

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
ODDELEK ZA FIZIKO

Andrej Studen
Comptonova kamera v medicini
SEMINAR

MENTOR: prof. dr. Marko Mikuž

Izvleček

Comptonova kamera je nov način detekcije fotonov, ki bo pripomogel predvsem pri emisijski tomografiji. Sestavljena je iz pozicijsko občutljivega silicijevega detektorja in sistema scintilatorja in fotopomnoževalke. Preiskave zahtevajo detekcijo fotonov med 50 in 511 keV. V siliciju je Comptonov pojav za take fotone prevladujoč, sekundarne fotone pa zaznamo v scintilatorju preko fotoefekta. V seminarju je najprej podan splošen opis pozitronske emisijske tomografije (PET) in računalniške tomografije emisij enojnih fotonov (SPECT). Opisani sta interakciji s snovjo, fotoefekt in Comptonov pojav. Navedena je struktura kamere in primerjava z delujočimi detektorji. Prednost Comptonove kamere v PET je ločljivost nekaj desetih milimetra na račun natančnosti silicijevih sledilcev, v primerjavi z nekaj milimetrsko ločljivostjo delujočih PET. V SPECT z rekonstrukcijo Comptonovega pojava učinkovito nadomestimo mehanične kolimatorje Angerjeve kamere in dosežemo tudi do stokrat boljše izkoristke. Seminar zaključimo s slikami točkastih izvorov, posnetih s Comptonovo kamero.

Kazalo

1	Uvod	2
2	Tomografija	2
3	Detekcija fotonov	5
3.1	Fotoefekt	5
3.2	Comptonov pojav	6
4	Detektorji	8
4.1	Scintilatorski detektorji	8
4.2	Comptonova kamera	10
4.2.1	Silicijev detektor	10
4.2.2	Izkoristek in ločljivost Comptonove kamere	13
5	Zaključek	18

1 Uvod

V medicini slike obolelih tkiv pripomorejo k dobri diagnozi. Emisijska tomografija je močno orodje na tem področju. Poleg opisa stanja nam lahko daje tudi dinamične podatke o porazdelitvi označene snovi v telesu. Zaradi tega je komplementarna ostalim medicinskim preiskavam, rentgenskim slikam in magnetni resonanci.

Emisijska tomografija se opira na sevalne vire, ki jih lahko dodamo organskim snovem. Uporabljamo dve vrsti sevalcev. Pri pozitronski emisijski tomografiji (PET) vnesemo v tkivo organske spojine z radioaktivnimi izotopi elementov, ki pri razpadu dajejo pozitrone, npr. ^{18}F . Pri računalniški emisijski tomografiji enojnih fotonov (SPECT) pa so sevalci jedra, npr. ^{99}Tc , ki oddajajo fotone točno določenih energij. Pri PET ne zaznavamo pozitronov, saj se le-ti takoj anihilirajo z elektroni v okoliški snovi in tvorijo fotonske pare. Zato bomo pri obeh vrstah sevalcev zaznavali iste delce - fotone.

Comptonova kamera je detektor fotonov. V astronomiji je uporabna, saj je njena ločljivost le malo odvisna od energije in zato dobro deluje tudi pri kozmičnih fotonih energij nekaj MeV. Njena uporaba se širi tudi v medicino, kjer pa imamo opravka z fotoni energij 100-500 keV. Pri PET je njena prednost v veliki ločljivosti primarnih detektorjev, silicijevih sledilcev. Pri SPECT pa nadomesti mehanični kolimator, ki absorbira večino izsevanih fotonov.

2 Tomografija

Po uspehu presevnih rentgenskih slik so bili napor radiologov usmerjene v iskanje tridimenzionalnih slik pacientov. Ena izmed takih metod je računalniška tomografija. Gre za serijo lateralnih presevnih slik, iz katerih lahko sestavimo tridimenzionalno podobo preiskovanca.

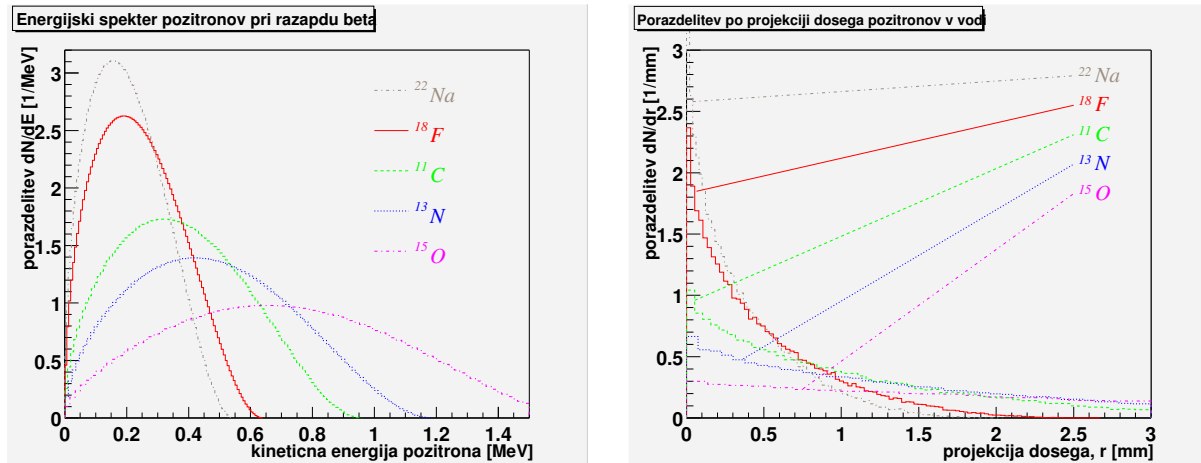
Z razvojem detektorjev in reaktorjev pa se je razvila emisijska tomografija. Namesto rentgenske cevi kot vira fotonov uporabimo radioaktivne sevalce, ki jih vnesemo direktno v pacienta. To omogoča številne prednosti. Zmanjšamo sevalno dozo, hkrati pa omogočimo zasledovanje izbrane biomolekule po tkivu pacienta. Pozen razvoj pa nakazuje tudi številne težave take metode. Poleg kompleksnih medicinskih modelov, s katerimi moramo razložiti posamezne pojave, moramo imeti tudi dobre sevalce na eni in dobre detektorje na drugi strani.

Tabela 1: Razpolovni časi in največje energije uporabnih pozitronskih sevalcev [1][2]. Natrij je bolj pogost pri testiranju detektorjev, za medicinske potrebe ima predolg razpadni čas.

izotop	razpolovni čas[min]	največja energija pozitrona[MeV]
^{11}C	20.4	0.96
^{13}N	9.96	1.19
^{15}O	2.07	1.70
^{18}F	109.7	0.64
^{22}Na	2.6 let	0.545

Emisijsko tomografijo lahko ločimo v dve veji glede na vrsto sevalca. Pri pozitronski emisijski tomografiji (PET) spremljamo porazdelitve sevalce pozitronov v telesu, torej jeder

z razpadom β^+ , medtem ko pri fotonški emisiji opazujemo sevalce fotonov, to je γ in X-žarkov. Vrsti sevalcev je prilagojen tudi način detekcije. V obeh primerih pa so zaželjeni sevalci s kratkim razpadnim časom, saj je sevanje po preteku preiskave nezaželeno. Po drugi strani pa moramo biti sposobni sevalce vključiti v želeno biomolekulo. V razpredelnici 1 so naštetih sevalci pozitronov skupaj z razpolovnimi časi.



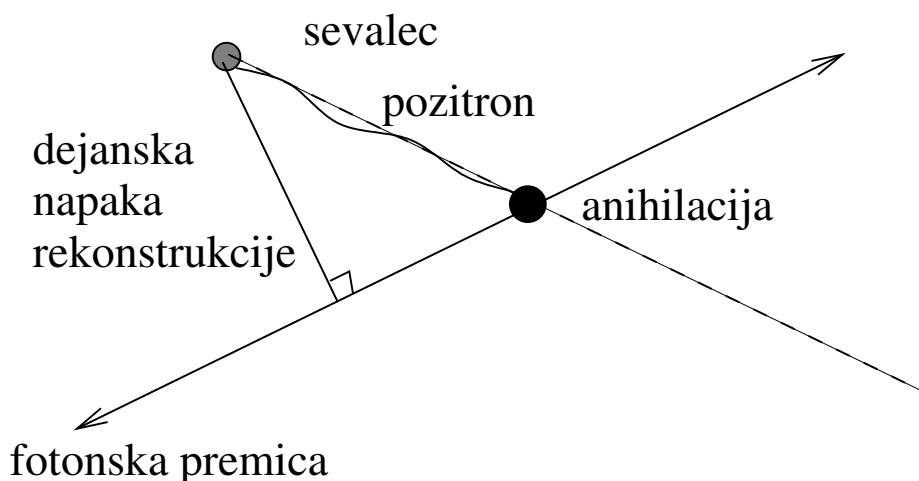
Slika 1: Energijski spekter pozitronov pri razpadu β^+ in razdalja rekonstrukcijskih premic od sevalca. To je napaka PET, ki je ne moremo obiti.

Pri PET emitira sevalec pozitron s kinetično energijo 0.511 MeV. Anihilacija prevladuje nad ionizacijo šele pri nizkih energijah, zato se mora pozitron v snovi najprej ustaviti. Z anihilacijo nastaneta dva fotona. Zaradi ohranitve gibalne količine se gibljeta v idealnem primeru v točno nasprotnih smereh, torej pod kotom 180 stopinj drug glede na drugega. Odmik od polnega kota nastane zaradi gibalne količine počasnega pozitrona in ne presega ene stopinje [1]. Porazdelitev po kotu je izotropna.

Kraj anihilacije je tako razmazan po krogli okrog sevalca. Na sliki 1 vidimo energijski spekter pozitronov za različne sevalce. Rekonstrukcija se opira na premice anihilacijskih fotonov, zato bo napaka pri določitvi sevalca vedno razdalja te premice od sevalca, kot to kaže slika 2. Desni graf na sliki 1 je porazdelitev po taki projekciji dosega. S širino na polovični višini vrha lahko ocenimo projekcijo radija krogle, po kateri je razmazan sevalec. Za ^{18}F lahko ta radij ocenimo s slike 1 na 0.25 mm.

V detektor moramo hkrati ujeti oba anihilacijska fotona, da bomo lahko določili fotonško premico, na kateri leži sevalec. Detektor mora objeti sevalec, saj odletita fotona ravno v nasprotnih smereh. Namesto polnega kroga lahko pokrijemo samo dva diametralno nasprotna loka in detektor zavrtimo okrog objekta oziroma zavrtimo objekt. S podaljševanjem detektorjev vzdolž osi objekta pridobimo še tretjo dimenzijo pri določanju lege sevalca.

Zanima nas, kako natančno lahko določimo lego sevalca. Lego nam določajo fotonške premice. Če bi se pozitron anihiliral že v sevalcu, bi se nam z idealnim detektorjem izmerjene premice sekale v eni sami točki. Ker pa pozitron opravi kos poti pred anihilacijo in detektor zaznava lego premice z določeno natančnostjo, izmerimo množico sevalcev. Njihovo porazdelitev po prostoru lahko opišemo s krivuljo, ki je podobna Gaussovi porazdelitvi. Vrh je najverjetnejša lega sevalca, ločljivost pa definiramo kot njeno širino na polovični višini (FWHM-full width half maximum). Skupna napaka bo vsota razmazanosti zaradi



Slika 2: Shema anihilacije pozitrona v tkivu. Vidimo, da bo dejanska napaka razdalja premice od sevalca.

pozitronske anihilacije in napake detektorja. Tudi detektor nam namreč množico fotonov, ki zadenejo detektor v eni in isti točki razprši tako, da jih bomo zaznali s krajevno porazdelitvijo podobno Gaussovi krivulji. Ločljivost detektorja bo FWHM te porazdelitve. Običajno napaka detektorja prevladuje. Določimo lahko tudi pravokotno napako vzdolž fotonske premice (koordinata z) med detektorjema pri z_1 in z_2 z ločljivostjo σ :

$$\sigma_z = \frac{\sigma}{|z_2 - z_1|} \sqrt{(z - z_2)^2 + (z - z_1)^2} \quad (1)$$

Za sevalce blizu sredine PET kroga bo napaka torej $\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$.

Pri SPECT zaznavamo fotone ostrih energij. Te so povezane z razliko med energijskimi stanji jedra. Običajno gre za nekajkrat prepovedane prehode z razpolovnimi časi od nekaj sekund pa do nekaj let. Tabela 2 daje podatke o nekaterih uporabljenih fotonskih izvorih.

Tabela 2: Fotonski izvori, njihovi razpolovni časi in pripadajoče energije [3].

izotop	razpolovni čas	energija fotona [keV]
^{99m}Tc	6.02 ur	140.5
^{131}I	8.02 dni	364.5
^{60}Am	432 let	59.5

SPECT kamera mora biti sposobna poleg točke zadetka prepoznati še smer fotona. To je tudi glavna omejitev pri ločljivosti kamere. Zato je večina truda pri SPECT vložena ravno v učinkovito kolimacijo fotonov. Pri nepremični kameri dobimo sliko preseva, ki jo lahko z vrtenjem kamere okrog slike predelamo v tridimenzionalno podobo.

Učinkoviti detektorji za PET bodo natančno merili lego zadetkov in koincidenca zadetkov

pod polnim kotom. Pri SPECT pa bodo učinkovito kolimirali žarke in merili kraj vstopa žarkov v detektor.

3 Detekcija fotonov

Pri večini medicinskih slik bomo imeli opravka z elektroni med 50 in 500 keV. Taki fotoni nimajo zadosti energije, da bi tvorili pare elektron-pozitron, zato bosta prevladujoča načina interakcije s snovjo fotoefekt in Comptonov pojav. Med obema procesoma je bistvena razlika, saj se pri fotoefektu foton povsem absorbira v snovi, medtem ko se pri Comptonovem pojavu le siplje na elektronu iz snovi. Nas bosta predvsem zanimala v snoveh, ki sestavljajo Comptonovo kamero, torej v scintilatorju iz NaJ in siliciju.

Pojemanje toka fotonov skozi snov opišemo z masnim atenuacijskim koeficientom μ . Prvotni foton namreč izgine pri vsaki interakciji s snovjo. vzdolž poti curka fotonov po snovi se bo tok prvotnih fotonov zmanjševal kot:

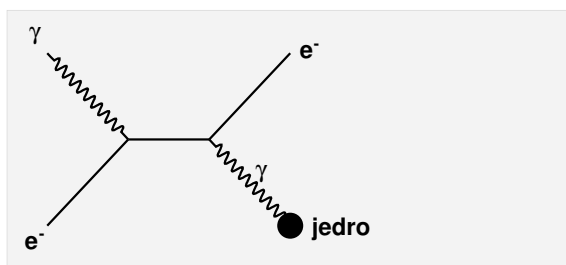
$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (2)$$

Koeficient μ je preprosto povezan z vsoto presekov σ_i za interakcije fotonov v snovi:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A} \sum_i \sigma_i \quad (3)$$

3.1 Fotoefekt

Pri fotoefektu se foton absorbira v atomu in vso energijo odda elektronu, ki atom zapusti. Prevladujejo elektroni iz jedru atoma najbližje elektronske lupine K. Porazdelitev izbitih fotonov po kotu je izotropna, saj prevzame jedro vso gibalno količino fotona.



Slika 3: Feynmanov graf fotoefekta. Gibalno količino fotona prevzame jedro, energijo elektron.

Presek za fotoefekt pada z energijo kot[4]:

$$\sigma_{fe} = \frac{32\sqrt{2}}{3} \frac{Z^5 \alpha^4}{\epsilon^2} \pi r_e^2, \quad (4)$$

kjer smo računali nrelativistično za energije nad K-robom. Parametri so skalirana energija $\epsilon = \frac{h\nu}{m_e c^2}$, konstanta fine strukture $\alpha = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$ in klasični radij elektrona $r_e = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$.

Zanimiva je visoka potenčna odvisnost od vrstnega števila. To pomeni, da se foton zares absorbira v atomu in gre tako za kolektivni proces. Zato bo fotoefekt prevladoval do višjih energij proti Comptonovem pojavu za elemente z visokim vrstnim številom¹. Tako nas ne čudi, da so dobri detektorji za fotone scintilatorji s težkimi elementi, npr NaJ, CsJ, BGO.

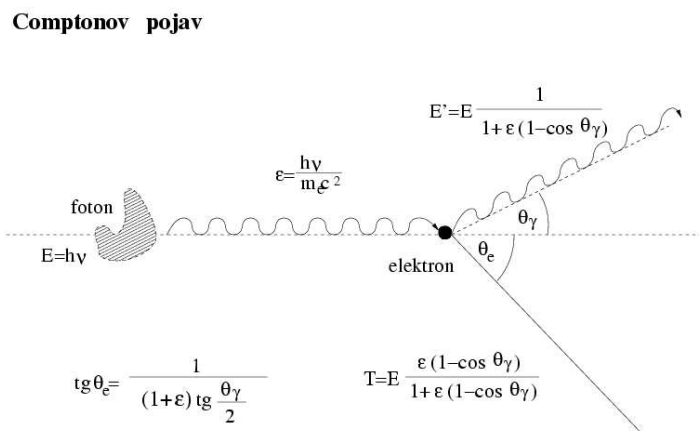
Pri fotoefektu dobimo elektron s kinetično energijo:

$$T = h\nu - E_0 \quad (5)$$

kjer smo s parametrom E_0 označili vezavno energijo elektrona. Za elektrone lahkih atomov je ta zanemarljiva.

3.2 Comptonov pojav

V tem poglavju bomo opisali Comptonov pojav. Imenujemo ga po fiziku A.H. Comptonu, ki ga je opisal leta 1923 ob opazovanju sipanja rentgenskih žarkov na grafitu.



Slika 4: Shema trka fotona z mirujočim elektronom. Pojasnilo enačb je v tekstu.

Comptonov pojav je elastični trk med fotonom in elektronom. Na sliki 4 se foton z gibalno količino $\hbar\mathbf{k}$ zaleti v elektron v atomski ovojnici silicijevega atoma. Po trku se giblje elektron pod kotom θ_e in s kinetično energijo T glede na smer vpadnega fotona. Lahko si mislimo, da je pri trku nastal novi foton z drugačno gibalno količino $\hbar\mathbf{k}'$ ali pa si mislimo, da se je prvotni foton samo odbil in zato spremenil svoje lastnosti. Zaradi prvega mu radi rečemo kar sekundarni foton. Kotu med vektorjema \mathbf{k} in \mathbf{k}' rečemo θ_γ .

Kot pri fotoefektu je ϵ :

$$\epsilon = \frac{h\nu}{m_e c^2}. \quad (6)$$

¹Primerjaj presek za Comptonov pojav, enačba (13)

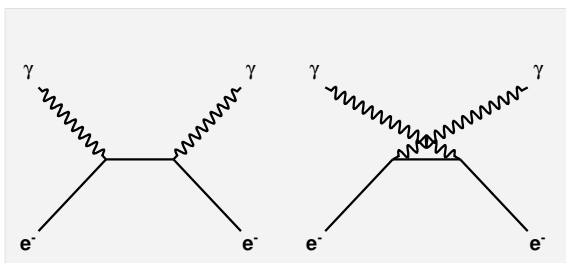
Z njim lahko zapišemo energijo sipanega fotona in odbitega elektrona:

$$h\nu' = h\nu \frac{1}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta_\gamma)} \quad (7)$$

$$T = \frac{\epsilon(1 - \cos\theta_\gamma)}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta_\gamma)} \quad (8)$$

Povežemo lahko tudi sipalna kota θ_γ in θ_e :

$$\text{ctg}\theta_e = (1 + \epsilon)\text{tg}\left[\frac{\theta_\gamma}{2}\right] \quad (9)$$



Slika 5: Feynmanova grafa za Comptonov pojav.

Opis Comptonovega pojava je bil eden prvih uspehov kvantne elektrodinamike. Z njeno pomočjo lahko izračunamo diferencialni presek za to reakcijo v odvisnosti od kota [5]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{(1 + \epsilon(1 - \cos\theta_\gamma))^2} \left(1 + \cos^2\theta_\gamma + \frac{\epsilon^2(1 - \cos\theta_\gamma)^2}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta_\gamma)} \right) \quad (10)$$

Z zamenjavo spremenljivk lahko dobimo tudi diferencialni presek po energiji. Vpeljemo parameter $\tau = \frac{T}{m_e c^2}$ in zapišimo porazdelitev:

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = \pi r_e^2 \frac{1}{\epsilon^2} \left[1 + \left(1 - \frac{\tau}{\epsilon(\epsilon - \tau)} \right)^2 + \frac{\tau^2}{\epsilon(\epsilon - \tau)} \right] \quad (11)$$

Integral zgornjih diferencialov po Ω oziroma po τ podaja formula Klein-Nishine:

$$\sigma_{KN} = 2\pi r_e^2 \left[\frac{1 + \epsilon}{\epsilon^2} \left\{ 2 \frac{1 + \epsilon}{1 + 2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) \right\} + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) - \frac{1 + 3\epsilon}{(1 + 2\epsilon)^2} \right] \quad (12)$$

V vsakem atomu imamo Z elektronov, torej bo atomski presek za Comptonov pojav naraščal linearno z vrstnim številom:

$$\sigma_{\text{Compton}} = Z\sigma_{KN} \quad (13)$$

4 Detektorji

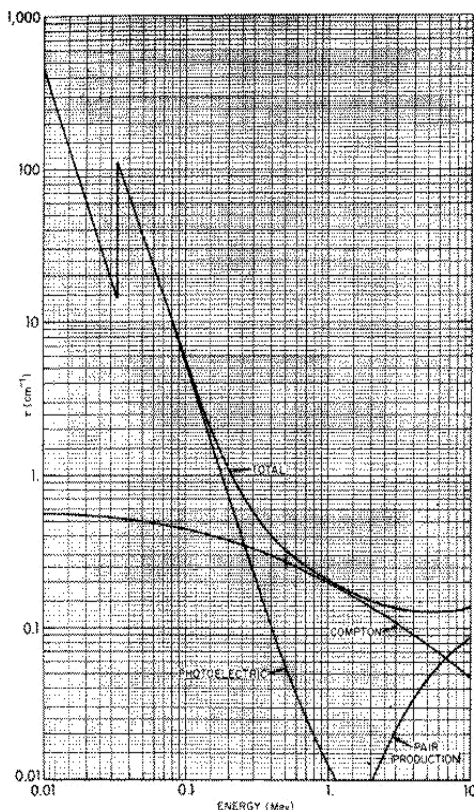
S poznavanjem interakcije fotona s snovjo lahko sestavimo tudi sisteme, ki bodo foton zaznali. Mi se bomo omejili na dve vrsti detektorjev. Poleg naslovne kamere si bomo ogledali še delujoče števec na osnovi scintilatorjev in fotopomnoževalk. Slednji so v emisijski tomografiji vse od njenega začetka, zato predstavljajo standard, ki ga morajo vsaj doseči bodoče izvedbe. Zato si jih bomo ogledali najprej.

Primernost detektorjev opisujejo številni kriteriji. Pri primerjavi bomo najbolj poudarili krajevno ločljivost slike in izkoristek detektorja. Izkoristek bomo razumeli kot delež zaznanih fotonov.

4.1 Scintilatorski detektorji

Scintilatorji so snovi, ki spremenijo foton velike energije v gručo fotonov energij blizu vidnega spektra. Večina scintilatorjev izrablja luminiscenco, kot rečemo zakasnjeni emisiji fotonov.

Gre za preprost princip. Foton preko fotoefekta ali Comptonovega pojava tvori fotoelektron. Ta ionizira nove elektrone v okoliški snovi. Scintilatorji so snovi z energijsko špranjo, zato poteče ionizacija do parov elektron-vrzel, za nastanek katerih potrebujemo, npr. v NaJ 25 eV na par. Ti pari se nato na nečistočah anihilirajo in tvorijo fotone energij nekaj eV. Zaradi energijske vrzeli se ti fotoni v kristalu ne sipajo več in ga brez težav zapustijo. Zakasnitev sunka v scintilatorju je za NaJ(Tl) $0.23 \mu\text{s}$. Fotone nato s fotopomnoževalko spremenimo v fotoelektrone, ki nam dajo sunek električnega toka.



Slika 6: Masni atenuacijski koeficient v enotah cm^{-1} za fotone v NaJ [6]. Na abscisi je označena energija vpadnega fotona v enotah MeV, na ordinati pa atenuacijski koeficient v enotah cm^{-1} .

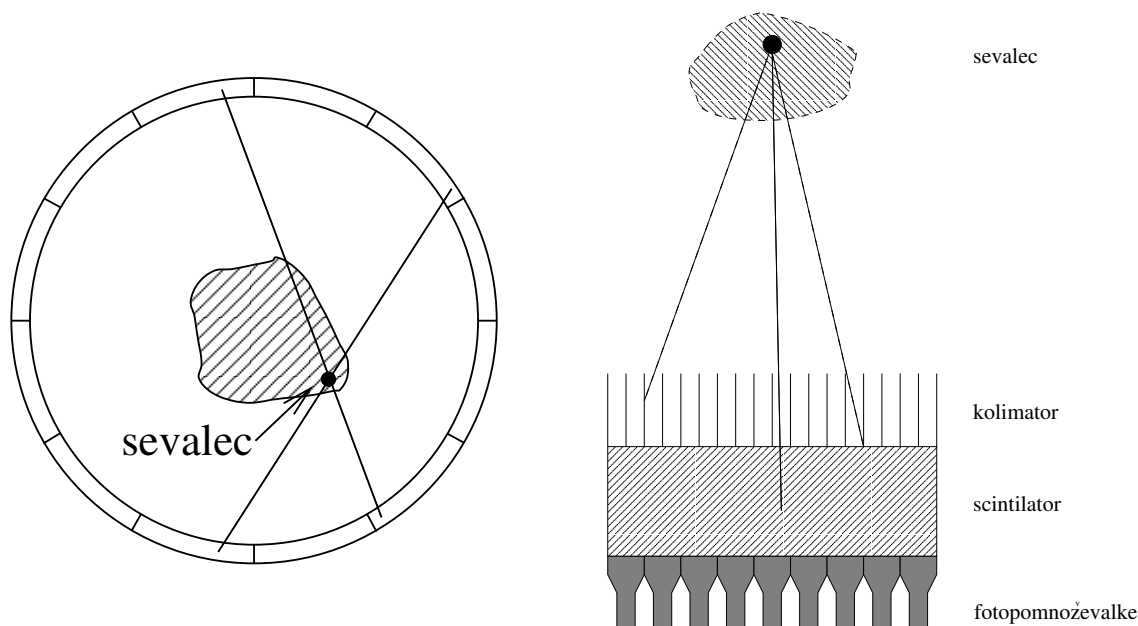
Zanimata nas krajevna ločljivost sistema scintilatorja in fotopomnoževalke. Dosežemo jo

le z množico fotopomnoževalk. Tako smo omejeni z njihovo dimenzijo, poleg tega pa izgubljammo precej fotonov ob stenah med pomnoževalkami. Te so zaradi obstojnosti fotokatode namereč vakuumizirane in imajo temu primerno debele stene, od 0.2 mm dalje. Ločljivost detektorja je zato omejena na nekaj milimetrov in je mnogo večja od razmazanosti zaradi poti pozitrona pred anihilacijo ².

Izkoristek je povezan z debelino d scintilatorja in atenuacijskim koeficientom μ NaJ:

$$\frac{I_{\text{abs}}}{I_{\text{tot}}} = 1 - e^{-\mu d} \quad (14)$$

Atenuacijsko dolžino preberemo s slike 6. Že v scintilatorju debelem 1 cm bi reagiralo 40 % anihilacijskih fotonov, torej nam ne bo težko doseči blizu 100 % izkoristek sistema tudi za take fotone. Običajni koincidenčni izkoristek je okrog 80 % vseh fotonov, ki vpadajo na scintilator.



Slika 7: Shema PET (levo) in SPECT (desno). Označeni so deli detektorjev in sevalci.

Pri SPECT pa je samo scintilator s fotopomnoževalko premalo. Poznati moramo še kot vpada fotona, sicer se nam vir razmaže po vsem detektorju. Mehanični kolimator zavrne vse fotone, ki ne vpadajo skoraj pravokotno na scintilator. Navadno se uporablja kar svinčeno rešetko. Sistemu mehničnega kolimatorja, scintilatorja in fotopomnoževalk rečemo tudi Angerjeva kamera in je skiciran na desni strani slike 7.

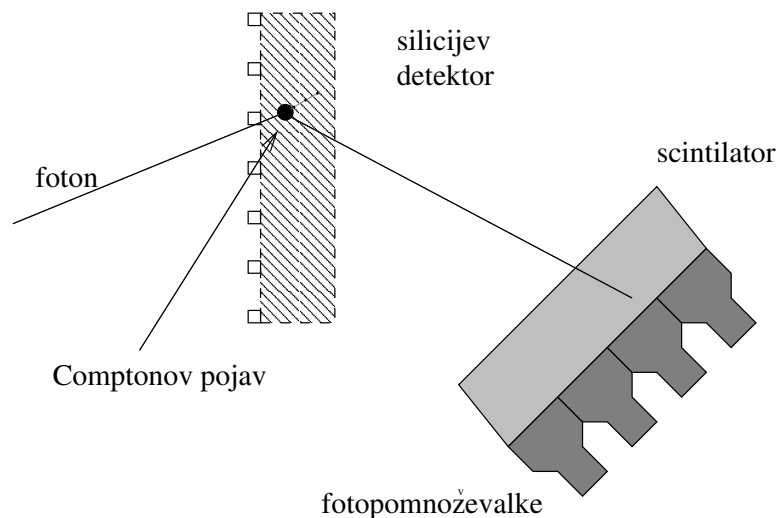
Kolimacija je pogojena z višino rešetke, ločljivost pa z njeno zrnatostjo. V najboljšem primeru lahko dosežemo ločljivost fotopomnoževalk, torej 3 do 7 mm. Natančnost se sicer poveča z oddaljenostjo od sevalca, a se zaradi manjšega prostorskega kota tudi zmanjša izkoristek. Prava lega bo torej kompromis med obema.

Izkoristek Angerjeve kamere je majhen. Zaradi kolimatorja izgubimo veliko večino izsevanih fotonov. Praktični izkoristek je okrog enega fotona na 10000 izsevanih [7].

²Primerjaj sliko 1

4.2 Comptonova kamera

Iz atenuacijskih grafov na slikah 6 in 10 je očitno, da bo na območju naših fotonov prevladoval Comptonov pojav, pri katerem odloži foton le del svoje energije v detektorju. Scintilatorji težave premostijo z visokim vrstnim številom, s katerim podaljšajo območje prevlade fotoefekta. Comptonova kamera se loti problema z druge strani. Comptonov pojav izkorišča za večanje ločljivosti in efektivno kolimacijo. Zato si lahko izberemo poljuben primarni detektor.



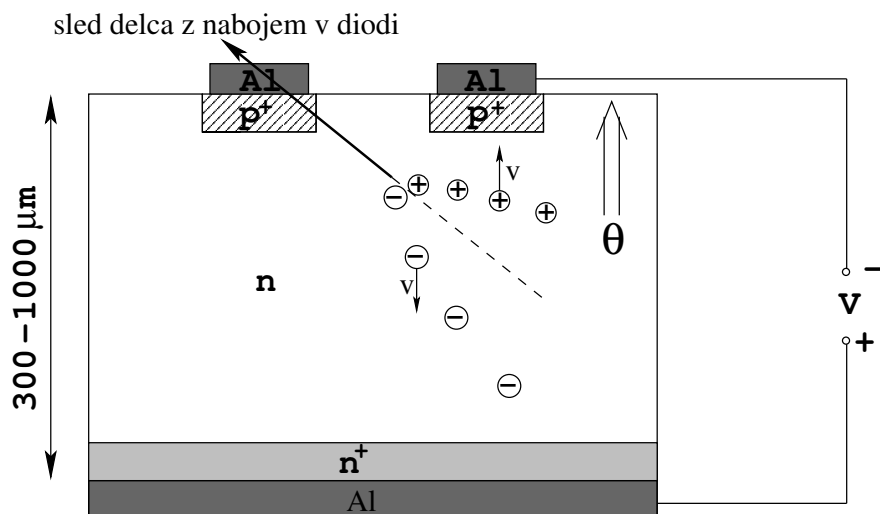
Slika 8: Shema Comptonove kamere, sestavljene iz silicijevega sledilca in ene same fotopomnoževalke za sekundarne fotone.

Razvoj na področju krajevno občutljivih silicijevih detektorjev jih uvršča na vrh seznama. Vendar se bodo fotoni v siliciju slejkoprej le comptonso sipali. Rabimo torej sekundarni detektor, ki bo zaznal še sipane fotone. Imamo dva razloga, da uporabimo kar scintilatorje. Prvič, energija sipanih fotonov je manjša in atenuacijski koeficient temu primerno večji. Drugič, tehnologija za detekcijo je že pripravljena. Tako sestavljen sistem bomo imenovali Comptonova kamera.

4.2.1 Silicijev detektor

Silicijeve detektorje so razvili v fiziki visokih energij za natančno zaznavanje sledi nabitih delcev. V Comptonovi kameri pa bomo z njimi lovili s Comptonovim pojavim izbite elektrone iz atomov silicija.

Na sliki 9 si lahko ogledamo silicijev sledilec. Sestavljen je iz silicijevega jedra, običajno z nizko koncentracijo donorskih primesi in občutljivih pasov ali blazinic, preko katerih beremo signale. Ti občutljivi deli so sestavljeni iz polprevodniških plasti z visoko gostoto akceptorskih oziroma donorskih primesi in elektrod. Polprevodniške plasti z visoko koncentracijo primesi imajo dvojno vlogo. Omogočajo ohmski stik elektrod s polprevodnikom in ustvarjajo električno polje, ki siromaši detektor lastnih nosilcev, ko je preko detektorja priključena zaporna napetost.



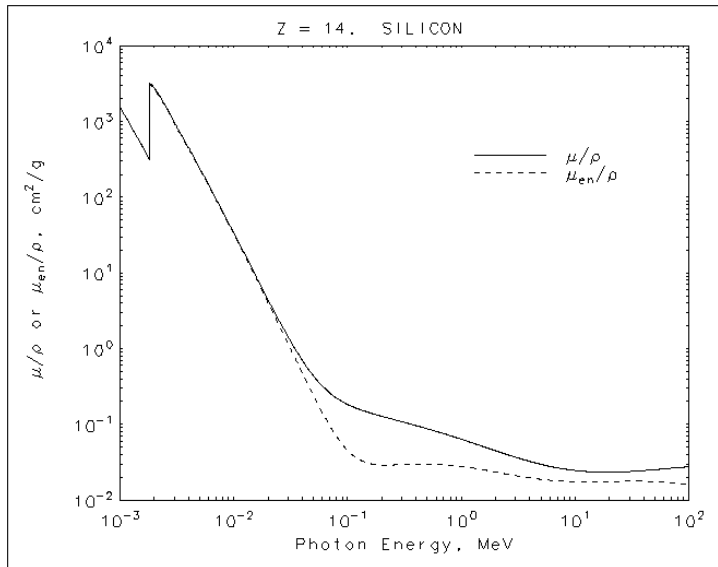
Slika 9: Shema detektorja z dvema pasovoma. Preko stika, ki ga ustvarjajo plasti z različnimi primesmi priključimo zaporno napetost in tako polprevodnik osiromašimo prostih nosilcev naboja. Električno polje je označeno s črko Θ , puščica pa kaže njegovo smer in gibanje vrzeli oziroma elektronov.

Z mrežo blazinic po površini detektorja imamo na voljo podatka o dveh dimeznijah zadetka. Pri mikropasovnih detektorjih pa nam da vsak pas podatek le o eni dimenziji. Šele z medsebojno pravokotnimi pasovi na obeh straneh detektorja dosežemo enako količino informacije kot pri detektorjih z blazinicami. Prednost takih dvostranskih detektorjev je manjše število bralnih elektrod pri enakem razmiku med blazinicami oziroma pasovi - $2N$ nasproti N^2 , slabost pa dve možnosti za položaj zadetkov že pri dvojnih dogodkih.

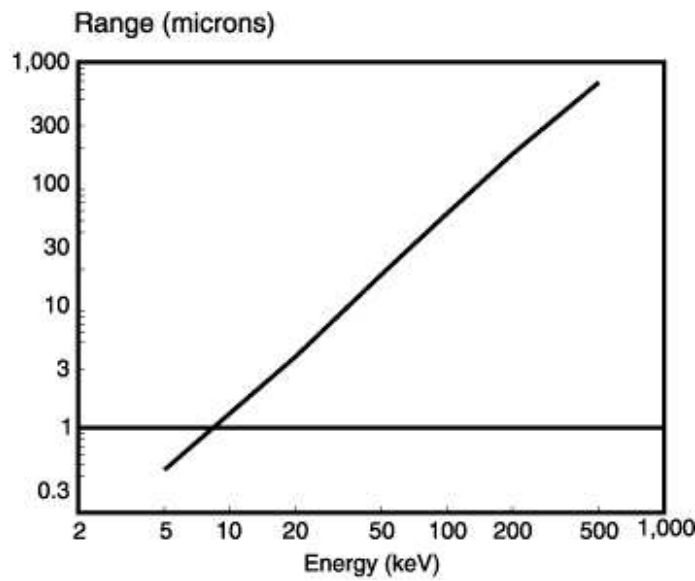
Silicijev atom ima 14 elektronov, zato je absorpcijska dolžina, torej dolžina pri kateri pade svetlobni tok na $\frac{1}{e}$, v siliciju precej velika. Iz slike 10 razberemo, da je za energije okrog 140 keV masni atenuacijski koeficient okrog 0.35 cm^{-1} , kar nam da absorpcijsko dolžino 3 cm. To pomeni, da bomo v milimeterskem detektorju zaznali le vsak trideseti foton. Podobno bomo zaznali vsak 55-ti anihilacijski foton. Debelejše detektorje pa je težko osiromašiti, saj raste napetost popolnega osiromašenja s kvadratom debeline in znaša pri milimeterskem detektorju že nekaj sto voltov. Ker gre za mikrostrukture, si višjih napetosti na integriranem detektorskem vezju ne moremo privoščiti. Debelino tako dosežemo z več plastmi silicijevih detektorjev. Skupna debelina pa je še vedno dovolj majhna, da je dvojnih Comptonovih pojavov zanemarljivo malo. Sekundarni foton bo tako zaznal sekundarni detektor.

Doseg elektronov v siliciju nam podaja slika 11. Iz enačbe (8) lahko razberemo, da bodo energije elektronov omejene. Največji energiji elektrona pravimo Comptonski rob. Ta znaša za anihilacijske fotone z $\epsilon = 1$ ravno $\frac{2}{3}$, tako da bo maksimalna energija elektronov okrog 300 keV, kar nam da doseg približno 0.3 mm. To je smiselna ocena za velikost pasov na siliciju in omejitev pri ločljivosti detektorja.

Vsekakor pa to pomeni zelo verjetno absorpcijo celotne energije comptonskega elektrona v silicijevem detektorju. Energijo izgublja hitri elektron preko ionizacije in skrivnostna krivulja na sliki 11 ni nič drugega kot slika integralov Bethe-Blochove formule pri različnih energijah.



Slika 10: Masni atenuacijski koeficient $\frac{\mu}{\rho}$ v enotah gcm^{-2} za fotone v siliciju, $\rho_{Si} = 2.33 \text{ gcm}^{-3}$. Na abscisi je označena energija vpadnega fotona v enotah MeV [8].



Slika 11: Doseg elektronov v siliciju. Vir [9]

Vse počasnejši elektroni se končno spremenijo v pare elektron-vrzel s povprečno ionizacijsko energijo $3.6 \frac{\text{eV}}{\text{par}}$ [10].

Te gručice pa moramo nato še predelati v električne signale. Ker gre za gibanje nabitih delcev med elektrodami, uporabimo Ramov teorem [11]:

$$I = ev\mathbf{E}_w \quad (15)$$

Ta nam poveže tok na bralni elektrodi s hitrostjo gibanja naboja. Sorazmernostni vektor \mathbf{E}_w

je utežno polje v enotah inverzne dolžine. Izračunamo ga tako, da postavimo bralno elektrodo na enotski potencial, ostale elektrode pa ozemljimo. Z Drudovo teorijo [12] povežemo hitrost nosilcev z električnim poljem in parametrom gibljivosti nosilcev naboja:

$$\mathbf{v} = \mu \mathbf{E} \quad (16)$$

Skupaj dobimo tako skalarni produkt med električnim poljem v detektorju in utežnim poljem:

$$I = e\mu \mathbf{E}_w \mathbf{E} \quad (17)$$

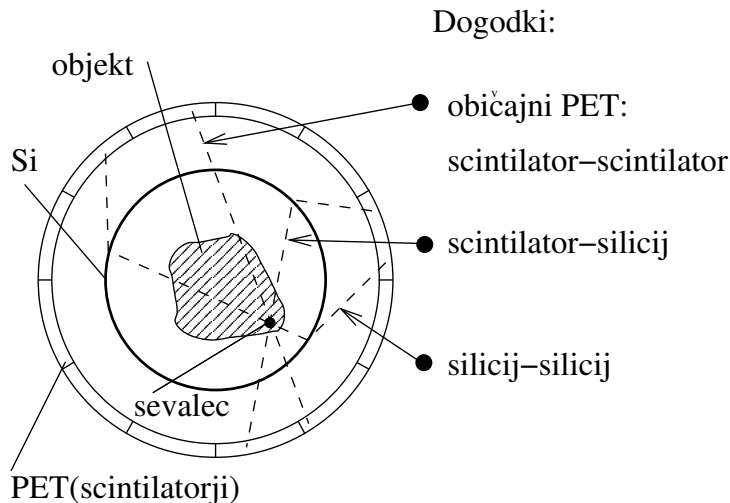
Računanje signalov v diodi bo torej povezano z modelom za določitev električnega polja in utežnega polja v detektorju. V navadni diodi je utežno polje homogeno, saj se dioda zanj ne loči od neskončnega ploščatega kondenzatorja. Zato je tok sorazmeren električnemu polju in je enako predznačen tako za signal vrzeli kot elektronov. V detektorju na sliki 9 pa nam da lahko skalarni produkt tudi različno predznačene tokove.

Tok (17) je očitno sorazmeren nastalemu naboju in zato energiji, ki jo je izgubil elektron v posameznem pasu. Iz zadetih pasov lahko določimo točno lego Comptonovega pojava, vsota signalov pa nam da energijo nastalega elektrona.

4.2.2 Izkoristek in ločljivost Comptonove kamere

Podobno kot pri scintilatorskih detektorjih si ju oglejmo posebej za PET in SPECT.

Pri PET je prednost Comptonove kamere v ločljivosti primarnega detektorja. Tu pravzaprav sipanih fotonov niti ne rabimo. Dovolj je koincidenca v silicijevih kristalih. Scintilatorji le zvišujejo izkoristek na račun slabše ločljivosti.

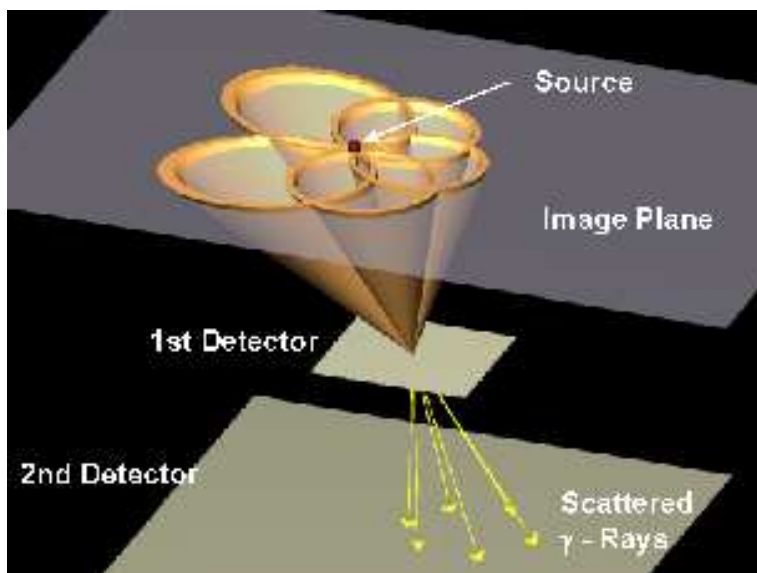


Slika 12: Shema Comptonove PET kamere. Poti fotonov predstavnikov treh razredov dogodkov so označene s črtkanimi črtami.

Na sliki 12 je poenostavljena shema PET Comptonove kamere. Zaznavamo tri razrede dogodkov. Prvi so običajni zadetki fotonov v scintilacijskih detektorjih. Z njimi lahko sestavimo klasično PET sliko. Izkoristek bo blizu 100 %. Druga vrsta dogodkov so koincidence

scintilatorja na eni in silicija na drugi strani. Število teh je pogojeno z debelino silicija. V 1 mm jih je 55-krat manj kot prvih, ločljivost pa je podobna samo scintilatorskim dogodkom. Tretja vrsta dogodkov bo imela dva zadetka v siliciju. Število teh bo naraščalo s kvadratom debeline silicija. V 1 mm jih bo 3000-krat manj kot prvih, v 1cm le še 35-krat manj. Vendar bodo samo slednji prispevali obljubljeni visoko ločljivost, zato bodo najbolj zaželeni.

Sled fotona v siliciju bomo zaznali preko sledi izbitih elektronov. Še tako natančno zaznane elektronske sledi nam bodo razmazale fotonsko sled v okviru dosega elektronov. Zato je potrebna natančnost sledenja elektronov njihov doseg. Razmiki med bralnimi elektrodami so zato približno enaki povprečnemu dosegu elektronov, zaznana porazdelitev dejanske točke Comptonovega pojava pa je škatlasta s širino enako omenjenemu razmiku³. Za tako porazdelitev lahko določimo standardno deviacijo kot $\sigma = d/\sqrt{12}$ in zato napako sredi obroča (1) kot $d/\sqrt{24} \sim 100\mu\text{m}$ za razmik med elektrodama 0.5 mm.

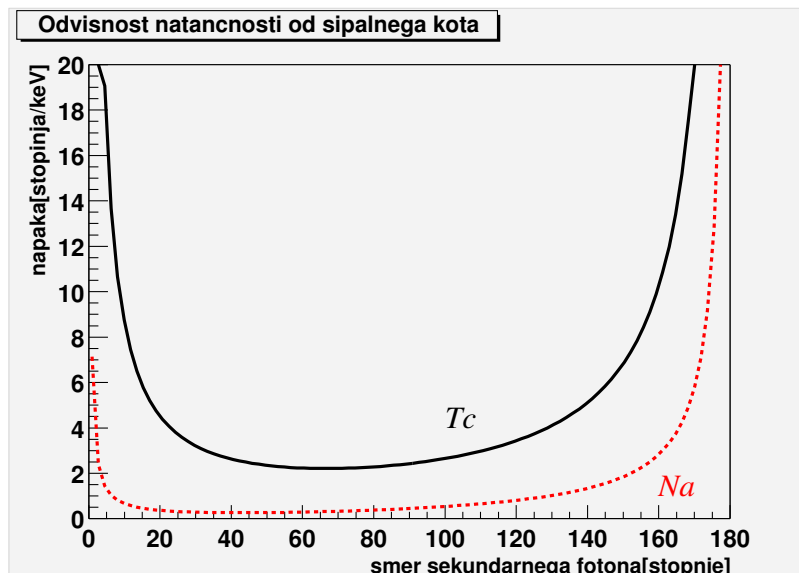


Slika 13: Shema rekonstrukcije sevalca iz podatkov detektorja. Primarni detektor (1st detector) je mikropasovni ali točkovni silicijev detektor, sekundarni detektor (2nd detector) pa je scintilatorski obroč. Sevalec (source) se nahaja na presečišču stožcev in ravnine slike (image plane). [13]

Pri SPECT pa nam Comptonova kamera nadomesti mehanični kolimator. Na sliki 13 lahko vidimo rekonstrukcijo sipalnega kota. Iz zadetkov na primarnem in sekundarnem detektorju lahko določimo smer sekundarnega fotona. Izmeriti moramo še energijo enega od produktov, pa lahko po enačbah (8) in (7) določimo stožec, na katerem leži sevalec. Napaka tega kota bo povezana z energijsko ločljivostjo detektorjev. Za napako ΔT pri določanju kinetične energije elektrona T bo tako:

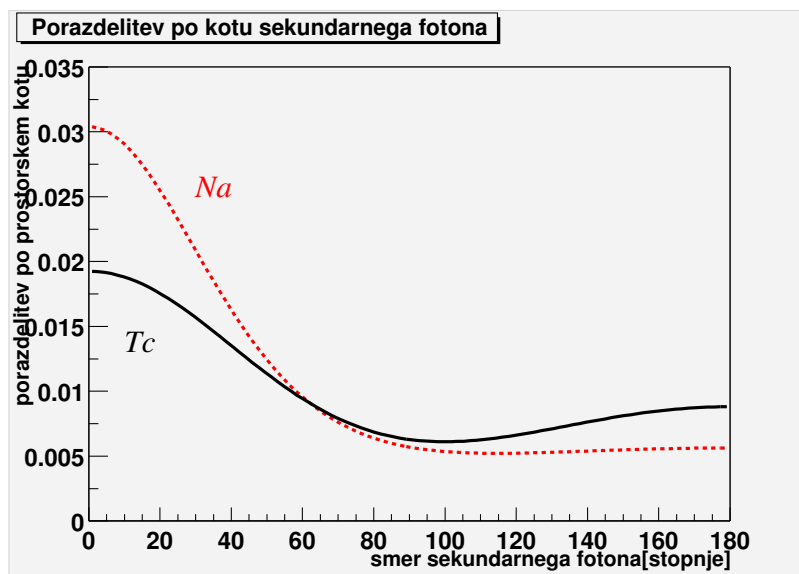
$$\Delta\theta_\gamma = \frac{d\theta_\gamma}{dT} \Delta T = \frac{(1 + \epsilon(1 - \cos\theta_\gamma))^2}{\epsilon^2 \sin\theta_\gamma} \frac{\Delta T}{m_e c^2} \quad (18)$$

³Detektor zaznava sledi nabitih delcev tudi z večjo natančnostjo, če se naboj deli med dve elektrodi. Vendar nam to pri sledenju fotonov ne pomaga.



Slika 14: Napaka $\Delta\theta_\gamma$ v odvisnosti od sipalnega kota θ_γ . Na ordinati je kvocient napak $\frac{\Delta\theta_\gamma}{\Delta T}$ v enotah $\frac{\text{stopinji}}{\text{keV}}$, na abscisi je kot v kotnih stopinjah. Primerni so koti med 40° in 120° pri ^{99m}Tc oziroma 20° in 140° pri anilacijskih fotonih iz ^{22}Na .

Na sliki 14 se lahko prepričamo, da bo ločljivost najboljša za kot blizu pravega. Zato so scintilacijski števeci postavljeni okoli smeri pravokotno na smer primarnega fotona.



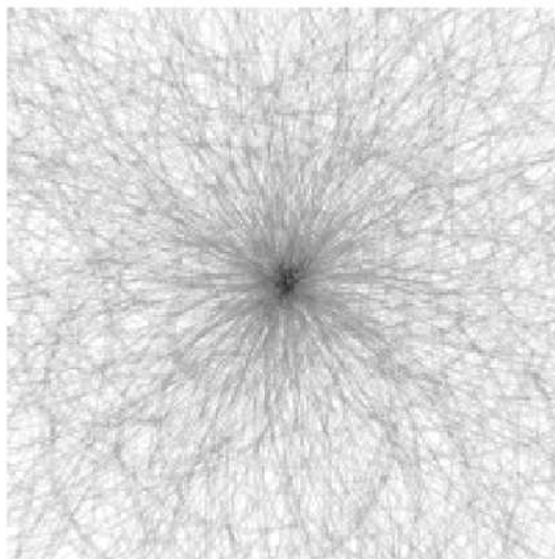
Slika 15: Porazdelitev dogodkov po smeri sekundarnega fotona glede na primarni foton. Porazdelitev je normirana na 180° .

Na sliki 15 vidimo, da se bomo morali delu fotonov, ki se ne sipljejo pravokotno, odpovedati. Primerni fotoni iz ^{99m}Tc se bodo sipali v kote med 40° in 120° , anihilacijski fotoni ^{22}Na pa med 20° in 140° . Zato se bo izkoristek zmanjšal na polovico pri ^{99m}Tc oziroma na 80 %

pri ^{22}Na kot sevalcu⁴.

Vidimo, da bo energijska ločljivost bistvena pri rekonstrukciji točke sevalca s Comptonovo kamero. Energijska ločljivost scintilatorjev je slaba, okrog 10% [14]. Zato se pri določanju vršnega kota stožca zanašamo na energijsko ločljivost silicijevega detektorja. Delujoče kamere imajo energijsko ločljivost 2.2 keV [13]. Na razdalji 3 cm bo za ^{99m}Tc z energijo 140 keV znašala ločljivost omenjenega detektorja 2.5 mm.

Zaradi efektivne kolimacije bomo pridobili pri izkoristku. Namesto vsakega desetisočega fotona bomo zaznali vsakega tridestega v siliciju debeline 1 mm, polovica se bo sipala v kot z dovolj majhno občutljivostjo na napako pri določanju energije, v katerem bomo s scintilatorji zaznali skoraj vsakega. Skupno bo torej vsak 60-ti foton prispeval en krog v ravnini slike. Namesto ene same točke bomo po 10000 fotonih imeli na ravnini 250 krogov. Na sliki 16 je prikazan rezultat simulacije podobnih dogodkov. Gre sicer za anihilacijske žarke iz 5 cm oddaljenega izvira, slika pa naj služi le za ilustracijo rekonstrukcije sevalca in efektivne kolimacije.



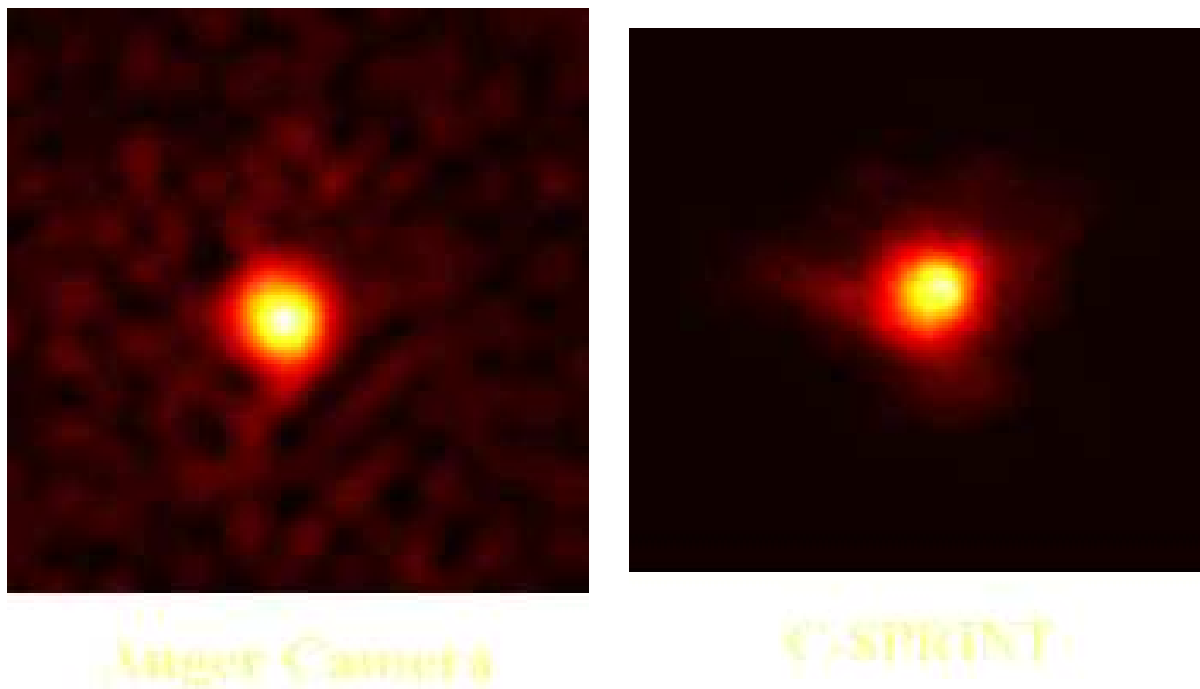
Slika 16: Slika krogov v ravnini slike. Simulacija izvira anihilacijskih žarkov z energijo 511 keV 5 cm oddaljenega od silicijevega detektorja. [15].

Prve slike, posnete s Comptonovo kamero, so obetavne. Gre seveda za preproste vzorce, točkaste izvore. Comptonovo kamero so sestavili iz silicijevih detektorjev, za scintilator pa so uporabili NaJ [13]. Za začetek so posneli sliko z Angerjevo in Comptonovo kamero pri enakem številu zadetkov v detektorjih. Primerjavo kaže slika 17.

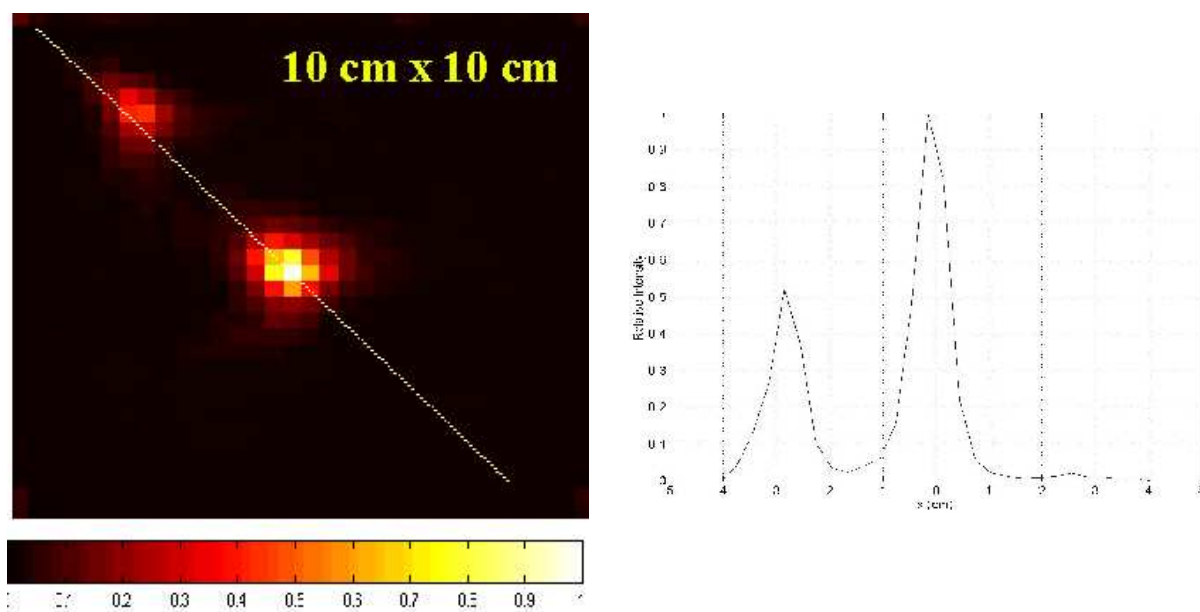
Nadaljevali so z dvema izvoroma, postavljenima blizu drug drugega. Vzeli so ^{131}I kot sevalec in posneli sliko z enako postavitvijo kot primerjavo na sliki 17. Na sliki 18 sta prikazana oba izvora, posneta s Comptonovo kamero in presek vzdolž zveznice.

⁴

$$\int_{40}^{120} \frac{dw}{d\Omega} \left(\epsilon = \frac{140.5 \text{ keV}}{511 \text{ keV}}, \theta \right) 2\pi \sin \theta d\theta = 0.54 \quad , \quad \int_{20}^{140} \frac{dw}{d\Omega} \left(\epsilon = 1, \theta \right) 2\pi \sin \theta d\theta = 0.8$$

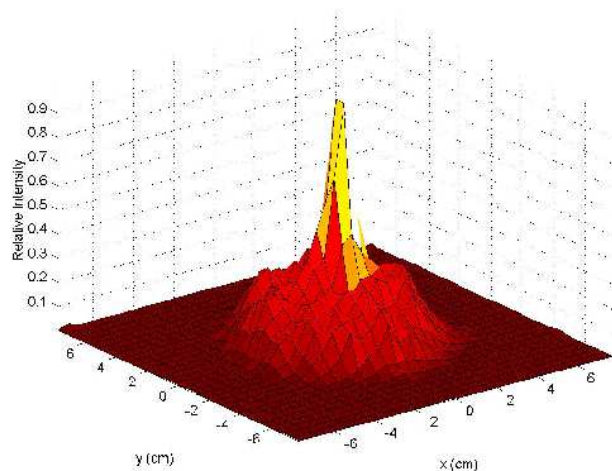


Slika 17: Primerjava slik točkastega izvira ^{99m}Tc . Levo je slika deloma zaprtih scintilatorjev, levo produkt C-SPRINT Comptonove kamere, oboje v okviru SPECT-a. Sliki sta narejeni pri enakem številu zadetkov glede na šum [13].



Slika 18: Graf intenzitet za 3 cm razmaknjenih točkastih izvorov ^{131}I . Na levi dvodimenzionalni histogram, na desni prerez vzdolž daljice med izvoroma [13].

Nazadnje so primerjali ostre črte sevalcev fotonov z radiacijskim ozadjem. Tako je nastala slika 19. Ozadje je enakomerno porazdeljeno po krogu okrog sevalca.



Slika 19: Slika ^{131}I izvora na krožnem ozadju. Na ordinati je intenziteta izvora. Intenziteta je poudarjena z barvno lestvico [13].

5 Zaključek

Comptonova kamera je obetaven detektor fotonov. Dosedanje raziskave ji obljublajo prihodnost tudi v medicini. Vendar pa so rezultati zaenkrat primerljivi s konkurenčnimi detektorji. Zato bo v razvoj medicinskih potrebam prilagojene kamere potrebno vložiti še veliko dela.

Če začnemo pri PET s silicijevimi števci, je glavna težava majhen izkoristek silicijevega detektorja v primerjavi s scintilatorji. Zunanji scintilatorski obroč sicer veča izkoristek, vendar slike delujočih PET ti zadetki ne izboljšujejo. Zaporedne plasti pa pomenijo več elektronike, več kanalov, zahtevnejšo analizo in večje stroške. Vendar pa so zlati dogodki, torej dvojni zadetki v siliciju, tako točni, da opravičujejo take postopke.

Pri SPECT pa je glavna ovira razmeroma velik šum silicijevih detektorjev. Zaradi tega je kotna in s tem pozicijska ločljivost rekonstrukcije mnogo manjša od načrtovane. Veliko truda je zato namenjeno zmanjševanju elektronskega šuma čipov in sklopitvenih kapacitet na samem silicijevem detektorju.

Comptonova kamera doživlja torej vse težave novih detektorskih sistemov. Vendar pa začetni uspehi krepijo navdušenje nad opisano idejo.

Literatura

- [1] <http://www.nist.gov/>
- [2] N. Potočnik. Osnove pozitronske emisijske tomografije; *MED RAZGL 1993; 32*: 457-70
- [3] D. Meier et all. Silicon Detector for a Compton camera in nuclear medical imaging; *IEEE NSS/MIC Trans. Nucl. Sci. Lyon October 2000*: ?
- [4] C. Grupen, A. Böhrer L. Smolik. *Particle detectors*. Cambridge: Cambridge University Press; 1996.
- [5] W. R. Leo. *Techniques for nuclear nad particle physics experiment*. Berlin: Springer Verlag; 1987.
- [6] <http://tweedledee.wonderland.caltech.edu/derose/labs/exp12.html>.
- [7] <http://www.bae.ncsu.edu/bae/courses/bae590f/1995/scarfone/coll.html>.
- [8] http://besch2.physik.uni-siegen.de/depac/DePAC/DePAC_tutorial_database/gruppen_istanbul/node21.html.
- [9] http://www.canberra.com/literature/technical_ref/detectors/can0014.htm.
- [10] A. Peisert. Silicon microstrip detectors; *Instituto nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Padova, Padova 1992*: 1-77
- [11] S.Ramo. Currents induced by electron motion. *Proceed of the I.R.E. 1939* : 584-5.
- [12] N.W.Ashcroft, N.D.Mermin. *Solid state physics* . Philadelphia: Holt-Saunders International Editions; 1981.
- [13] Application of Compton aperature imaging to nuclear medicine; *Compton Camera Project Description for CERN Technology Transfers December 3, 1999* :1-13.
- [14] G.F. Knoll. *Radiation Detection and measurment* . 2nd Edition. New York: John Wiley & sons; 1989.
- [15] <http://www.medphys.ucl.ac.uk/research/acadradphys/projects/clincomcam.htm>