

# Električno polje v radiacijsko poškodovanem polprevodniku

## SEMINAR

Andrej Studen

Mentor: dr. Marko Mikuž

28. marec 2000

### Povzetek

---

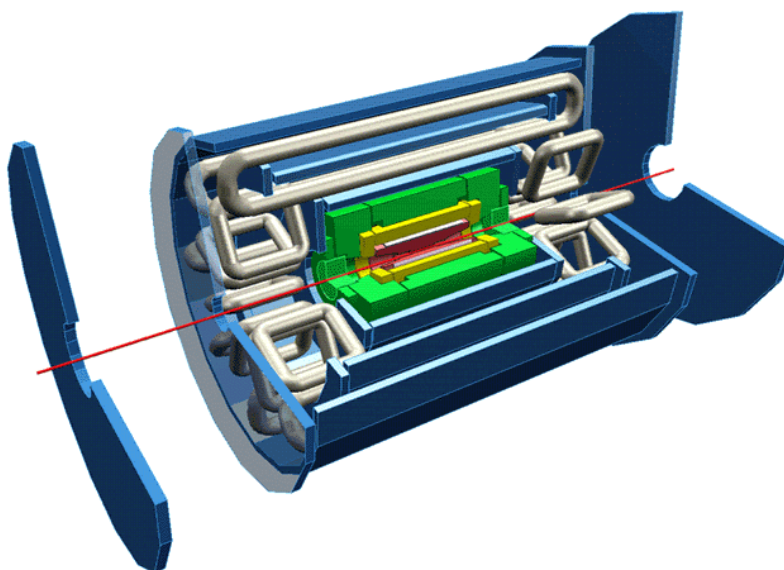
Silicijevi detektorji hitrih projektilov so izpostavljeni močnemu sevanju. Oblike signalov se po obsevanju spremenijo. V prvem delu zato na hitro predstavimo silicijev polprevodnik v termičnem ravnovesju. Zahtevnemu bralcu bo dodatna podkrepitev začetnih izrazov navedena v literaturi. Enačbe za stacionarno stanje izpeljemo s pomočjo modela generacije in rekombinacije na pasteh, povzročenih ob obsevanju. Izpeljana je povprečna zasedenost in gostota homogeno porazdeljenega prostorniskega naboja enega tipa defektov. Namigi o posplošitvi pristopa so navedeni v zaključku. Ob opazovanju gibanja na površino vbrizganih prevodnih delcev po kristalu so opazili podobno električno polje kot ga napoveduje numerična rešitev enačb. Točna rešitev polja je uporabna v numeričnih simulacijah signalov. Nastajajo natančnejše metode za izračun polja.

---

### Kazalo

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Polprevodniki v termičnem ravnovesju</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Stacionarno stanje v neravnovesnem polprevodniku</b>	<b>5</b>
3.1	Generacija in rekombinacija . . . . .	8
3.2	Enačbe pri veliki zaporni napetosti . . . . .	11
3.3	Dioda $p^{+}nn^{+}$ . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Rezultati in realnost</b>	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>Zaključek</b>	<b>15</b>

# 1 Uvod



Slika 1: Detektor eksperimenta ATLAS. Ogromna struktura (petnadstropna stolpnica) bo zaznavala trke protonov v osrednji cevi. Rezultate bodo odčitavali številni detektorji, razporejeni v koncentričnih valjih okrog te cevi. Silicijeve plošče so vgrajene tik ob osi žarka in so zato najbolj izpostavljene radiaciji. Vir [7].

Eksperiment ATLAS bo zaznaval trke protonov pri visokih energijah. Na sliki vidimo detektor tega eksperimenta. Najbližje curku bodo ravno detektorji iz silicija, ki bodo delovali kot sledilne naprave za nabite delce. Ti delci namreč v siliciju pri ionizaciji tvorijo pare vrzel-elektron.

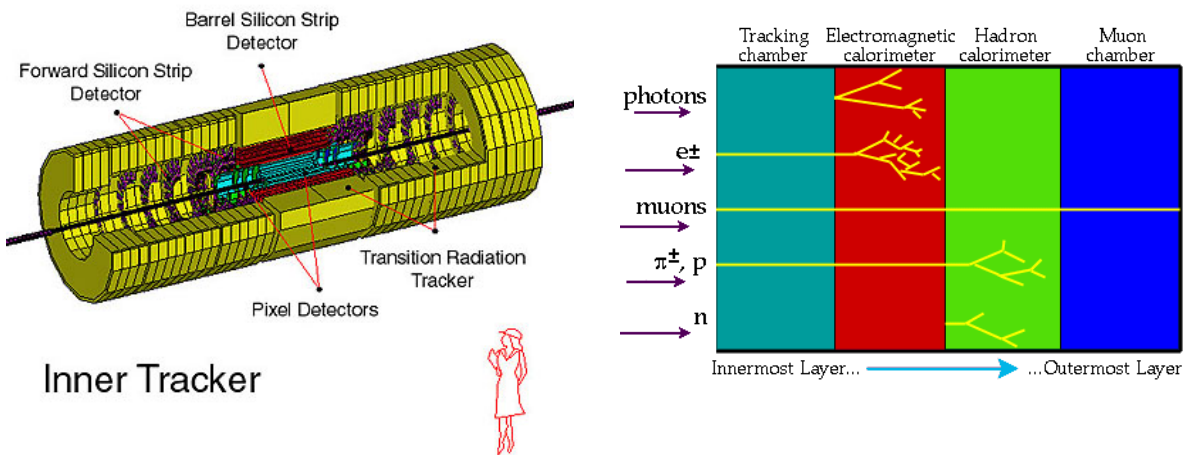
Hitri projektili poškodujejo kristalno strukturo polprevodnikov. Zato se spremenijo rezultati meritev. Prave sledi bomo lahko razbrali le z znanim električnim poljem v polprevodniku.

Začeli bomo s preprostimi nepoškodovanimi detektorji in pokazali, kako se njihove značilnosti spremenijo po radiaciji.

## 2 Polprevodniki v termičnem ravnovesju

Začeli bomo s ponovitvijo osnovnih enačb iz matematičnega opisa polprevodnikov. Strokovna literatura se je o njih na široko razpisala (glej [6]), zato v tem seminarju ne bomo navedli celotne izpeljave. Vmesne korake naj si bralec poišče sam.

Polprevodnik prepoznamo po sorazmerno veliki energijski vrzeli med zasedenimi in nezasedenimi stanji. Ta energijska razlika tudi sicer odloča o prevodnosti snovi in ločuje izolatorje od kovin. Polprevodniki so že po imenu nekje med obema z značilnimi  $E_g = 1 - 2 \text{ eV}$ . V čistem polprevodniku je zato le malo nosilcev



Slika 2: Notranji detektor bo reda velikosti človeka. Sestavljen bo iz plasti polprevodniških sledilcev, izpostavljenih radiacijskim poškodbam. V njem bomo zaznali nabite delce (mione, pione, protone, pozitrone in elektrone). Predvsem težki in hitri delci pa bodo poskodovali naš detektor. Vir [7].

naboja. Njihovo število lahko izračunamo:

$$n_i = \frac{1}{16\pi^{5/2}} (m_n m_p)^{3/4} \left( \frac{\sqrt{k_B T}}{\hbar} \right)^3 \exp(-E_g/2k_B T). \quad (1)$$

Fermijevo energijo  $E_F$  v čistem polprevodniku imenujemo intrinzično energijo  $E_i$ .

Polprevodnik bo prevajal bolje, če mu bomo dodali nove energijske nivoje. Tako govorimo o donorsko (n) oziroma akceptorsko (p) dopiranih polprevodnikih. S količinami  $n$  in  $p$  označimo, kot je v navadi, zaporedoma gostoto prevodnih elektronov in gostoto prevodnih vrzeli. Tem delcem bomo prideli ime nosilci naboja. Tej notaciji sledeč je n-polprevodnik bogat z elektroni kot nosilci naboja, p-polprevodnik pa je bogat z - vrzelmi. Dopiranje lahko nadomestimo s splošnim izrazom  $\Delta N = N_D - N_A$ , kjer sta  $N_A$  in  $N_D$  gostoti dodanih atomov zaporedoma akceptrojev in donorjev. Dodatni nosilci naboja premaknejo Fermijevo energijo. Odstopanje od intrinzične vrednosti je podano z:

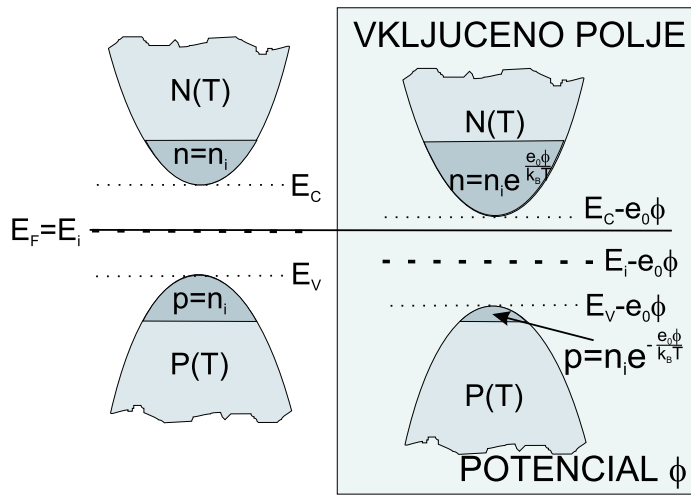
$$E_i - E_F = k_B T \sinh^{-1} \left[ \frac{\Delta N}{2n_i} \right]$$

Naravna enota za merjenje energij je eV, zato namesto energij vpeljemo potenciale, ki jih merimo v V:

$$E_i = e_0 \psi \quad \text{intrinzičen potencial} \quad (2)$$

$$E_F = e_0 \varphi \quad \text{fermijev potencial} \quad (3)$$

V termičnem ravnovesju preko stika različno dopiranih polprevodnikov izenačimo Fermijevo energijo. Preko stika moramo tako premakniti celotno energijsko lestvico nivojev. Energijske nivoje lahko premakne le električni potencial, zato se v okolici stika pojavi električno polje (slika 4). Električni potencial nam torej



Slika 3: Vplivi električnega potenciala na skoraj proste nosilce naboja v polprevodniku. Namesto da bi spremenili samo Fermijevo energijo, premaknemo vzdolž potenciala kar celo strukturo energijskih nivojev. S tako premaknjenimi nivoji nam električnega polja ni treba več upoštevati.

meri premaknjena energijska lestvica:

$$\psi \rightarrow \psi - \phi \quad (4)$$

$$E_c \rightarrow E_c - e_0 \phi \quad (5)$$

$$E_v \rightarrow E_v - e_0 \phi \quad (6)$$

Navadno ne računamo s pravim električnim potencialom, pač pa kar s premaknjeno intrinzično energijo oziroma njej prirejenim potencialom.

Zaradi očitne podobnosti s potencialom rečemo intrinzičnem potencialu  $\psi$  kar kvazi-potencial. Zanj lahko zapišemo Poissonovo enačbo:

$$\nabla^2 \psi(x) = -\frac{e_0}{\epsilon \epsilon_0} (2n_i \sinh[(\psi(x) - \varphi(x))e_0/k_B T] + \Delta N(x)). \quad (7)$$

Uporabim enačbo na stiku s profilom:

$$\Delta N(x) = \begin{cases} -N_A & x \leq 0, \\ N_D & x > 0 \end{cases}$$

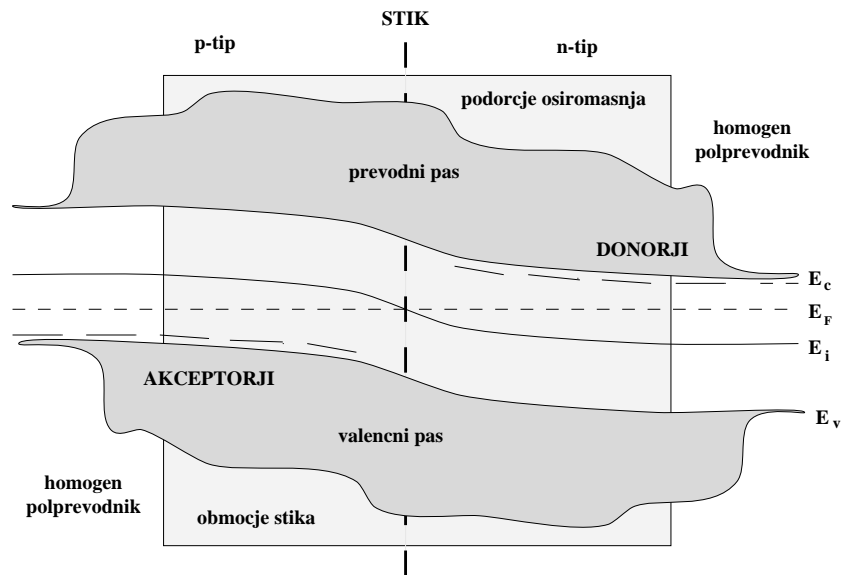
Za preprosto ponazoritev je dovolj premislek, da polje nastane le blizu stika ( $x = 0$ ), sicer pa je polprevodnik povsod nevtralen. V delu z električnim poljem ni nosilcev naboja, zato sklenemo dve kvadratni paraboli s konstanto. Preko stika imamo padec napetost:

$$\Delta \phi = -\Delta \psi = -(\psi(\infty) - \psi(-\infty)) = +\frac{k_B T}{e_0} \ln \left[ \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right].$$

Globino polja označimo z  $x_n$  oziroma  $x_p$  ustrezno standardni notaciji [6]. Polje je globlje na slabše dopirani strani stika:

$$\frac{x_n}{x_p} = \frac{N_A}{N_D} \quad (8)$$

$$x_n + x_p = \sqrt{\frac{(-\Delta \psi) \epsilon \epsilon_0}{e_0}} \left( \sqrt{\frac{1}{N_A}} + \sqrt{\frac{1}{N_D}} \right). \quad (9)$$



Slika 4: Variacija energijskih nivojev v eni dimenziji pri  $p - n$  stiku. To je stik donorsko in akceptorsko dopiranih polprevodnikov. Levo imamo veliko akceptorjev, zato je Fermijeva energija blizu spodnjega roba pasu. Desno imamo donorske nivoje, Fermijeva energija je blizu vrha špranje. Izenači se Fermijeva energija, zato pride do skoka potenciala, ki ga skrijemo v intrinzično energijo. Skupaj z njo se spreminjajo tudi ostale energijske konstante polprevodnika-spodnji rob prevodnega in zgornji rob valenčnega pasu. Ob stiku nastane področje osiromašnja, kjer ni nosilcev naboja. Zunaj tega območja je polprevodnik homogen in navzven nevtralen.

### 3 Stacionarno stanje v neravnovesnem polprevodniku

Do zdaj smo se ukvarjali s termičnim ravnovesjem. Ko pa je polprevodnik priključen na zunanjo napetost, se v polprevodniku vzpostavi neravnovesno, a stacionarno stanje. Pojavi se stacionarni tok elektronov in vrzeli, ki ga poganja zunanja napetost. Po vpeljavi novih pojmov bomo začeli s preprostim primerom, kjer shajamo še z enačbami in postopki, ki smo jih uporabili pri termično ravnovesnih polprevodnikih, nadaljevali pa bomo z vpeljavo tokov in opisom generacije in rekombinacije.

Opis stacionarnega polprevodnika bomo začeli z vpeljavo kvazi-fermijevih nivojev posebej za vrzeli in posebej za elektrone. Vsaka vrsta nosilcev naboja se namreč drugače odzove na zunanjo napetost [5]:

$$n = n_i \exp[(\varphi_n - \psi)e_0/k_B T] \quad \text{in} \quad p = n_i \exp[(\psi - \varphi_p)e_0/k_B T].$$

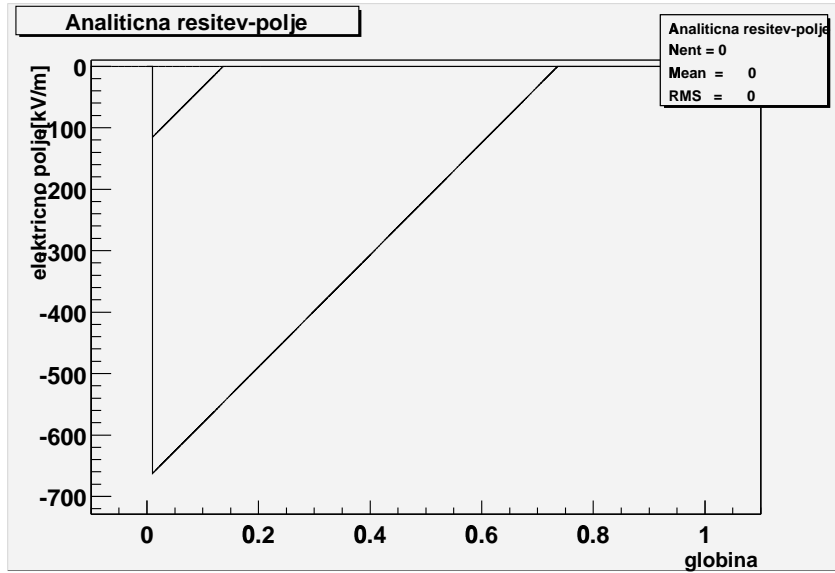
Za  $p-n$  stik ločimo glede na predznak zunanje napetosti glede na notranjo napetost, tj. napetost na stiku, zaporno (reversed biased) in prepustno (forward biased) napetost. Zaporna napetost zvišuje pregrado, tj. potencialni skok, medtem ko napetost v prepustni smeri zmanjšuje notranji potencialni skok in celo prekrije stik. Takrat se polprevodnik obnaša kot kovina, le s končnim  $\epsilon$ . Po definiciji je zaporna napetost negativna,

prepustna pa pozitivna.

Za majhne zaporne napetosti (v primerjavi z notranjo napetostjo  $\psi^{(0)}$ ) lahko privzamemo kar enačbo (7), le da število intrinzičnih nosilcev povečamo na  $n_i \exp(V/2)$ , kjer je  $V$  zunanja napetost [3]. Tako imamo skok preko stika kot vsoto “notranje” in zunanje napetosti, debelino zaporne plasti pa kot koren iz vsote:

$$\Delta\phi = \Delta\phi^{(0)} - V.$$

$$x_n + x_p = \sqrt{\frac{(\Delta\phi - V)\epsilon\epsilon_0}{e_0}} \left( \sqrt{\frac{1}{N_A}} + \sqrt{\frac{1}{N_D}} \right).$$



Slika 5: Rešitev električnega polja za naveden p-n stik, analitičen približek. Polje je linerano, zlomljeno v stiku. Globina stika je območje, kjer je polje različno od 0. Stik je pri  $\xi = 0.01 a$ . ( $N_A = 10^{24} m^{-3}$ ,  $N_D = 10^{18} m^{-3}$ ,  $a = 300 \mu m$ ,  $V = 0$  in  $V = 50V$ ).

Če pa imamo velike zaporne napetosti, privzetka o konstantnosti fermijevih nivojev v območju detektorja ne moremo narediti [3]. Vpeljati moramo enačbe za tokove in jih rešiti v vsej splošnosti.

Tok v polprevodnikih nastane kot posledica dveh procesov Prvi je običajen tok nabitih delcev v električnem polju v polprevodniku, drugi pa je posledica difuzije delcev. Oba prispevka seštejemo:

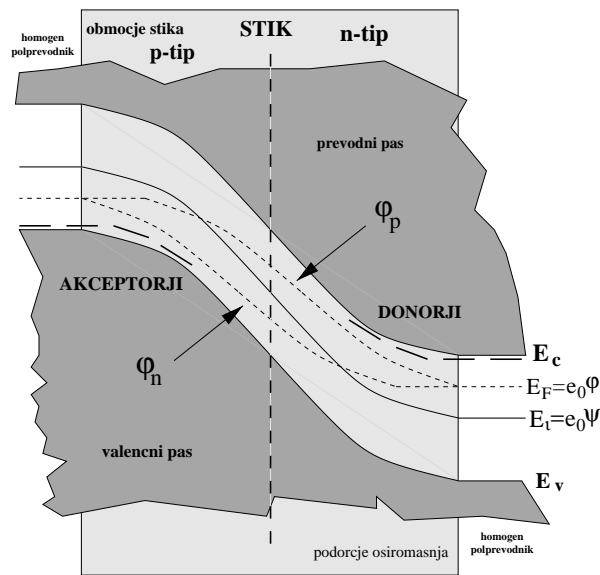
$$I_n = -\mu_n n \mathcal{E} - D \nabla n \quad I_p = \mu_p p \mathcal{E} - D \nabla p.$$

V termičnem ravnovesju ni tokov. Torej mora difuzija izničiti čiste električne tokove, kar nam da ti. Einsteinovo relacijo med gibljivostjo nosilcev in njihovo difuzijsko konstanto:

$$D = \frac{k_B T}{e_0} \mu$$

To pa nas prepriča o vpeljavi kvazi-fermijevih nivojev, saj so z njima izrazi za tok precej enostavni:

$$I_n = -\mu_n \nabla \varphi_n \quad I_p = -\mu_p p \nabla \varphi_p.$$



Slika 6: Skica poteka kvazi-potenciala in kvazi-fermijevih nivojev. Gre za  $p - n$  stik pri zaporni napetosti, večji od skoka na stiku. Oba kvazi-fermijeva nivoja se že spreminjata v samem stiku in predpostavke o njihovi konstantnosti ne moremo več narediti. Tok prevodnih delcev je sorazmeren njihovi gostoti in naklonu kvazi-fermijevega nivoja. V homogenem polprevodniku je gostota prevodnih delcev velika, zato je odvod kvazi-fermijevih potencialov praktično 0. Ko pa smo v samem stiku, gre ves tok na račun odvodov, ki so v stiku največji. Za elektrone je važen razmik med njihovim fermijevim nivojem in prevodnim pasom ( $E_C - E_F^n$ ), ki pa je vedno velik in v stiku še naraste. Zato se nam ni treba bati, da bo približek z Boltzmanovo porazdelitvijo odpovedal. Narisani so tudi donorski oziroma akceptorski nivoji tik pod prevodnim oziroma tik nad valenčnim pasom. Ti nivoji so vedno ionizirani.

V termičnem ravnovesju je  $\varphi = \varphi_n = \varphi_p = 0$ , kar preprečuje tokove v termičnem ravnovesju.

Tokove v polprevodniku uravnava kontinuitetna enačba:

$$\frac{dn}{dt} = -\nabla I_n + \frac{\partial n}{\partial t}.$$

Če bi bil parcialni odvod nosilcev naboja po času enak 0, kot je to navada za tok vode, bi bil v stacionarnem stanju tudi tok po polprevodniku konstanten. Vendar pa parcialni odvod ni enak 0, saj imamo v večini polprevodnikov proces, ki ga imenujemo generacija in rekombinacija. Tako je:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = U(x)$$

Količino z enotami [ $\text{delec}/\text{m}^3\text{s}$ ] označimo z  $U(x)$ . Točen potek funkcije nam bodo dale enačbe za generacijo in rekombinacijo, ki si jih bomo ogledali v posebnem poglavju.

### 3.1 Generacija in rekombinacija

Generacija in rekombinacija je proces podoben toku kraških rek. Elektroni in vrzeli iz prevodnih pasov lahko v kristalu poniknejo ali pa se rodijo. Ta zanimivost je sicer dobro znana kot edina razlaga konstantnega toka v povsem osiromašenem polprevodniku. Sam proces še nima koherentne teorije. Nekatera sodobna odkritja pa nakazujejo nove ideje. Ena od teh je temelj našega modela in si jo moramo zato ogledati [1].

Tok hitrih projektilov skozi kristal pusti v snovi številne deformacije. Preseki za jedrske reakcije na gradnikih namreč niso zanemarljivi. Za nas zanimive posledice teh reakcij so novi elektronski nivoji, ki nastanejo blizu sredine prepovedanega pasu. Zato jih imenujemo globoki nivoji. Točen vzrok je verjetno deformirana kristalna mreža [6].

Ti globoki nivoji postanejo centri generacije in rekombinacije. Zaradi velike oddaljenosti od prevodnih nivojev (pol energijske razlike prepovedanega pasu) imajo mešane značilnosti med diskretnimi donorskimi nivoji (ki so večinoma prazni) in zveznim spektrom intrinzičnih nosilcev (v prevodnem in valenčnem pasu). Vpeljati moramo izraze za verjetnost zajetja (absorbpcije) in verjetnost emisije. Verjetnost zajetja določenega energijskega nivoja je verjetnost ujetja nosilca naboja na tem energijskem nivoju. S tem nastane iz nosilca naboja prosotorsko porazdeljen nepremičen naboj. Verjetnost emisije je verjetnost obratnega procesa. Naboj, ujet na pasti, postane nosilec naboja. Oglejmo si ti konstanti za nivoje dopirancev in za intrinzične nosilce.

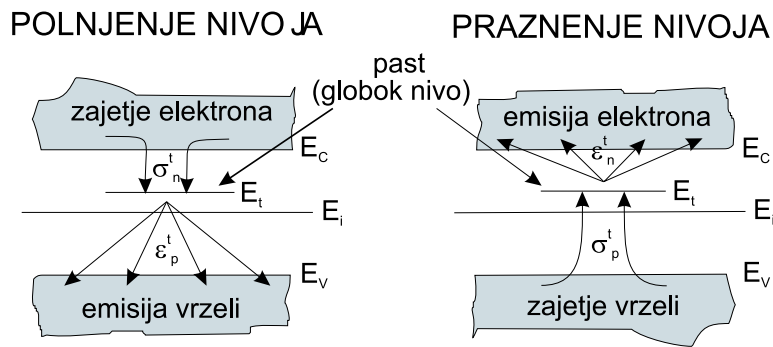
Spodnji rob prevodnega pasu je le nekaj  $k_B T$  višje od nivojev dopirancev. Torej lahko za proste nosilce naboja privzamemo dostopnost ostalih stanj blizu spodnjega roba prevodnega pasu kot enako dostopnosti nivojev dopirancev. Prvih je neprimerno več, saj govorimo o zveznem spektru. Torej bo verjetnost, da se bo elektron ujel ravno na nivo dopirancev, zanemarljivo majhna. Verjetnost emisije pa je prav tako majhna, saj so nivoji prazni.

Pri intrinzičnih nosilcih pa bi morali za vsak poln nivo v pasu vezanih delcev določiti skupno verjetnost za preskok v kateregakoli od praznih nivojev v prevodnem pasu. Te verjetnosti bi morali nato še sešteti za vse polne nivoje vezanih delcev. Integral bi pomenil verjetnost emisije delca iz vezanega stanja v prevodni pas. Verjetnost zajetja pa bi določili iz enakosti tokov delcev preko energijske špranje. Tokov v polprevodniku brez zunanjih virov napetosti namreč ni.

Energijski pasovi, ki jih povzročijo globoki defekti, pa so ravno sredi prepovedanega pasu. Zato se obnašajo hkrati kot nivoji ujetih vrzeli in kot nivoji ujetih elektronov. Proces polnitve nivoja gre torej kot zajetje elektrona ali kot emisija vrzeli (glej sliko 7). Podobno gre proces praznjenja nivoja kot emisija elektrona ali kot zajetje vrzeli. Za vsak tip defekta (indeks  $t$ ) potrebujemo torej štiri koeficiente, ki pa so k sreči med seboj povezani. Vse nadaljnje količine bom določil za en tip, o porazdelitvah defektov pa bom govorili kasneje.

V termičnem ravnovesju je tok nosilcev iz prevodnega pasu na naš pas enak 0, zato sta emisija in absorbcija enaki. Absorbpcijo moramo določiti iz presekov za zajetje. Začnimo z elektroni. Njihova hitrost gibanja po kristalu je določena s temperaturo, saj jih ne vzbuja nobeno drugo polje. Rezultat prepisemo iz





Slika 7: Pasti se polnijo z emisijo vrzeli ali z zajetjem elektrona, praznijo pa z emisijo elektrona ali zajetjem vrzeli. V termičnem ravnovesju je število emitiranih elektronov enako številu zajetih. Enako za vrzeli. V stacionarnem stanju je presežek emitiranih elektronov enak presežku emitiranih vrzeli. Odtod enačbe za konstante. Energijsko razliko  $E_t$  merimo od intrinzične energije, saj v enačbah izgubimo odvisnost od Fermijeve energije. Že prej pa smo videli, da je struktura energijskih nivojev vezana na potencial, skrit v intrinzični energiji, torej kvazi-potencialu.

kinetične teorije plinov ( $v^{th} = \sqrt{3k_B T/m^*}$ ,  $m^*$  je reducirana masa delca v prevodnem pasu). Verjetnost za reakcijo je produkt gostote vstopajočih delcev, njihove hitrosti in sipalnega preseka. Zato je<sup>1</sup>:

$$w_n^t = n v_n^{th} \sigma_n^t \quad \left( \approx 40000 \frac{\text{delcev}}{\text{s}} \right)$$

Verjetnost prehoda je odvisna od gostote prevodnih delcev v prevodnem pasu, zato definirajmo verjetnost na enoto gostote in temu recimo koeficient zajetja:

$$c_n^t = v_n^{th} \sigma_n^t$$

Seveda velja enako za vrzeli, dobimo:

$$w_p^t = p v_p^{th} \sigma_p^t \quad \left( \approx 100000 \frac{\text{delcev}}{\text{s}} \right)$$

$$c_p^t = v_p^{th} \sigma_p^t$$

Podobno kot za zajetje, definiramo konstanti tudi za emisijo.  $\epsilon^t$  naj bo verjetnost na časovno enoto, da bo naboj prešel iz pasti v prevodni oziroma valenčni pas, kjer bo prost nosilec naboja. Vidimo, da bo povprečen čas, ki ga delec preživi na defektu, ravno inverz te količine:  $\tau^t = \frac{1}{\epsilon^t}$ , za vsako vrsto naboja seveda.

Prost nivo lahko absorbira delec, zaseden nivo lahko delec odda. Verjetnost, da je nivo z energijo  $E$  zaseden, podaja Fermijeva funkcija  $F(E) = 1/(1 + \exp((E - E_F)/k_B T))$ . Naj bo gostota defektov z energijo  $E_t$  kar  $N_t$ . Torej bo gostota zasedenih defektov enaka  $N_t F(E_t)$ , gostota prostih pa  $N_t(1 - F(E_t))$ . Gostota emitiranih elektronov bo torej  $N_t F(E_t) \epsilon_n^t$  in bo enaka gostoti absorbiranih elektronov  $N_t(1 - F(E_t)) n c_n^t$ .

<sup>1</sup>Ocenjenjene vrednosti pri  $n = p = n_i$ ,  $T = 300$  K,  $\sigma = 10^{-15}$  m<sup>2</sup>

Enako storimo tudi za vrzeli, le da tu emitirajo prazni, absorbirajo pa polni nivoji. Tako dobimo povezave za verjetnost emisije delca z nivoja  $t$  (pri  $E_t - E_i = 0.05\text{eV}$ ):

$$\varepsilon_n^t = c_n^t n_i \exp((E_t - E_i)/k_B T) \quad \left( \approx 400000 \frac{\text{delcev}}{\text{s}} \right) \quad (10)$$

$$\varepsilon_p^t = \frac{c_p^t n_i}{\exp((E_t - E_i)/k_B T)} \quad \left( \approx 10000 \frac{\text{delcev}}{\text{s}} \right) \quad (11)$$

Izpeljali smo splošno zvezo, ki jo lahko uporabimo za vsak nivo  $E_t$ .

Računanje si olajšamo z vpeljavo:

$$x_t = \exp((E_t - E_i)/k_B T). \quad (12)$$

Generacija delcev je pravzaprav emisija, rekombinacija pa zajetje. Lahko bi obravnavali vsak proces zase, vendar nas zanimajo parcialni odvodi  $\partial n/\partial t$  in  $\partial p/\partial t$ , ki so pravzaprav presežek generacije istoimenskih nosilcev naboja. Zato definiramo že omenjeno funkcijo  $U = (G - R)$ . Zasedenost nivoja definiramo kot verjetnost, da je nivo zaseden. Ob zasedenosti nivoja  $P_t$  je:

$$\begin{aligned} \frac{U_n^t}{N_t} &= P_t \varepsilon_n^t - (1 - P_t) n c_n^t = c_n [n_i P_t x_t - (1 - P_t) n] \\ \frac{U_p^t}{N_t} &= (1 - P_t) \varepsilon_p - P_t c_p^t p = c_p [n_i (1 - P_t) / x_t - P_t p] \end{aligned}$$

V stacionarnem stanju je generacija vrzeli enaka generaciji elektronov, torej je  $U_t = U_n^t = U_p^t$ , kar nam da pogoj za določitev zasedenosti nivoja:

$$P_t = \frac{n c_n^t + n_i c_p^t / x_t}{n c_n^t + p c_p^t + n_i c_p^t / x_t + n_i c_n^t x_t}. \quad (13)$$

Zdaj lahko izračunamo tudi  $U(x)$ , ki ga potrebujemo v naših enačbah:

$$U^t(x) = N_t \frac{c_n^t c_p^t}{n(x) c_n^t + p(x) c_p^t + n_i c_p^t / x_t + n_i c_n^t x_t} (n_i^2 - n(x) p(x)), \quad (14)$$

Vidimo, da ima enačba za presežek generacije zanimivo strukturo. Sorazmerna je namreč členu  $n_i^2 - np$ , kar pomeni, da v termično ravnovesnem polprevodniku ni generacije in rekombinacije. To je seveda posledica zahteve, da je takrat emisija enaka absorpciji. Presežek generacije je dobro merilo za ravnovesnost stanja.

Rešili smo enačbe za en tip defekta. Vsak tip je podan z energijskim nivojem, preseki za zajetje in gostoto po kristalu. Te podatke določimo eksperimentalno. Porazdelitev hitrih projektilov po smereh je izotropna. Naši detektorji so dovolj odmaknjeni od samega centra žarka in so dovolj plitvi, da je privzetek o homogenosti porazdelitve defektov povsem smiseln. Vsi tipi defektov so torej homogeni. Interakcije med defekti sicer obstajajo, a jih lahko izključimo s primerno izmerjenimi konstantami defektov. Tako je presek za zajetje dobro definiran kljub prisotnosti več tipov defektov, kakor tudi enakost tokov. Račun je povsem splošen, prispevke različnih tipov defektov pa lahko na koncu seštejemo.

Če bi radi imeli celoten presežek generacije delcev, moramo izraz  $U^t$  sešteti po vseh tipih defektov. Pravi izraz za prirastek bo torej:

$$U(x) = \sum_t U^t(x)$$

Tu bi se zgodba morala končati. Vendar smo že omenili, da se na globokih nivojih nosilci naboja spreminjajo v statičen naboj. Ta naboj ( $Q^{\text{deep}}$ ) lahko z zasedenostjo  $P_t$  zlahka določimo za vsak tip defekta. Eksperimentalni podatek, ki je na voljo za vsak defekt, poleg energije  $E_t$  in presekov  $\sigma$  za zajetje elektronov oziroma vrzeli, je tudi predznak statičnega naboja ujetih nosilcev. Glede na to ločimo akceptorske in donorske pasti. Po analogiji so akceptorske pasti negativno nabite, torej bo naboj enak produktu osnovnega s številom zasedenih globokih nivojev, z zasedenostjo  $P_t$  torej  $Q_A = -e_0 N_t P_t$ . Donorske pasti so pozitivno nabite, zato je naboj enak produktu števila zajetih vrzeli in osnovnega naboja, torej  $Q_D = e_0 N_t (1 - P_t)$ . V Poissonovo enačbo pa moramo dodati vsoto naboja po vseh nivojih, upoštevajoč pravilne predznake:

$$Q^{\text{deep}} = e_0 \left[ \sum_{t, \text{donorji}} (1 - P_t) N_t - \sum_{t, \text{akceptorji}} P_t N_t \right] \quad (15)$$

### 3.2 Enačbe pri veliki zaporni napetosti

Točne enačbe vključujejo natančen opis tokov nosilcev naboja v polprevodniku. V tem razdelku bomo spoznali uporabno vrednost kvazi-fermijevih nivojev. S pomočjo relacij za tokove bomo zapisali diferencialni enačbi drugega reda za kvazi-fermijeva nivoja. S tem bomo zaključili nabor enačb, ki opisujejo ravnovesno električno polje v poljubno poškodovanem polprevodniku.

Rešujemo stacionarni polprevodnik, ko je  $dn/dt = 0$ , zato je:

$$\nabla I_n = U(x).$$

Celoten električni tok se bo v stacionarnem stanju ohranjal, tj. vsota gostot električnega toka elektronov in vrzeli bo konstantna. Torej bosta krajevna odvoda gostote številskega toka za obe vrsti nosilcev enaka, torej  $\nabla I_n = \nabla I_p = U(x)$ . Torej lahko tokova integriramo. Dodali smo integracijski konstanti, s katerima bomo izračunali temni tok:

$$I_n(x) = I_n^0 + \int_0^x U(x) dx$$

$$I_p(x) = I_p^0 + \int_0^x U(x) dx$$

Recimo integralu kar rekombinacijski tok:

$$I_{gr}(x) = \int_0^x U(x) dx$$

Enačbi za kvazi-fermijeve nivoje prepišemo v dvojni integral [4]:

$$\nabla\varphi_n(x) = -\frac{1}{\mu_n n(x)} (I_{gr}(x) + I_n^0) \quad (16)$$

$$\nabla\varphi_p(x) = -\frac{1}{\mu_p p(x)} (I_{gr}(x) + I_p^0) \quad (17)$$

Kvazi-fermijeva nivoja se morata na robu polprevodnika izenačiti. Zunaj polprevodnika je namreč kvazi-fermijev potencial en sam, naš par je le lokalni približek, ki naj opiše različnost porajanja tokov vrzeli ali pa elektronov v kristalu. Potencialni skok kvazi-fermijevih potencialov preko detektorja pa je enak zunanji napetosti.

Integrirajmo zgornji zvezi (16),(17), nadomestimo funkciji  $n(x)$ ,  $p(x)$  z ustreznimi eksponenti:

$$\begin{aligned} \exp(e_0\varphi_n(x)/k_B T) - \exp(e_0\varphi_n(0)/k_B T) &= -\int_0^x \frac{e_0 I_n(x')}{\mu_n n_i k_B T} \exp(e_0\psi(x')/k_B T) dx' \\ \exp(-e_0\varphi_p(x)/k_B T) - \exp(-e_0\varphi_p(0)/k_B T) &= \int_0^x \frac{e_0 I_p(x')}{\mu_p n_i k_B T} \exp(-e_0\psi(x')/k_B T) dx' \end{aligned}$$

Uvedemo enote:

$$V_0 = \frac{k_B T}{e_0} \approx 0.025 eV [T = 300 K] \quad (18)$$

$$I_0 = \frac{\mu_p k_B T n_i}{e_0 a} \quad (19)$$

$$b = \frac{\mu_p}{\mu_n} \quad (20)$$

in brezdimenzijsko dolžino;  $a$  je dimenzija polprevodnika:

$$x \rightarrow \frac{x}{a}$$

Zdaj lahko izrazimo fermijeve nivoje:

$$e^{\varphi_n(x)} - e^{\varphi_n(0)} = -b I_n^0 \int_0^x e^{\psi(x')} dx' - b \int_0^x I_{gr}(x') e^{\psi(x')} dx' \quad (21)$$

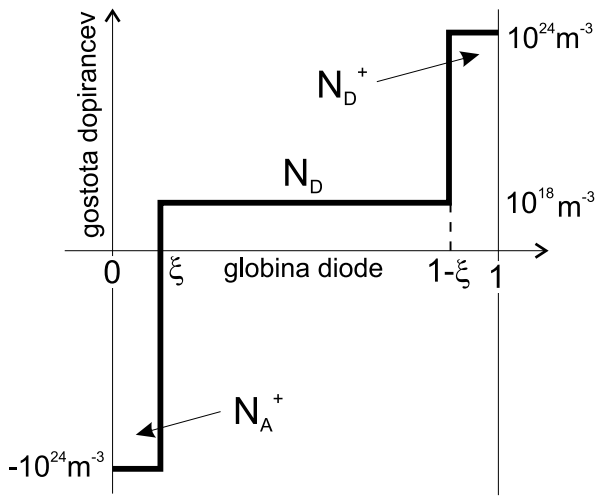
$$e^{\varphi_p(x)} - e^{\varphi_p(0)} = I_p^0 \int_0^x e^{-\psi(x')} dx' + \int_0^x I_{gr}(x') e^{-\psi(x')} dx' \quad (22)$$

### 3.3 Dioda $p^+nn^+$

Običajen profil detektorske diode nam bo služil za okvir uporabe naših enačb. V tem razdelku bomo ponovili izpeljane enačbe in jih združili v enoten sistem, skupaj z robnimi pogoji in zunanji parametri. Namignili bomo, kako zapisani sistem rešujemo, rešitve pa bomo pregledali v naslednjem poglavju.

Dioda  $p^+nn^+$  se pogosto uporablja kot detektor ionizirajočih delcev. Sestavljena je iz dveh močno dopiranih, a tankih plasti na robu in srednje, debele, slabo dopirane plasti. Globina( $\xi$ ) močno dopiranih plasti ( $p^+$ ,  $n^+$ ) je približno  $1\mu m$ , torej le tisočinko globine polprevodnika:

$$\Delta N(x) = \begin{cases} -N_A^+ (10^{24} m^{-3}) & x \leq \xi, \\ N_D (10^{18} m^{-3}) & \xi < x < 1 - \xi, \\ N_D^+ (10^{24} m^{-3}) & x \geq 1 - \xi. \end{cases}$$



Slika 8: Shema profila. Pretirana je debelina močno dopirane plasti. Običajno je  $\xi \sim 10^{-3}$ . Ta plast omogoča ravnovesen stik s kovino (Al). V sredini gre z askoraj intrinzičen polprevodnik, donorje dodamo zaradi boljše prevodnosti.

Oblika profila ni naključna. Pravzaprav gre za  $p-n$  stik. Z napetostjo v zaporni smeri stik osiromašimo, hkrati pa ustvarimo tudi močno polje. V depletiranem območju tvorijo hitri projektili pare elektron-vrzel, ki jih loči električno polje. Elektroni se naberejo na pozitivni strani detektorja, vrzeli na negativni. Med potjo od mesta nastanka do roba inducirajo v kovinskem stiku, s katerim dovajamo zaporno napetost, sunek toka. Z drobno segmentacijo detektorja prečno na smer polja lahko določimo projekcijo nastanka para na stranico detektorja. To je ravnina, ki jo v naših računih smatramo kot neskončno.

Profil ima  $p-n$  stik med  $p^+$  in  $n$  stranjo detektorja, dodatna  $n^+$  plast pa služi kot izravnalec polja. Že v tekstu smo namreč povedali, da mora imeti polje dovolj prostora za stikom, da doseže ravnovesno vrednost. Hkrati smo tudi ugotovili, da bo stik vedno plitek v območjih močnega dopiranja. Tanka plast močnih dopantov pa res izravna polje že na samem stiku.

Poleg brezdimenzijskih količin (18)-(20) moramo uvesti še nekaj parametrov enačb. Tako definiramo referenčno gostoto nosilcev, razmerje med generacijo in tokom in razmerje koeficientov zajetja vsakega globokega nivoja:

$$n_0 = \frac{k_B T \epsilon \epsilon_0}{e_0^2 a^2}, \quad (23)$$

$$\beta_t = n_t \frac{\sigma_p^t v_p^{th} a^2 e_0}{\mu_p k_B T} \quad (24)$$

$$\theta_t = c_p / c_n \quad (25)$$

Prvo je posledica otrebitve Poissonove enačbe (7), drugo je razhajanje med enotami za generacijo in enotami za gostoto toka delcev, tretje pa je pomožni parameter pri določanju generacije.

Naš sistem sestavljajo Poissonova enačba (modificirana (7)), enačbi za izračun kvazi-fermijevih potencialov ((21),(22)) in v brezdimenzijski obliki zapisana generacija (14). Generacija ni enačba zase, pač pa le del enačb za kvazi-fermijeva potenciala. Tu jo navajam, ker je bistvena sestavina modela:

$$\nabla^2 \psi(x) = n_i \exp(\varphi_n(x) - \psi(x)) - n_i \exp(\psi(x) - \varphi_p(x)) + \Delta N(x) + Q^{deep} \quad (26)$$

$$e^{\varphi_n(x)} - e^{\varphi_n(0)} = -b I_n^0 \int_0^x e^{\psi(x')} dx' - b \int_0^x I_{gr}(x') e^{\psi(x')} dx' \quad (27)$$

$$e^{\varphi_p(x)} - e^{\varphi_p(0)} = I_p^0 \int_0^x e^{-\psi(x')} dx' + \int_0^x I_{gr}(x') e^{-\psi(x')} dx' \quad (28)$$

$$U_t(x) = \beta_t \frac{1 - \exp(\varphi_p(x) - \varphi_n(x))}{\exp(\psi(x) - \varphi_n(x)) + \theta_t \exp(\varphi_p(x) - \psi(x)) + \theta_t/x_t + x_t} \quad (29)$$

Poleg enačb imamo še robne pogoje:

$$\varphi_n(0) = \varphi_p(0) = -\frac{V}{V_0} \quad (30)$$

$$\psi(0) = \varphi_n(0) + \ln \left[ \frac{N_A^+}{n_i} \right] \quad (31)$$

$$\varphi_n(1) = \varphi_p(1) = 0 \quad (32)$$

$$\psi(1) = \varphi_n(1) - \ln \left[ \frac{N_D^+}{n_i} \right] \quad (33)$$

Sistem je torej očitno zapleten, saj vključuje tri navadne diferencialne enačbe drugega reda, torej sistem štetih enačb prvega reda. Reševanje takega sistema poteka le z numeričnimi metodami. Navadno vzamemo dober začetni približek, nato pa iterativno konvergiramo k pravemu poteku. Uporabljamo lahko tako metodo končnih diferenc [1] kot streljanje na prave robne pogoje. Seveda sta rešitvi enaki. Rezultate pa si prihranimo za svoje poglavje.

## 4 Rezultati in realnost

V tem poglavju bomo rešitve našega sistema primerjali z eksperimenti. Oblike signalov detektorjev v splošnem primeru so premalo sklopljene s samo obliko električnega polja, da bi bile zanimive. Zato si bomo ogledali posebne meritve, ki pa so nazorne ravno pri obliki električnega polja. Dodali bomo kratek opis eksperimenta, slike rešitev enačb in slike meritev. Ob tem bomo lahko sklepali o uspešnosti naših metod.

Praktična uporaba izračunanega polja je predvsem v numeričnih simulacijah. Število ioniziranih parov zaradi nabitih delcev je običajno precej majhno v primerjavi s številom intrinzičnih nosilcev. Zato predpostavimo, da se polje v takem nestacionarnem stanju ne razlikuje dosti od stacionarnega električnega polja. Nato simuliramo tvorbo para, sile, ki delujejo na ta par, pa izrazimo s poljem. Rezultati takih simulacij so napovedi oblike pulzov, ki jih bomo izmerili na kovinskih stikih diode.

Oglejmo si signal, ki ga proizvede detektor z vzporednima stenama. Gibajoč naboj  $q$  v osiromašenem detektorju influencira naboj na kovinski plošči. Po Ramovem teoremu [8], [9], [10] je influencirani tok tega naboja enak:

$$I = \frac{q}{a} v, \quad (34)$$

Iz Drudove teorije sledi  $v = \mu_n \mathcal{E}$ , torej nam influenciran tok zares meri polje v polprevodniku:

$$I = \mu_n \frac{q}{a} \mathcal{E} \quad (35)$$

Za nas zanimive so sonde, ki bi otipale detektor po vsej globini. Vidna svetloba ima majhno udorno globino v siliciju in energetsko bogate fotone. Pri sipanju svetlobe na kristalu nastajajo pari elektron-vrzel samo na površini. Že robni pogoji nakazujejo, da se bodo elektroni v kristalu gibali le nazaj, vrzeli pa naprej. Svetimo na prednjo, levo stran detektorja. Elektroni se zarijejo v bližnjo elektrodo in ne otipajo kristala, vrzeli pa prodirajo skozi polprevodnik in končajo na desni elektrodi. Oblika toka, ki ga influencirajo “svetlobne” vrzeli bo natančno opisala električno polje.

Zdaj smo lahko zadovoljni z rezultati. Simulacija z enim tipom defektov že simulira obnašanje detektorjev. Parametri akceptorskega defekta so bili:  $\sigma_n = 3.9 \times 10^{-16} \text{m}^2$ ,  $\sigma_p = 10^{-15} \text{m}^2$ ,  $E_t = E_i + 0.05 \text{eV}$ , gostoto  $N_t$  pa sem spreminjal in je na sliki 9 navedena v  $\text{m}^{-3}$ .

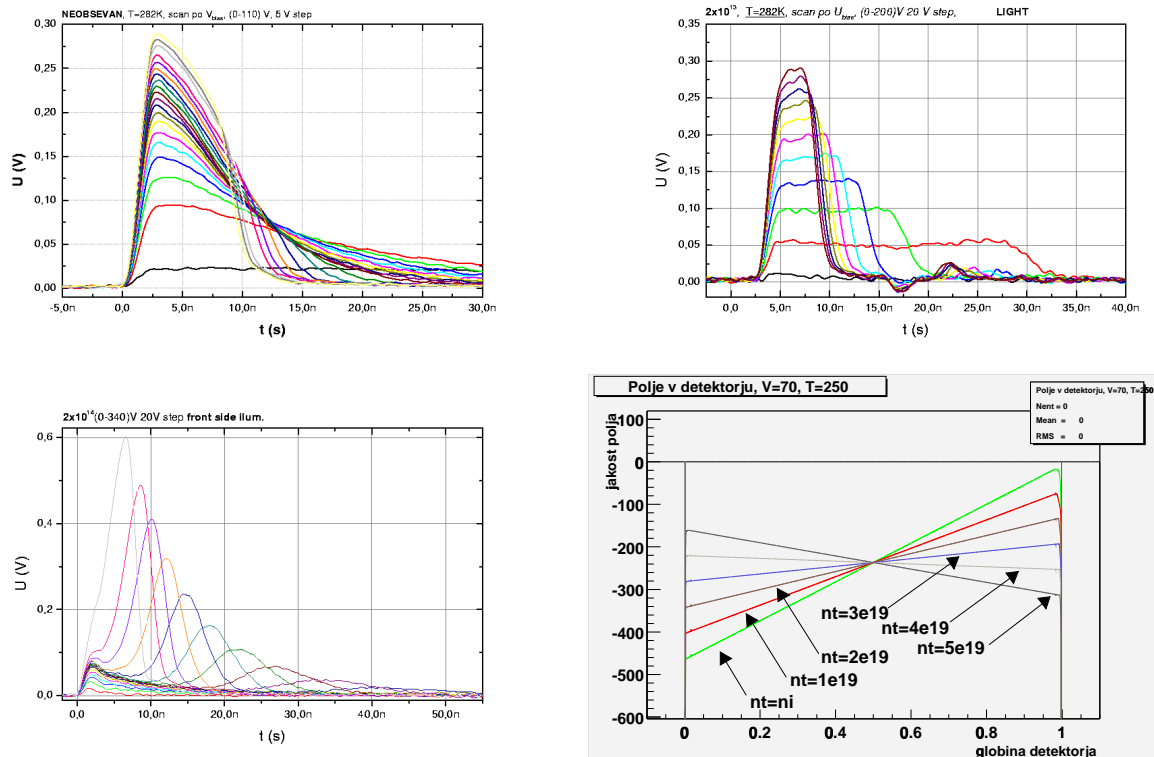
Električno polje v obsevanem polprevodniku kaže tudi zanimivo temperaturno odvisnost. Pasti so namreč pri različnih temperaturah različno zapolnjene. Praznih pasti ne opazimo, kar pomeni, da je polje enako kot v neobsevani diodi. Pri sobnih temperaturah pa so pasti že polne in stik se premakne na zadnji konec polprevodnika, čemur sledi tudi električno polje. Slika 10 pa je zanimiva še zaradi ene zanimivosti. Poleg eksperimentalnih krivulj so s tanko črto zarisane tudi napovedi. Te napovedi so pridobljene s simulacijami na osnovi približka električnega polja. Tu lahko razumemo, zakaj je potrebno čim natančneje poznati električno polje, saj nam dober približek, ki upošteva vse napake detektorja, rezultate napovedi približa meritvam.

## 5 Zaključek

Računanje polja v detektorju postaja vse pomembnejše. Moderni poskusi namreč potekajo v zelo močnih tokovih hitrih projektilov, ki poškodujejo merilne priprave. Tako bo po ocenah na detektor ATLAS v 10 letih delovanja padla fluenca več kot  $10^{14}$  nevtronov/ $\text{cm}^2$ , kar bo po ocenah povzročilo več kot  $10^{12}$  pasti/ $\text{cm}^3$ . Z numeričnimi simulacijami poskušamo upoštevati napake, tako da bodo tudi signali poškodovanih merilcev še vedno berljivi. Preprost model, ki opre generacijo in rekombinacijo na radiacijsko povzročene pasti v kristalu, nam da prve namige o obliki električnega polja v detektorju. Izboljšani modeli, ki vključujejo več tipov defektov z več energijskimi nivoji so že v razvoju. Tudi meritve parametrov defektov v pravih silicijevih kristalih postajajo vse natančneje. S tem bomo lahko natančno opisali stacionarno polje v poškodovanih polprevodnikih. Ostaja pa še en višji cilj simulacij. Namreč obravnava nestacionarnega sistema. Enačba:

$$\frac{dn}{dt} = -\nabla I_n + \frac{\partial n}{\partial t},$$

namreč kar kliče po posplošitvi z desno stranjo različno od 0. To bo dalo končni odgovor na razširjanje nabitih delcev v detektorjih.



Slika 9: Primerjava eksperimenta in teorije. Signal  $U(t)$  je odmev polja. Eksperimentalne slike so negativne. Stik je točka največjega odvoda potenciala in s tem največjega električnega polja. Polje najprej kaže n-tip polprevodnika (zgoraj levo, stik na levi), nato pridemo do faze, ko je polje ravno (zgoraj desno,  $N_t = 2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , primerjaj numerično polje pri  $N_t = 4 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ), nadaljnje poškodbe spremenijo polprevodnik v efektivni p-tip - polje je največje na desnem robu in stik se premakne na desno (spodaj levo,  $N_t = 2 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ). Simulacija z enim tipom akceptorskega homogeno porazdeljenega defekta z navedeno gostoto ( $v \text{ m}^{-3}$ ) in energijskim nivojem  $E_t = E_i + 0.05\text{eV}$  nakazuje obrate pri podobnih gostotah defektov.

## Literatura

- [1] G. Lutz: Effects of deep level defects in semiconductor detectors, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 377 (1996) 234-243.
- [2] J.L. Moll, R.C. Prim, J.A. Morrison: Graded p-n Junction, The Bell System Technical Journal (1960), 1584-1601.
- [3] C. T. Sah: The spatial variation of the quasi-fermi potentials in p-n junctions, IEEE Trans. on Electron Devices, vol. ED-13 (1966), 839-846
- [4] H. K. Gummel: A self consistent iterative scheme for one-dimensional steady state transistor calculations, IEEE Trans. on Electron Devices, vol. ED-11 (1964), 455-465



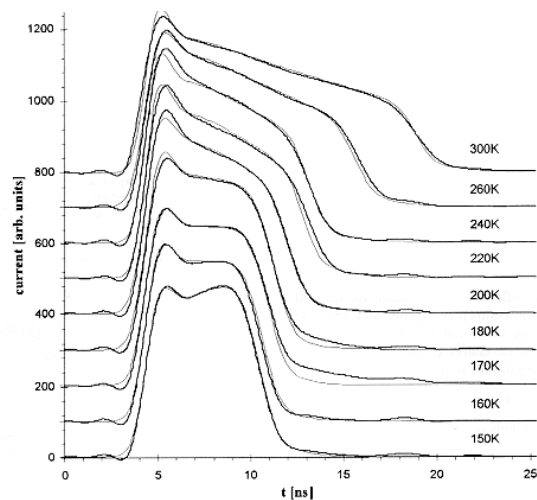
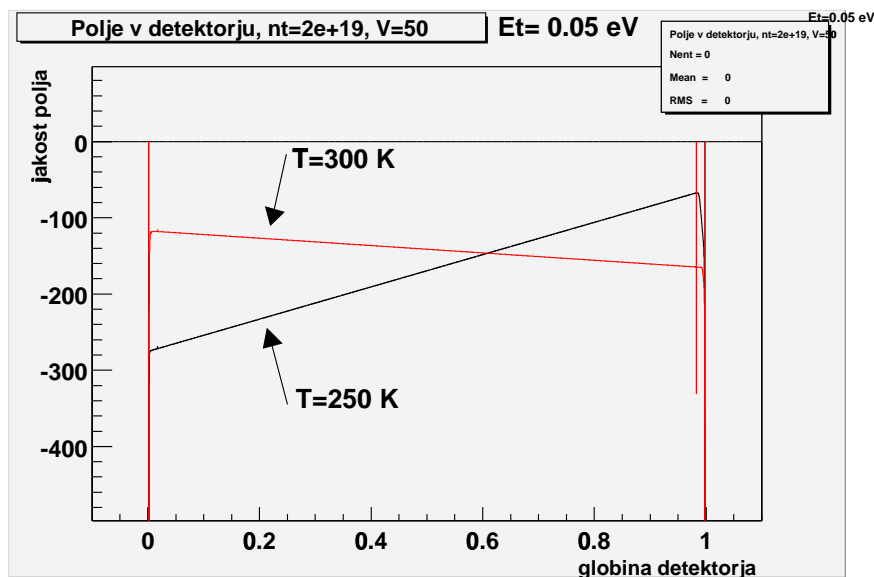


Fig. 1. Comparison of measured (thick lines) and simulated (thin lines) current transients as a function of temperature for  $n^-$  illumination ( $\Phi_{eq} = 3.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}$ ,  $f = 100 \text{ Hz}$ ,  $V_{bi} = 150 \text{ V}$ ).



Slika 10: Primerjava izmerjenih influenciranih tokov (zgornja slika) in izračunanega električnega polja (spodnja slika) pri obsevanem detektorju (zgoraj  $N_t = 4 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , spodaj le polovica tega) pri različnih temperaturah. Pri nizkih temperaturah je stik na levi strani. Stik (maksimum amplitude polja) se nato preseli na drugo stran in tip polprevodnika se spremeni. Tanke črte na zgornji sliki so simulacije na osnovi približnega (linearnega) polja. To bi radi izboljšali z našim modelom.

[5] W. Shockley: Theory of p-n junctions in semiconductors and p-n junction transistors, Bell System Technological Journal, vol.28 (1949), 435-489

[6] N.W.Ashcroft, N.D.Mermin: Solid state physics, Holt-Saunders International Editions, Philadelphia, Tokyo, 1981

- [7] [http://pdg.lbl.gov/atlas/...](http://pdg.lbl.gov/atlas/)
- [8] S.Ramo: Currents induced by electron motion, Proceedings of the I.R.E., September (1939), 584-585
- [9] V. Radeka: Low-noise techniques in detectors, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 38 (1988), 217-277
- [10] A. Mrak: Lastnosti obsevanih silicijevih detektorjev, seminar v 4. letniku študija fizike, februar 2000, neobjavljeno