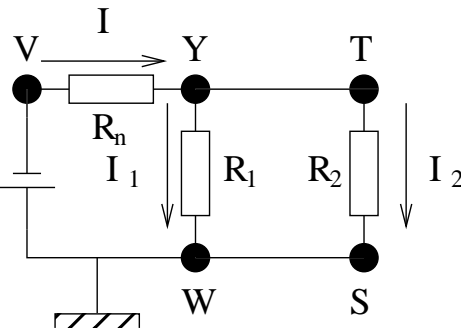
$$I = \frac{V - W}{R} \rightarrow R = \frac{V - W}{I} = \frac{U}{U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \rightarrow \quad (12)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ali} \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1,5 \text{ k}\Omega \cdot 2,0 \text{ k}\Omega}{3,5 \text{ k}\Omega} = 0,86 \text{ k}\Omega \quad (13)$$

Pri vzporedni vezavi je recipročna vrednost nadomestnega upora vsota recipročnih vrednosti uporov v vezju.

## 1.5 naloga

Kakšen pa je tok skozi vezje, I, če imamo namesto idealne baterije z notranjo upornostjo  $R_n=100 \Omega$ ? Ostali podatki naj bodo enaki kot v nalogi 1.4!



### Rešitev

Zaenkrat smo v vseh nalogah privzeli idealen izvor napetosti - to je izvor, ki daje enako napetost ne glede na tok, ki ga mora zato dovajati v vezje. Bolj realističen je model, ki doda izvoru napetosti notranjo upornost, zaporedno vezan upor. O meritvi notranje upornosti več v naslednji nalogi, zaenkrat pogledjmo samo posledice notranje upornosti. V nalogi 1.4 smo rekli  $V=Y=T=U$ , zdaj lahko rečemo le še  $V=U$ ,  $Y=T$ , vendar  $V \neq Y$ ! Še vedno lahko uporabimo enačbo za tokove, s pomočjo katere bomo določili neznan napetost Y, podobno kot v nalogi 1.2. Tokove bomo kot običajno izrazili z Ohmovim zakonom kot razmerje med razliko vhodne in izhodne napetosti deljene z uporom:

$$I = I_1 + I_2 \quad (14)$$

$$\frac{V - Y}{R_n} = \frac{Y - W}{R_1} + \frac{T - S}{R_2} \quad (15)$$

$$\frac{U - Y}{R_n} = \frac{Y}{R_1} + \frac{Y}{R_2} = \frac{Y}{R}, \quad (16)$$

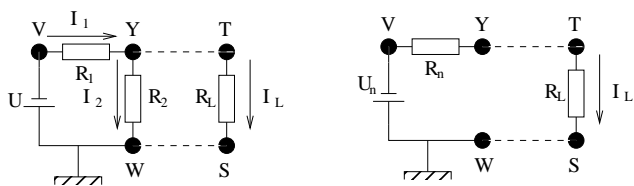
kjer je R nadomestna upornost vzporedno vezanih uporov  $R_1$  in  $R_2$ . Enačba je enaka kot v nalogi 1.2, 3, rešitev lahko samo prepisemo:

$$Y = U \frac{R}{R + R_n} = 12 \text{ V} \frac{0,86 \text{ k}\Omega}{0,86 \text{ k}\Omega + 0,1 \text{ k}\Omega} = \frac{0,86}{0,96} 12 \text{ V} = 10,75 \text{ V}. \quad (17)$$

V žargonu se reče, da se je napetost *posedla*, ker je breme vzporednih uporov premajhno in izvor ne more dovajati dovolj toka. Pogledjmo še, kakšen je ta tok:

$$I = \frac{Y}{R} = \frac{10,75 \text{ V}}{0,86 \text{ k}\Omega} = 12,5 \text{ mA}, \quad (18)$$

kar je dober mA manj kot bi dajal idealen izvor.



## 1.6 naloga

S pomočjo Theveninovega izreka obravnavaj napetostni delilnik z idealno baterijo kot neidealni izvor napetosti. Kakšna je notranja upornost in kakšna je gonilna napetost? Upori naj bodo kar enaki kot v nalogi 1.4! Izhoda novega napetostnega izvora sta označena s črtkano črto!

### Rešitev

Theveninov izrek pravi, da lahko poljubno kombinacijo uporov in (idealnih) napetostnih izvorov zamenjamo z vezjem z enim napetostnim izvorom ( $U_n$ ) in notranjo upornostjo ( $R_n$ ). To je ilustrirano na sliki ob nalogi. Na levi sliki je dejansko vezje, breme (L/load) priključimo med izhoda Y in W zaporedno vezanih uporov. Na desni sliki je narisano nadomestno, Theveninovo vezje, kjer smo idealno baterijo nadomestili z baterijo z napetostjo  $U_n$  in notranjo upornostjo  $R_n$ , breme pa je še vedno priključeno med točki Y in W. Desno vezje je preprostejše in bomo lažje določili tok skozi breme glede na upornost bremena, ko bomo poznali  $U_n$  in  $R_n$ . Kako izmerimo/določimo  $U_n$  in  $R_n$ ? Glejmo desno sliko in odstranimo breme L. Potem vzamemo merilec napetosti z neskončno upornostjo in ga vezemo med izhoda novega napetostnega izvora, torej Y in W. Ker je upornost voltmetra neskončna, bo tok skozenj neskončno majhen oziroma kar 0, enak tok pa bo tekkel skozi notranjo upornost  $R_n$ . Po Ohmovem zakonu bo padec napetosti sorazmeren toku, torej 0, in izmerjena napetost bo kar enaka  $U_n$ . Računsko (glejmo levo sliko) meritev izvedemo tako, da zahtevamo, da je tok med Y in T (in posledično S in W) enak 0 in določimo potencial Y, ki bo kar enak  $U_n$ . To pa ni nič drugače kot v nalogi 1.2, rešitev je:

$$U_n = Y = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \text{ V} \frac{2,0 \text{ k}\Omega}{1,5 \text{ k}\Omega + 2,0 \text{ k}\Omega} = 6,8 \text{ V}. \quad (19)$$

Kaj pa notranja upornost? To izmerimo tako, da Y in W povežemo z merilcem toka (ampermetrom) z upornostjo nič. Edini upor v vezju (bremena L še vedno ni!) je notranji upor  $R_n$  in tok skozi kratek stik Y-W bo kar:

$$I = \frac{U_n}{R_n} \quad \text{in} \quad R_n = \frac{U_n}{I} \quad (20)$$

Računsko pa namesto bremena L dodamo idealno žico med Y in W in določimo tok  $I_z$  skozi njo. Ker je žica idealna, bosta Y in W na istem potencialu, in bo tok  $I_2 = (Y-W)/R_2$  kar 0. Za točko Y napišemo Kirchoffov zakon  $I_1 = I_z + I_2$ , ker pa je slednji 0, je

$$I_1 = I_z \quad (21)$$

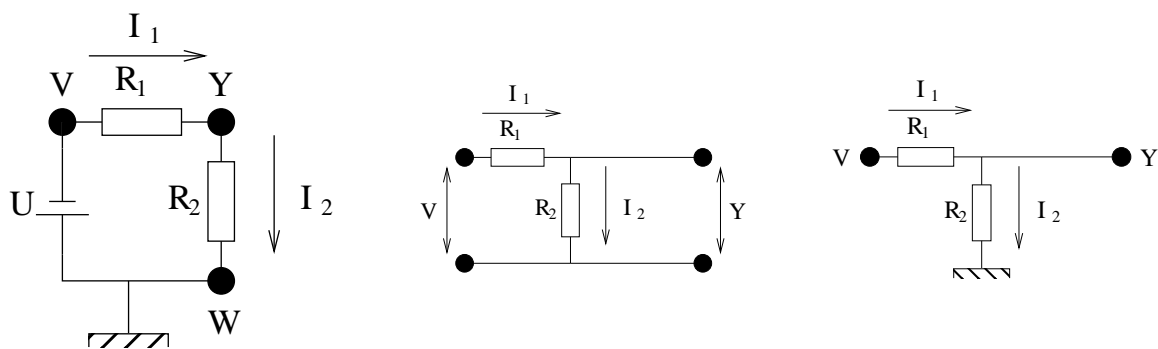
Izrazimo  $I_1$  z Ohmovim zakonom, pa imamo:

$$I_z = I_1 = \frac{V - Y}{R_1} = \frac{U}{R_1} = \frac{12 \text{ V}}{1,5 \text{ k}\Omega} = 8 \text{ mA} \quad \rightarrow \quad R_n = \frac{U_n}{I_z} = \frac{6,8 \text{ V}}{8 \text{ mA}} = 0,86 \text{ k}\Omega, \quad (22)$$

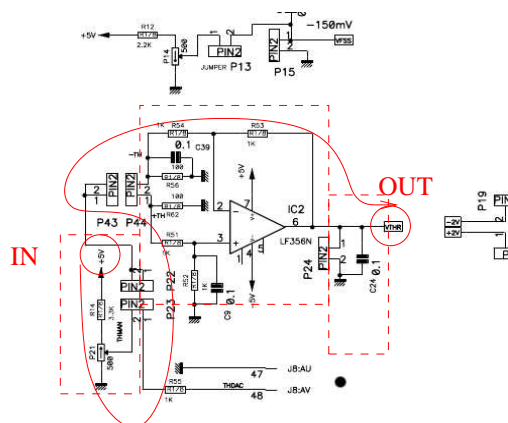
enako nadomestnemu uporu vzporedne vezave  $R_1$  in  $R_2$ . Za  $R_1 = R_2 = R$  bo delilnik napetosti napetostni izvor z  $U_n = U/2$  in  $R_n = R/2$ .

## 2 Notacija

- Risanje elektronskih skic



Zgornje skice kažejo ekvivalentna vezja narisana na različne načine. Začnemo z običajnim električnim krogom (podobno kot naloga 1.2) z izvorom napetosti in nekaj komponentami. Pri elektroniki nas zanima kako se vhodna napetost (napetostni izvor) preobrazi zaradi elektronskih komponent (uporov, integriranih vezji). V danem primeru vzemimo točko Y kot izhod vezja. Zdaj pa isto vezje (delilnik napetosti) prikažemo kot štiripolno vezje, dva pola za vhod in dva pola za izhod. Prednost tega je, da lahko take segmente poljubno sestavljamo in iz preprostih kosov naredimo zapleteno vezje. Še ena poenostavitev dalje (slika povsem desno) pa je enopolno vezje, ki je najpogosteje uporabljana predstavitev v elektronskih shematikah - napetost merimo kar proti referenčni točki, ki je ozemljena, zato lahko napetosti nadomestimo s potenciali, namesto dvopolnih vhodov in izhodov pa nam ostane le še ena linija. Vhodno napetost nadomestimo z vhodnim potencialom V, izhodna napetost pa je spet potencial Y. Tudi to sliko lahko poljubno kombiniramo dalje v zapletena vezja, kot na primerna naslednji sliki. Pot signala je naznačena s puščico, črtkani kvadrati pa označujejo posamezne segmente vezja.



- **Časovno odvisni signali**

Navadno nas zanimajo signali, ki se spreminjajo s časom, še posebej ko v vezje vključujemo elemente, ki niso upori. Takrat pišmo potencial:

$$U = U_0 + u(t), \quad (23)$$

kjer z veliko črko označujemo vrednost potenciala,  $U_0$  je del, ki se ne spreminja, manjši del  $u(t)$  pa nosi časovno odvisnost. Z majhno črko hočemo poudariti, da je variabilen del po vrednosti manjši od dela, ki se ne spreminja s časom.

- **Slika signala v frekvenčnem prostoru**

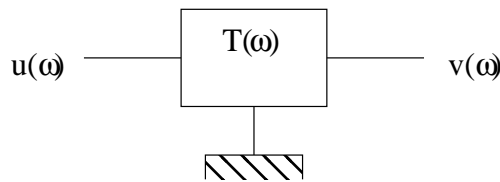
Variabilen del lahko zapišemo v frekvenčnem prostoru:

$$u(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-i\omega t} dt \quad (24)$$

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (25)$$

Obsežna literatura o Fourierjevih transformacijah nam zagotavlja, da sta obe reprezentaciji  $u(t)$  in  $u(\omega)$  ekvivalentni. Poudarim naj še, da je  $u(\omega)$  kompleksna funkcija tudi, če je  $u(t)$  realna, in moramo v frekvenčnem prostoru uporabljati kompleksno aritmetiko.

- **RLC vezja**



RLC vezja so vezja s pasivnimi element - upori (upornost  $R$ ), tuljavami (induktivnost  $L$ ) in kondenzatorji (kapaciteta  $C$ ). Zveza med napetostjo in tokom na vskame od teh elementov je linearna (v smislu operatorjev), saj gre kvečjemu za odvajanje ali integrale. K sreči se odvodi in integrali v frekvenčnem prostoru spremenijo v aritmetične operacije - množenje oziroma deljenje s krožno frekvenco  $\omega$ . Zato signale raje računamo v frekvenčnem prostoru. Torej  $v(\omega)$  linearno povezan z vhomom  $u(\omega)$ , sorazmernostni operator  $T$  pa bo racionalna, a kompleksna funkcija frekvence  $\omega$ . Lahko jo zapišemo v obliki

$$T(\omega) = A e^{i\delta}, \quad (26)$$

kjer je  $A$  absolutna vrednost tega kompleksnega števila,  $\delta$  pa fazni zamik. Parametra določimo kot:

$$A = \sqrt{T(\omega)T^*(\omega)} \quad (27)$$

$$\delta = \arctan \frac{\Im [T(\omega)]}{\Re [T(\omega)]} = \arctan \frac{T(\omega) - T^*(\omega)}{i (T(\omega) + T^*(\omega))} \quad (28)$$

- **Impedanca**

Impedanca je splošen izraz za razmerje med padcem napetosti in tokom preko elementa v frekvenčnem prostoru. Razmerje bo v splošnem odvisno od frekvence signala, torej:

$$Z(\omega) = \frac{U(\text{vhod}) - V(\text{izhod})}{I(\text{vhod} \rightarrow \text{izhod})} \quad (29)$$

Ker gledamo razmerje v frekvenčnem prostoru, bo  $Z(\omega)$  kompleksna funkcija.

### 3 RLC vezja

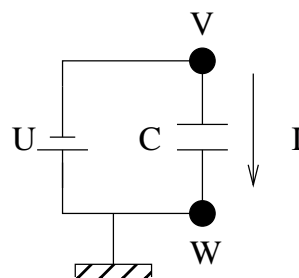
#### 3.1 naloga

Določi impedanco upora! Pomagaj si s skico prin nalogi 1.1, vhod pa naj bo  $U=u(t)=A e^{i\omega_0 t}$ ! Nariši diagram  $I(\omega_0)$ !



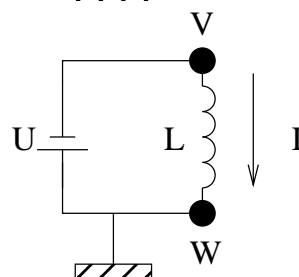
### 3.2 naloga

Določi impedanco kondenzatorja. Pomagaj si s sliko. Naj bo vhod  $U=u(t)=A e^{i\omega_0 t}$ ! Nariši diagram  $I(\omega_0)$ !



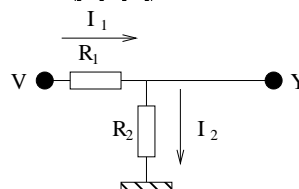
### 3.3 naloga

Določi impedanco dušilke z induktivnostjo L. Pomagaj si s sliko. Naj bo vhod  $U=u(t)=A e^{i\omega_0 t}$ ! Nariši diagram  $I(\omega_0)$ !



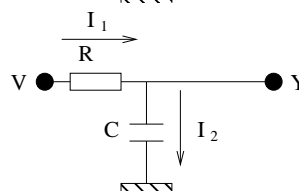
### 3.4 naloga

Določi prenosno funkcijo  $T(\omega)$  za vezje na sliki (napetostni delilnik), torej razmerje med  $Y(\omega)$  in  $U(\omega)$ . Nariši diagram  $A(\omega)$  in  $\delta(\omega)$ !



### 3.5 naloga

Določi prenosno funkcijo  $T(\omega)$  za vezje na sliki (RC člen), torej razmerje med  $Y(\omega)$  in  $U(\omega)$ . Nariši diagram  $A(\omega)$  in  $\delta(\omega)$ !



### 3.6 naloga

Recimo, da vhodna napetost  $U(t)$  niha s frekvenco 36 kHz (10,100 kHz) in amplitudo 100 mV okrog ničle (torej  $U_0=0$  V,  $U(t)=u(t)$ ). Vezje je enako kot pri nalogi 3.5, z uporabo  $R=1$  k $\Omega$  in  $C=5$  nF. Določi vrednost izhoda  $y(t_0)$  ob času  $t_0$ , ko je vhod  $u(t_0)$  najmanjši!

### Rešitev

Vhodno funkcijo zapišemo kot realni del kompleksne funkcije:

$$u(t) = \Re \left[ u_0 e^{i\omega t} \right], \quad (30)$$

kjer je  $\omega=2\pi f$  in  $f$  frekvenca signala,  $f=36$  kHz,  $u_0$  pa amplituda, torej  $u_0=100$  mV. Kot vemo, je:

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad (31)$$

in bo

$$\Re \left[ u_0 e^{i\omega t} \right] = u_0 \cos \omega t. \quad (32)$$

Hitro lahko določimo  $t_0$  - vrednost kosinusa je najmanjša, ko je argument enak  $\pi+k2\pi$ , za  $k$  poljubno celo število. Torej bo:

$$\omega t_0 = \pi + 2k\pi \quad \rightarrow \quad t_0 = \frac{\pi}{\omega} (1 + 2k) = \frac{1}{2f} (1 + 2k) \quad (33)$$

Za  $k=1$  bo  $t_0=1/2f=1/72 \text{ ms}=0.014 \text{ ms}=14 \mu\text{s}$ .

Izhod  $y(t)$  dobimo kot:

$$y(t) = \Re[y(\omega)] = \Re[T(\omega)u(\omega)] = \Re\left[\frac{1}{1+i\omega\tau}u_0 e^{i\omega t}\right] \quad (34)$$

Pomagajmo si z definicijo  $A$  in  $\delta$ :

$$T(\omega) = A(\omega) e^{i\delta(\omega)}, \quad (35)$$

in vstavimo nazaj v izraz za  $y(\omega)$ :

$$y(t) = \Re[T(\omega)u(\omega)] = \Re[A(\omega)e^{i\delta(\omega)}u_0e^{i\omega t}] \quad (36)$$

Pravilo za računanje s kompleksnimi števili pa pravi, da za par števil  $a$  in  $z$ , kjer je  $a$  realno in  $z$  kompleksno število, velja:

$$\Re[az] = a\Re[z] \quad (37)$$

Če upoštevamo to pravilo v enačbi (36), dobimo:

$$y(t) = \Re[A(\omega)u_0e^{i\delta(\omega)}e^{i\omega t}] = A(\omega)u_0\Re[e^{i(\omega t+\delta(\omega))}]. \quad (38)$$

Upoštevamo še izraz v enačbi (31), da dobimo:

$$y(t) = A(\omega)u_0 \cos(\omega t + \delta(\omega)) \quad (39)$$

Ker je vezje v nalogi enako kot pri nalogi 3.5, prepisemo izraze za  $A(\omega)$  in  $\delta(\omega)$ :

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}} \quad (40)$$

$$\delta(\omega) = \arctan[-\omega\tau] \quad (41)$$

Za podatke v nalogi bo

$$\tau = RC = 1 \text{ k}\Omega \cdot 5 \text{ nF} = 5 \mu\text{s} \quad (42)$$

$$\tau\omega = 5 \mu\text{s} \cdot 2\pi \cdot 36 \text{ kHz} = 1,13 \quad (0,314 ; 3,14) \quad (43)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,13^2}} = 0,66 \quad (0,95 ; 0,33) \quad (44)$$

$$\delta(\omega) = \arctan(-1,13) = -0,84 \quad (-0,30 ; -1,26) \quad (45)$$

V oklepajih so navedene vrednosti za frekvenco signala 10 kHz oziroma 100 kHz. Vstavimo vrednosti v rešitev (39):

$$y(t_0, f = 36 \text{ kHz}) = A(\omega)u_0 \cos(\omega t_0 + \delta(\omega)) = \quad (46)$$

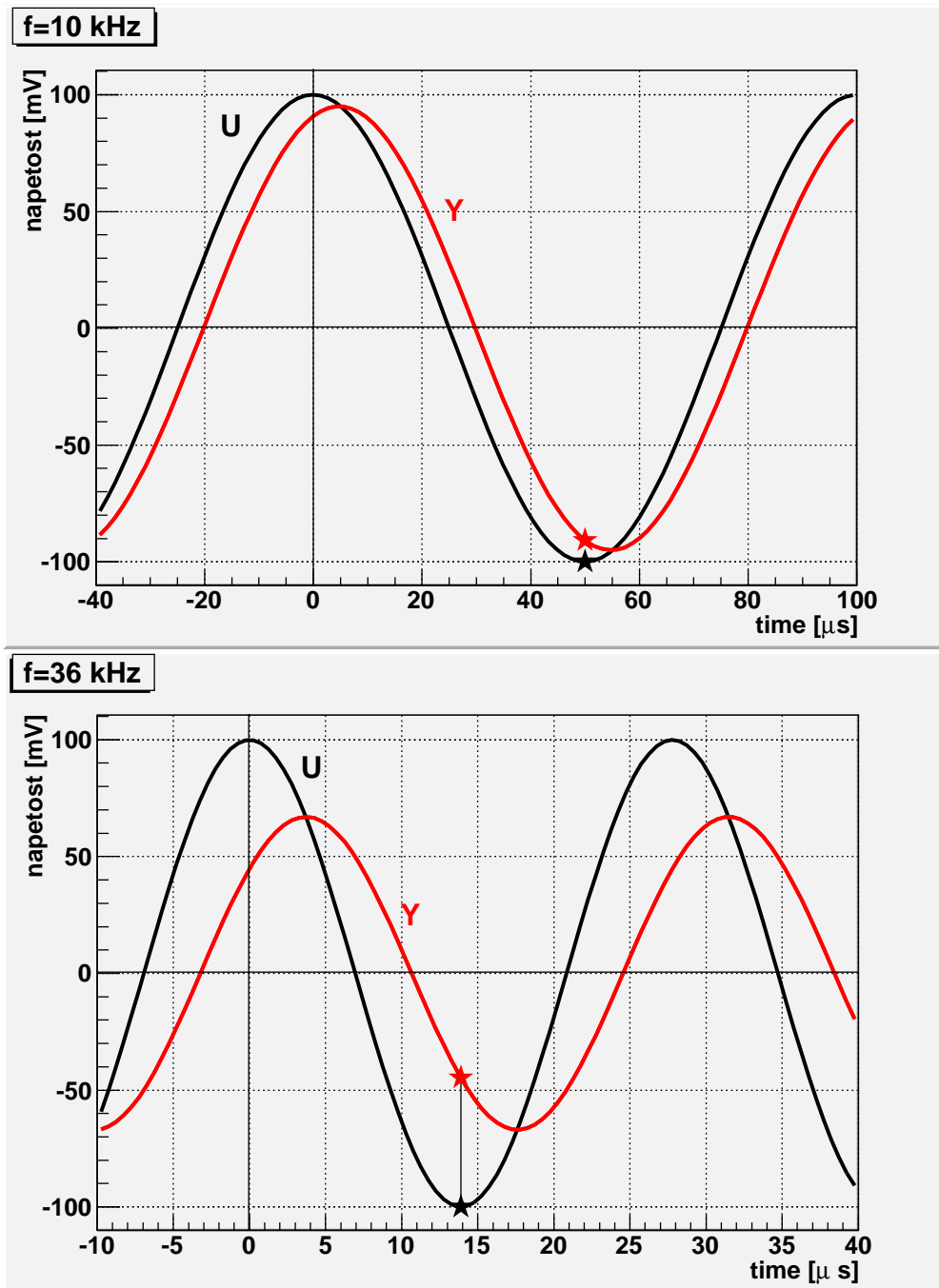
$$= 0,66 \cdot 100 \text{ mV} \cos(\pi + (-0,84)) = 66 \text{ mV} \cdot 0,67 = -44 \text{ mV}. \quad (47)$$

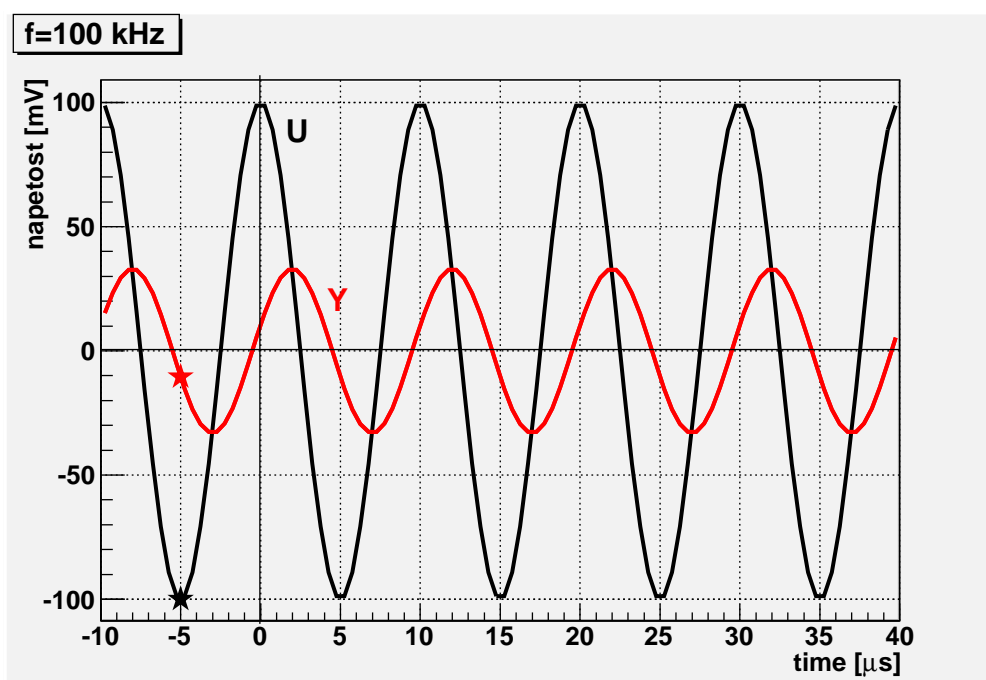
Za preostali frekvenci dobimo:

$$y(t_0, f = 10 \text{ kHz}) = 0,95 \cdot 100 \text{ mV} \cos(\pi - 0,3) = 95 \text{ mV} \cdot (-0,95) = -91 \text{ mV} \quad (48)$$

$$y(t_0, f = 100 \text{ kHz}) = 0,33 \cdot 100 \text{ mV} \cos(\pi - 1,26) = 33 \text{ mV} \cdot (-0,31) = -9,2 \text{ mV} \quad (49)$$

Še razmislek. Vemo, da je vrednost  $u(t_0)$  -100 mV. Frekvenca 36 kHz je za tak par upor/kondenzator ravno mejna - za frekvence manjše od 36 kHz, npr. za 10 kHz, je vrednost izhoda približno enaka izhodu (-91 mV) in izhod sledi vходу s približno enako amplitudo ( $A(\omega) \approx 1$ ) in majhno zakasnitvijo ( $\delta(\omega) \approx 0$ ). Za frekvence večje od 36 kHz pa je izhod majhen ( $A(\omega) \approx 0$ ), zakasnitev pa gre proti četrtini cikla.





### 3.7 naloga

Določi prenosno funkcijo  $T(\omega)$  za vezje na sliki (CR člen), torej razmerje med  $Y(\omega)$  in  $U(\omega)$ . Nariši diagram  $A(\omega)$  in  $\delta(\omega)$ !

